

## Методика определения температурных зависимостей дифракционной эффективности двухслойных двухрельефных микроструктур в рамках строгого анализа связанных волн

А.И. Антонов<sup>1</sup>, Г.И. Грейсук<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, 440028, Россия, г. Пенза, ул. Германа Титова, д. 28

### Аннотация

Для расчета дифракционной эффективности дифракционных оптических элементов с двухслойной микроструктурой и двумя внутренними пилообразными рельефами в рамках строгой электромагнитной теории дифракции предложен подход, предполагающий расчет эффективности элемента в целом через эффективность каждой зоны микроструктуры в отдельности. Данный подход положен в основу методики расчета дифракционной эффективности, которая учитывает нормированную площадь каждой зоны двухслойной микроструктуры, температурные зависимости глубин обоих рельефов и их показателей преломления, а также локальное взаимное смещение слоев микроструктуры из-за разницы коэффициентов теплового расширения их материалов. Представлен математический аппарат предложенной методики, минимизирующий вычислительную трудоемкость, а её эффективность продемонстрирована на примере расчета дифракционной эффективности дифракционного элемента сверхвысокоапертурного рефракционно-дифракционного атермального двухдиапазонного инфракрасного объектива. Показано, что из-за перепада температуры эксплуатации (от  $-40^{\circ}\text{C}$  до  $+60^{\circ}\text{C}$ ) дифракционная эффективность падает не более чем на 7 % во всем рабочем спектральном диапазоне (3,5–5,2 мкм; 7,5–11,4 мкм) и допустимом интервале углов (от  $-14^{\circ}$  до  $+14^{\circ}$ ) падения излучения на микроструктуру.

**Ключевые слова:** дифракционный оптический элемент, двухслойная микроструктура с двумя внутренними пилообразными рельефами, дифракционная эффективность, строгий анализ связанных волн, коэффициенты Фурье, температурное расширение, термооптические постоянные.

**Цитирование:** Антонов, А.И. Методика определения температурных зависимостей дифракционной эффективности двухслойных двухрельефных микроструктур в рамках строгого анализа связанных волн / А.И. Антонов, Г.И. Грейсук // Компьютерная оптика. – 2025. – Т. 49, № 3. – С. 391-398. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1575.

**Citation:** Antonov AI, Greisukh GI. Methodology for determining temperature dependences of the diffraction efficiency of two-layer two-relief microstructures in the framework of a rigorous coupled-wave analysis. Computer Optics 2025; 49(3): 391-398. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1575.

### Введение

Последние успехи в совершенствовании матричных фотоприемников инфракрасного (ИК) излучения стимулировали разработку мультиспектральных ИК-систем с одним входным зрачком. Это привело к новым возможностям реализации высокой спектральной чувствительности микроболометров в расширенной спектральной области, включающей средневолновый и длинноволновый ИК-диапазоны (3–5 и 8–12 мкм соответственно) [1–3].

Хроматические аберрации оптических систем, работающих в расширенных спектральных диапазонах, можно исправить, включив в схему, состоящую из рефракционных линз, дифракционный оптический элемент (ДОЭ). Такой элемент трансформирует падающий волновой фронт в результате дифракции света на рельефной пилообразной микроструктуре. При этом очевидно, что реальный положительный эффект от использования ДОЭ может быть получен только при

условии высокой дифракционной эффективности (ДЭ) и минимизации её зависимости от длины волны и угла падения излучения на элемент. Здесь сразу же напомним, что под ДЭ ДОЭ в соответствии с ГОСТом [4] понимается отношение энергии, дифрагированной в заданном (рабочем) порядке, к энергии падающего на ДОЭ излучения.

С целью минимизации зависимости ДЭ от длины волны и угла падения излучения микроструктуру ДОЭ ИК-систем выполняют двухслойной с двумя внутренними пилообразными рельефами, как это показано на рис. 1. При этом рельефы выполняются в материальных подложках со значительно отличающимися коэффициентами дисперсии [5, 6].

Дополнительной проблемой, связанной с ДОЭ ИК-объективов, рассчитанных на значительные перепады температур эксплуатации, может оказаться температурная зависимость ДЭ этого элемента из-за изменения геометрических и электродинамических параметров – диэлектрической и магнитной проницае-

мостей материалов слоев микроструктуры. Снижение ДЭ в рабочем дифракционном порядке приводит к возникновению цветного ореола (гало), сопровождающего наиболее яркие фрагменты изображения, формируемого оптической системой в полихроматическом излучении [7]. Это определяет актуальность разработки надежных методик расчета температурных зависимостей ДЭ двухслойных микроструктур, базирующихся на строгой электромагнитной теории дифракции, например в рамках строгого анализа связанных волн (rigorous coupled-wave analysis, RCWA) [8–10].

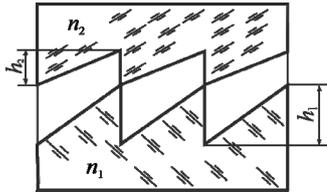


Рис. 1. Двухслойная пилообразная дифракционная микроструктура с двумя внутренними рельефами:  $n_1$  и  $n_2$  – показатели преломления материалов,  $h_1$  и  $h_2$  – глубины рельефов

RCWA предполагает, что периодическая структура бесконечна вдоль двух координатных осей и разбивается вдоль третьей координатной оси на однородные вдоль этой же оси тонкие решетчатые плиты, как показано на рис. 2 [11]. Чем больше количество решетчатых плит в разбиении периодической структуры, тем ближе к ней анализируемая модель. Электромагнитное поле внутри каждого такого слоя структуры представляется как совокупность бесконечного количества плоских волн (мод), однако при расчете может быть учтено только ограниченное количество таких мод. В связи с этим для получения достоверных результатов в рамках RCWA необходимо достаточно большое количество вышеуказанных мод и плит в разбиении структуры, что увеличивает время, требуемое для расчета, и расход оперативной памяти. Ранее авторами настоящего исследования в целях оптимизации и снижения указанной вычислительной сложности были предложены метод реализации RCWA для нахождения ДЭ только прошедших порядков [11] и техники оптимизации RCWA, в частности, использующие приемы параллельных вычислений [12].

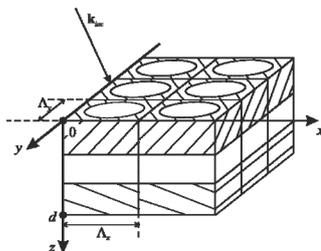


Рис. 2. Пример микроструктуры с двумерной периодичностью:  $\Lambda_x$  и  $\Lambda_y$  – периоды структуры вдоль осей  $x$  и  $y$ ,  $d$  – полная глубина структуры,  $k_{inc}$  – волновой вектор падающего излучения. Разбиение на решетчатые плиты происходит вдоль оси  $z$

В рамках RCWA модели микроструктур будут отличаться только формулами для расчета коэффициентов Фурье-ряда в разложении диэлектрической проницаемости каждой тонкой плиты [13]. В настоящей статье будет рассматриваться случай с периодичностью только в одном направлении; по этой причине следует принять во внимание только плоскость  $xz$  на рис. 2. В качестве анализируемой структуры аксиально симметричного ДОЭ целесообразно использовать двумерное радиальное сечение (см. рис. 3). Указанные выше коэффициенты Фурье для одной тонкой плиты в разбиении двумерной структуры с периодичностью только в одном направлении рассчитываются как

$$\tilde{\epsilon}_g = \frac{1}{\Lambda} \int_0^\Lambda f_\epsilon(x) e^{-jgKx} dx, \tag{1}$$

где  $\Lambda$  – период структуры,  $f_\epsilon(x)$  – функция распределения диэлектрической проницаемости внутри тонкой плиты,  $j = (-1)^{1/2}$ ,  $g$  – номер гармоники коэффициента Фурье,  $K = 2\pi / \Lambda$ .

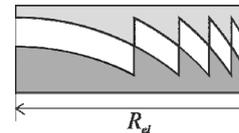


Рис. 3. Пример радиального двумерного сечения ДОЭ.  $R_{doe}$  – полный радиус ДОЭ

Необходимость расчета ДЭ всей кольцевой микроструктуры ДОЭ в целом, а не её отдельных зон в задаче определения температурной зависимости объясняется тем, что изменение геометрических размеров пилообразных слоев при изменении температуры происходит неодинаково: материалы, из которых изготовлены данные пилообразные слои, имеют различные коэффициенты линейного расширения. В результате периоды (ширины зон) при температурах, отличных от расчетной  $t_0$ , не совпадают своими краями (см. рис. 4).

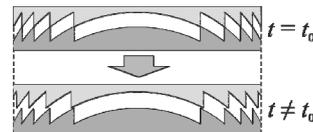


Рис. 4. Демонстрация сдвига краёв зон двухслойных ДОЭ при изменении температуры

В то же время RCWA-анализ предполагает строгую периодичность рассматриваемой структуры; энергия электромагнитного излучения, прошедшего через такую структуру, перераспределяется, и формируется рабочий порядок дифракции с наибольшей энергией. Этот рабочий дифракционный порядок имеет первоначально форму совокупности параллельно направленных интерференционных максимумов, идущих под определенным углом к плоскости микроструктуры.

Если при расчете ДЭ рассматривать радиальное сечение киноформного ДОЭ целиком со всеми вхо-

дьями в него зонами, положив в качестве периода микроструктуры  $\Lambda$  в формуле (1) полный радиус всего ДОЭ, то результат окажется недостоверным. Действительно, расчеты, выполненные авторами настоящего исследования, показали, что ДЭ рабочего дифракционного порядка радиального сечения киноформного ДОЭ, даже в случае разделения его периодов (состоящих из полной совокупности пилообразных зон) материалом с идеальной поглощательной способностью (например, perfectly matched layer (PML), смоделированным по методике, предложенной в работе [14]), существенно снижается по мере увеличения количества зон внутри периода.

Альтернативный подход предполагает расчет ДЭ ДОЭ в целом через ДЭ каждой зоны в отдельности с учетом локального взаимного смещения слоев микроструктуры. При этом полагается, что каждая зона с двумя смещенными слоями является периодом собственной бесконечной дифракционной решетки, ДЭ которой легко и достоверно позволяет получить RCWA. Но в этом случае каждая зона представляет собой прямоугольную щель конечной ширины и бесконечной длины. Очевидно, что такие зоны формируют микроструктуру дифракционной цилиндрической линзы, а не вращательно симметричного ДОЭ типа зонной пластинки Френеля, исследованию которого посвящена настоящая статья. Однако если учесть, что ДЭ определяется не формой зон, а фазовым набегом в пределах одной зоны, то становится ясно, что предложенный подход универсален в том смысле, что одинаково применим как к микроструктурам цилиндрических линз, так и к кольцевым микроструктурам.

В таком случае ДЭ ДОЭ в целом может быть вычислена по формуле

$$DE_{el} = \sum_{b=1}^B (DE_b Q_b), \quad (2)$$

где  $B$  – количество зон в микроструктуре ДОЭ;  $DE_b$  – ДЭ дифракционной решетки с периодом, равным ши-

рине соответствующей зоны;  $Q_b = S_b / S_{DOE}$  – весовой коэффициент, равный нормированной площади этой зоны;  $S_b$  – площадь зоны с номером  $b$ ;  $S_{DOE}$  – площадь всего ДОЭ. Здесь целесообразно напомнить, что площади всех зон классической зонной пластинки Френеля равны и для нее  $Q_b = 1 / B$ .

В связи с вышеизложенным целью настоящей статьи является представление методики определения коэффициентов Фурье зон ДОЭ и итоговой ДЭ ДОЭ в целом, комплексно учитывающей все факторы, приводящие к изменению ДЭ ДОЭ с двухслойной двухрельефной пилообразной микроструктурой при изменении её температуры, и разработанной в рамках строгого анализа связанных волн.

### 1. Определение коэффициентов Фурье для каждой зоны

Пусть радиальный боковой срез микроструктуры ДОЭ (см. рис. 3) состоит из  $B$  пилообразных двухслойных зон с ширинами  $\Lambda_{01}, \dots, \Lambda_{0B}$  при температуре  $t = 20^\circ\text{C}$ . Пусть глубины рельефов в слоях при данной температуре –  $h_{01}$  и  $h_{02}$ . На слои нанесены просветляющие покрытия с толщинами  $\Delta h_{01}$  и  $\Delta h_{02}$ , отсчитываемыми по нормали к скату рельефа и одинаковыми для каждой зоны. При данной температуре ширины зон в пилообразных микроструктурах обоих слоёв совпадают. На рис. 5а показана схема разбиения такой микроструктуры на тонкие плиты по принципу, описанному во введении, номера плит  $p$  отсчитываются снизу вверх,  $P_1$  – количество тонких плит в разбиении первого пилообразного слоя,  $P$  – полное количество тонких плит в разбиении,  $n_{01}$  – показатель преломления первого рельефного слоя при  $t = 20^\circ\text{C}$ ,  $n_{02}$  – показатель преломления материала между рельефными слоями при  $t = 20^\circ\text{C}$ ,  $n_{03}$  – показатель преломления второго рельефного слоя при  $t = 20^\circ\text{C}$ ,  $n_{0c1}$  – показатель преломления просветляющего покрытия, нанесенного на первый рельефный слой, при  $t = 20^\circ\text{C}$ ,  $n_{0c3}$  – показатель преломления просветляющего покрытия, нанесенного на второй рельефный слой, при  $t = 20^\circ\text{C}$ .

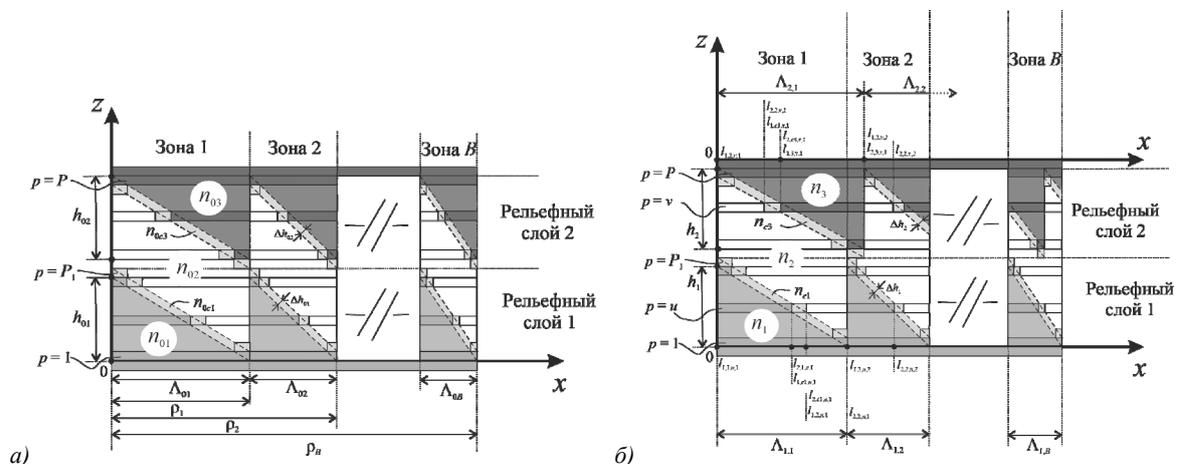


Рис. 5. Разбиение пилообразных слоев на тонкие плиты: а) при температуре  $t = t_0$ , б) при температурах  $t \neq t_0$  (описание в тексте); здесь  $u$  и  $v$  – номера некоторых тонких плит в составе первого и второго слоев соответственно

Просветляющие покрытия наносятся на рельефы ДОО для исключения френелевских потерь и увеличения ДЭ. Необходимо учитывать, что полная глубина, например, первого рельефа будет являться суммой глубины  $h_{01}$  и вертикальной толщины нанесенного покрытия  $\Delta a_{01,b} = \Delta h_{01} / \sin(\arctg(\Lambda_{0b} / h_{01}))$ , где  $b$  – номер зоны. То есть при наименьшей  $\Lambda_{0b}$  среди других ширин  $\Delta a_{01,b}$  будет наибольшей среди других вертикальных толщин ( $\Delta a_{max,01}$ ). Таким образом, верхней границей глубины рельефа (соответствующей  $P_1$ , если количество тонких плит в разбиении для всех зон одинаково) для зон первого пилообразного слоя будет сумма  $h_{01} + \Delta a_{max,01}$  (см. рис. 6). Для упрощения на рис. 5а и б все вертикальные толщины покрытий изображены одинаковыми.

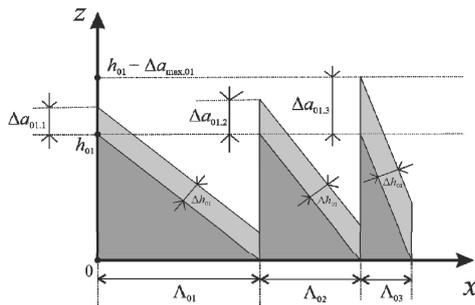


Рис. 6. Демонстрация роста полной глубины зоны ДОО с увеличением ее номера при неизменной толщине просветляющего покрытия (описание в тексте)

При температурах, отличных от 20 °С, происходит изменение геометрических параметров микроструктуры, и ширины зон пилообразных слоев в общем случае не будут одинаковыми: края зон с одинаковыми номерами сдвигаются друг относительно друга (см. рис. 5б). Пусть при новой температуре глубины рельефов –  $h_1$  и  $h_2$ , толщины покрытий –  $\Delta h_1$  и  $\Delta h_2$ , вертикальные толщины покрытий –  $\Delta a_{1,1}, \dots, \Delta a_{1,B}$  и  $\Delta a_{2,1}, \dots, \Delta a_{2,B}$ , ширины зон первого слоя –  $\Lambda_{1,1}, \dots, \Lambda_{1,B}$ , второго слоя –  $\Lambda_{2,1}, \dots, \Lambda_{2,B}$ . Температурная деформация слоев вдоль оси  $x$  происходит от центра линзы, то есть при фиксированном левом крае микроструктуры (см. рис. 5б).

Пусть коэффициент температурного расширения материала первого пилообразного слоя таков, что при данной температуре ширины всех его зон меньше ширин зон второго слоя с теми же номерами, то есть:  $\Lambda_{1,1} < \Lambda_{2,1}, \dots, \Lambda_{1,B} < \Lambda_{2,B}$ . Рассмотрим  $p$ -ю тонкую плиту, принадлежащую второму материалу. Пусть  $N_{3,p}$  – множество интервалов  $p$ -й плиты, соответствующих материалу с показателем преломления  $n_3$ ,  $N_{2,p}$  – множество интервалов  $p$ -й плиты, соответствующих материалу с показателем преломления  $n_2$ ,  $N_{c3,p}$  – множество интервалов  $p$ -й плиты, соответствующих материалу просветляющего покрытия с показателем преломления  $n_{c3}$ . Если, например, для  $b$ -й зоны координаты границ материала  $n_3$  – это  $l_{1,3,p,b}$  и  $l_{2,3,p,b}$ , то  $N_{3,p} = (l_{1,3,p,1}; l_{2,3,p,1}) \cup \dots \cup (l_{1,3,p,B}; l_{2,3,p,B})$ . Из рис. 5б видно, что для рассматриваемого случая некоторые такие границы совпадают, например  $l_{2,1,1,b} = l_{2,2,p,b} = \Lambda_{1,1} + \dots + \Lambda_{1,b}$  и т. д.

Интервал от  $\Lambda_{1,1} + \dots + \Lambda_{1,b-1}$  до  $\Lambda_{1,1} + \dots + \Lambda_{1,b}$  (при  $\Lambda_{1,0} = 0$ ) соответствует  $b$ -й зоне первого пилообразного слоя. Множество  $N_{3,p} \cap (\Lambda_{1,1} + \dots + \Lambda_{1,b-1}; \Lambda_{1,1} + \dots + \Lambda_{1,b})$  будет областью материала  $n_3$ , соотносящейся с  $b$ -й зоной первого рельефа. Областью интегрирования для материала  $n_3$  при расчете коэффициента Фурье  $b$ -й зоны  $p$ -й тонкой плиты в таком случае будет  $N'_{3,p,b}$ , сдвинутая относительно  $N_{3,p} \cap (\Lambda_{1,1} + \dots + \Lambda_{1,b-1}; \Lambda_{1,1} + \dots + \Lambda_{1,b})$  на величину  $\Lambda_{1,1} + \dots + \Lambda_{1,b-1}$  к началу координат. Это нужно для того, чтобы при расчете ДЭ  $b$ -я зона новой микроструктуры на рис. 5б была периодически повторяющейся в рамках RCWA-анализа, отсчитываемой от начала координат и имеющей период ( $\Lambda$  в выражении (1)), равный ширине  $b$ -й зоны  $\Lambda_{1,b}$ . По этой же причине при интегрировании координаты границ  $r$ -го материала  $b$ -й зоны  $p$ -й плиты будут также сдвинуты и равны

$$l'_{1,r,p,b} = l_{1,r,p,b} - (\Lambda_{1,1} + \dots + \Lambda_{1,b-1}),$$

$$l'_{2,r,p,b} = l_{2,r,p,b} - (\Lambda_{1,1} + \dots + \Lambda_{1,b-1}).$$

Таким образом, если  $\Lambda_{1,1} < \Lambda_{2,1}$ , коэффициенты Фурье для  $b$ -й зоны  $p$ -й тонкой плиты будут иметь вид

$$\tilde{\epsilon}_{p,g,b} = \begin{cases} \frac{1}{\Lambda_{1,b}} \left( \int_{l'_{1,1,p,b}}^{l'_{2,1,p,b}} n_1 e^{-jgK_1 x} dx + \int_{l'_{1,c1,p,b}}^{l'_{2,c1,p,b}} n_{c1} e^{-jgK_1 x} dx + \int_{l'_{1,2,p,b}}^{l'_{2,2,p,b}} n_2 e^{-jgK_1 x} dx \right) & 1 \leq p \leq P_1, \\ \frac{1}{\Lambda_{1,b}} \left( \int_{N'_{2,p,b}} n_2 e^{-jgK_1 x} dx + \int_{N'_{c3,p,b}} n_{c3} e^{-jgK_1 x} dx + \int_{N'_{3,p,b}} n_3 e^{-jgK_1 x} dx \right) & P_1 < p \leq P, \end{cases} \quad \text{где } K_{1,b} = 2\pi / \Lambda_{1,b}.$$

Аналогично, если  $\Lambda_{1,1} > \Lambda_{2,1}$ ,

$$\tilde{\epsilon}_{p,g,b} = \begin{cases} \frac{1}{\Lambda_{2,b}} \left( \int_{N'_{1,p,b}} n_1 e^{-jgK_2 x} dx + \int_{N'_{c1,p,b}} n_{c1} e^{-jgK_2 x} dx + \int_{N'_{2,p,b}} n_2 e^{-jgK_2 x} dx \right) & 1 \leq p \leq P_1, \\ \frac{1}{\Lambda_{2,b}} \left( \int_{l'_{1,2,p,b}}^{l'_{2,2,p,b}} n_2 e^{-jgK_1 x} dx + \int_{l'_{1,c3,p,b}}^{l'_{2,c3,p,b}} n_{c3} e^{-jgK_2 x} dx + \int_{l'_{1,3,p,b}}^{l'_{2,3,p,b}} n_3 e^{-jgK_2 x} dx \right) & P_1 < p \leq P, \end{cases} \quad \text{где } K_{2,b} = 2\pi / \Lambda_{2,b}.$$

Для расчета ДЭ всего дифракционного элемента необходимо рассчитать ДЭ каждой зоны. Вклад каждой зоны в итоговую ДЭ будет зависеть от доли площади ее кольца в площади всего элемента. Таким образом, ДЭ всего дифракционного элемента будет рассчитываться по формуле

$$DE_{el} = \begin{cases} \sum_{b=1}^B (DE_b \frac{(\sum_{i=1}^b \Lambda_{1,i})^2 - (\sum_{i=0}^{b-1} \Lambda_{1,i})^2}{(\sum_{i=1}^B \Lambda_{1,i})^2}), \text{ при } \Lambda_{1,1} \leq \Lambda_{2,1}, \\ \sum_{b=1}^B (DE_b \frac{(\sum_{i=1}^b \Lambda_{2,i})^2 - (\sum_{i=0}^{b-1} \Lambda_{2,i})^2}{(\sum_{i=1}^B \Lambda_{2,i})^2}), \text{ при } \Lambda_{1,1} > \Lambda_{2,1}, \end{cases} \quad (3)$$

где  $DE_b$  – ДЭ  $b$ -й зоны. Формула (3) – результат адаптации формулы (2) к рассматриваемому варианту двухслойной микроструктуры. Дробь под знаком суммирования в формуле (3) является весовым коэффициентом  $Q_b$  зоны с номером  $b$ . Числитель представляет из себя разность квадратов внешнего и внутреннего радиусов зоны с номером  $b$  и пропорционален площади этой зоны (кольца)  $S_b$ , знаменатель – квадрат радиуса всего ДОЭ, пропорциональный площади всего ДОЭ  $S_{DOE}$ . Радиусы зон в данной формуле выражаются через суммы периодов зон.

## 2. Температурная зависимость ДЭ микроструктуры SRF2/GERMANIUM

Предложенная методика определения зависимости ДЭ ДОЭ в целом от температуры применялась для исследования двухслойной двухрельефной киноформной микроструктуры ДОЭ рефракционно-дифракционного сверхсветосильного двухдиапазонного атермального ИК-объектива [5]. Пилюобразные рельефы микроструктуры, состоящей из 28 кольцевых зон, выполнены в оптических материалах SRF2 и GERMANIUM из каталога INFRARED программы оптического проектирования ZEMAX [15] с исходными (при  $t=20^\circ\text{C}$ ) глубинами:  $h_{01}=53,6$  мкм для рельефа в SRF2 и  $h_{02}=8,7$  мкм для рельефа в GERMANIUM. Рабочие скаты рельефов считались линейными.

Радиусы колец  $\rho_1, \dots, \rho_B$ , соответствующие координате пересечения профиля рельефа  $b$ -го кольца и оси  $x$ , были получены путем решения уравнений

$$\begin{cases} h_{01}(i + \Psi(\rho_b)/(2\pi)) = 0, & \Psi(\rho_b) \leq 0, \\ h_{01}(1 - i + \Psi(\rho_b)/(2\pi)) = 0, & \Psi(\rho_b) > 0, \end{cases}$$

где

$$\Psi(\rho_b) = m \sum_i A_i \rho_b^{2i} -$$

фазовая задержка, вносимая микроструктурой ДОЭ,  $m=1$  – номер рабочего дифракционного порядка,  $A_i$  –

коэффициенты, отвечающие за оптическую силу ДОЭ и асферизацию формируемого волнового фронта.

Очевидно, что решения представленных уравнений получатся теми же самыми, если вместо глубин  $h_{01}$  использовать  $h_{02}$ . Из рис. 5а видно, что ширина  $b$ -й зоны равна разности радиусов колец ( $\Lambda_{0b} = \rho_b - \rho_{b-1}$ ) при  $\rho_0 = 0$ .

Приведенные в каталоге INFRARED значения коэффициентов линейного расширения оптических материалов слоев ( $TCE_1 = 181 \times 10^{-7}$  м/°С материала SRF2 и  $TCE_2 = 57 \times 10^{-7}$  м/°С материала GERMANIUM) позволяют легко получить глубины рельефов и периоды зон микроструктуры при заданной температуре  $t$ , °С:

$$\begin{aligned} h_1 &= h_{01}(1 + TCE_1(t - 20)), \\ h_2 &= h_{02}(1 + TCE_2(t - 20)), \\ \Lambda_{1,b} &= \Lambda_{0b}(1 + TCE_1(t - 20)), \\ \Lambda_{2,b} &= \Lambda_{0b}(1 + TCE_2(t - 20)). \end{aligned}$$

Термооптические постоянные материалов исследуемой микроструктуры вместе с дисперсионными формулами также приведены в каталоге INFRARED, что позволяет учесть при вычислении значений показателей преломления как длину волны, так и температуру [15]:

$$\begin{aligned} n_1 &= n_{01} + \frac{n_{01}^2 - 1}{2n_{01}} D_{01}(t - 20), \\ n_3 &= n_{03} + \frac{n_{03}^2 - 1}{2n_{03}} D_{02}(t - 20), \end{aligned}$$

где  $D_{01} = -4,8 \times 10^{-5} \text{C}^{-1}$ ,  $D_{02} = 2,2 \times 10^{-4} \text{C}^{-1}$ ,  $n_{01}$  и  $n_{03}$  – показатели преломления SRF2 и GERMANIUM на заданной длине волны при  $t = 20^\circ\text{C}$ .

Просветляющие покрытия моделировались по методике, описанной в работе [16]. Показатели преломления и толщины просветляющих покрытий вычислялись по формулам  $n_{ci} = n_i^{1/2}$  и  $\Delta h_i = 0,25\lambda / n_{ci}$  соответственно, где  $i$  принимает значение 1 для покрытия на материале с показателем преломления  $n_1$  или 3 для покрытия на материале с показателем  $n_3$ .

Расчет проводился для случая ТЕ-поляризации согласно алгоритму, описанному в работе [11], с учетом модификаций, предложенных в работе [12]. Эти модификации особенно необходимы вследствие того, что согласно предложенной в настоящей статье методике и выражению (2) для определения одного значения ДЭ элемента требуется  $B$  расчетов, т.е. по одному на зону. При этом интервал температур соответствовал рекомендованному для данной микроструктуры: от  $-60^\circ\text{C}$  до  $40^\circ\text{C}$  [5]. Количество мод принималось равным 100, а суммарное количество тонких плит в разбиении всей микроструктуры определялось таким образом, чтобы отношение оптической толщины одной тонкой плиты к длине волны (коэффициент « $k$ » в работе [16]) было 0,15. Таким образом, количество плит в разбиении принимало значения от 65 до 217, в

зависимости от длины волны падающего излучения и температуры, влияющей на глубины рельефов. В результате возможность минимизации вычислительной трудоемкости становится одним из определяющих факторов эффективности предлагаемой методики.

На рис. 7а-д представлены зависимости ДЭ от температуры для различных углов падения излучения и длин волн инфракрасного спектра, на рис. 8а-г – зависимости ДЭ от угла падения излучения для различных температур и длин волн.

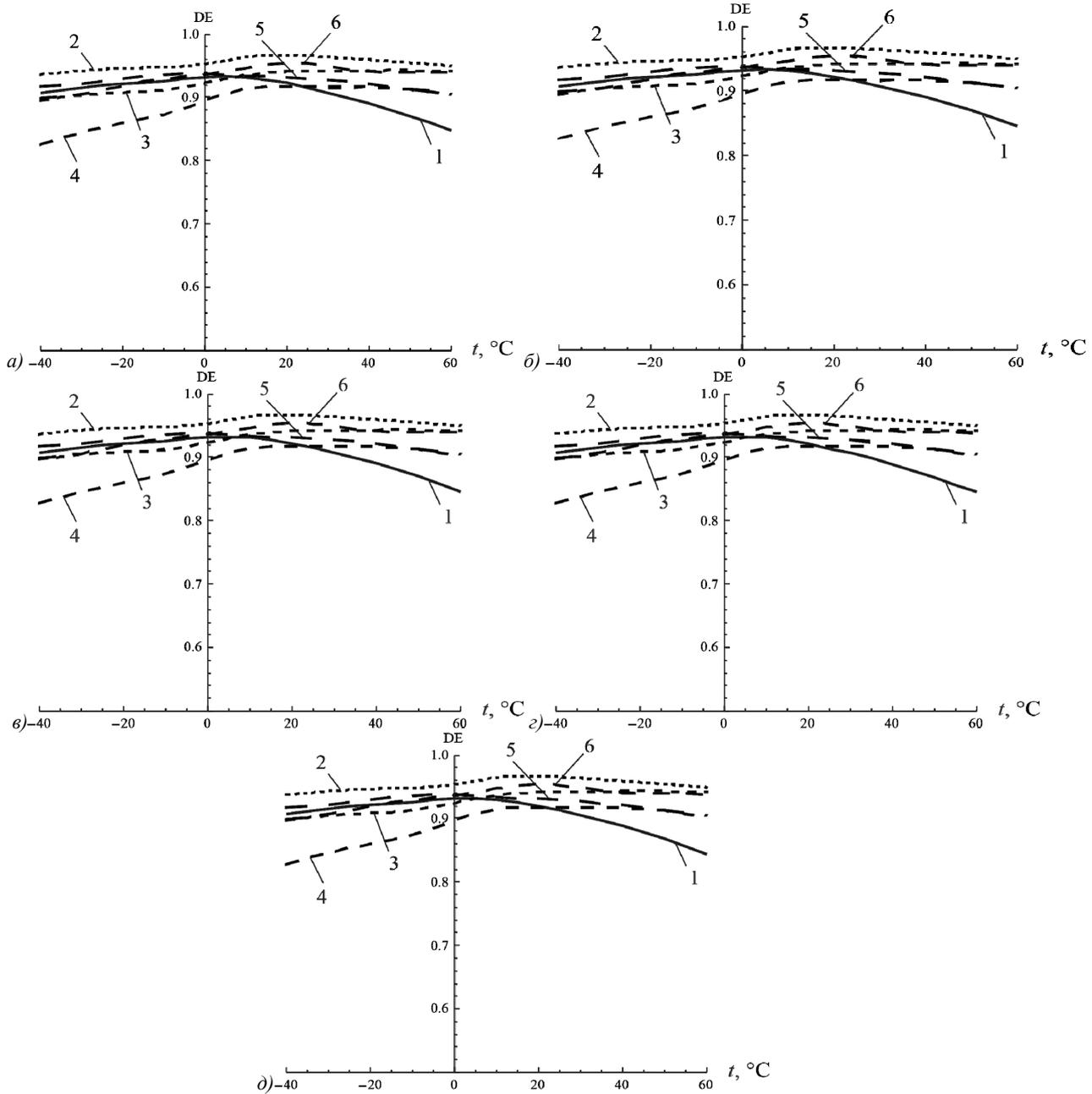


Рис. 7. Температурные зависимости ДЭ для различных углов падения  $\theta$  и длины волны излучения  $\lambda$ : а)  $\theta = -14^\circ$ , б)  $\theta = -7^\circ$ , в)  $\theta = 0^\circ$ , г)  $\theta = 7^\circ$ , д)  $\theta = 14^\circ$ ; 1 –  $\theta = 3,5$  мкм, 2 –  $\theta = 4,3$  мкм, 3 –  $\theta = 5,2$  мкм, 4 –  $\theta = 7,5$  мкм, 5 –  $\theta = 9,45$  мкм, 6 –  $\theta = 11,4$  мкм

Почти полное совпадение зависимостей рис. 7а-д и практически горизонтальный характер линейных зависимостей рис. 8а-г, существенно отличающие их от зависимостей, приведенных в работах [16] и [17], обусловлены тем, что подавляющий вклад в ДЭ микроструктуры ДОЭ в целом вносят наиболее широкие зоны (с наибольшими относительными периодами  $\Lambda_{1,b} / (h_1 + h_2)$  или  $\Lambda_{2,b} / (h_1 + h_2)$ ) (см. рис. 9).

Представленные результаты исследования убедительно демонстрируют, что изменение температуры эксплуатации в интервале от  $-40^\circ\text{C}$  до  $60^\circ\text{C}$  приводит к падению ДЭ двухслойной двухрельфной пилообразной микроструктуры более чем на 7% во всем рабочем спектральном диапазоне и допустимом интервале углов падения излучения на микроструктуру.

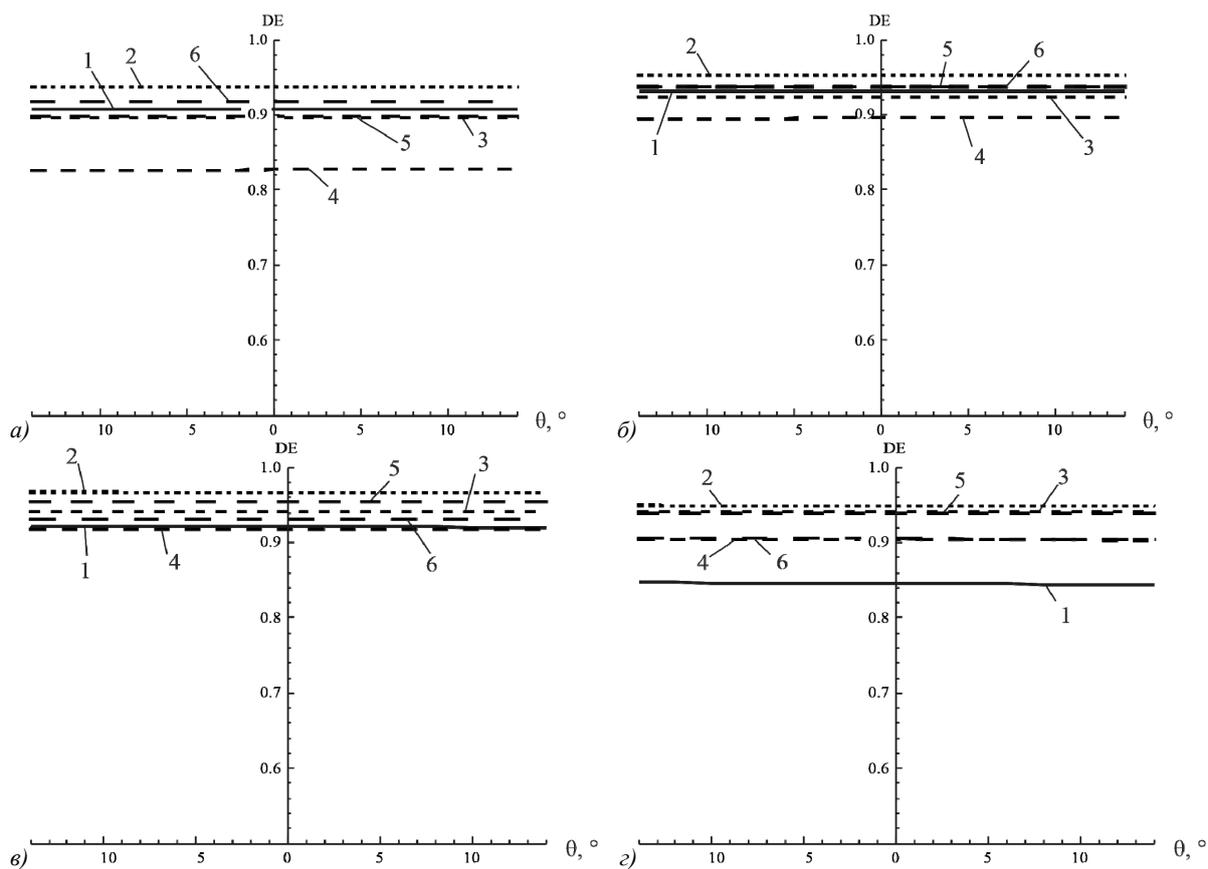


Рис. 8. Угловые зависимости ДЭ для различных температур  $t$  и длины волны излучения  $\lambda$ : а)  $t = -40^\circ\text{C}$ , б)  $t = 0^\circ\text{C}$ , в)  $t = 20^\circ\text{C}$ , г)  $t = 60^\circ\text{C}$ ; 1 –  $\lambda = 3,5$  мкм, 2 –  $\lambda = 4,3$  мкм, 3 –  $\lambda = 5,2$  мкм, 4 –  $\lambda = 7,5$  мкм, 5 –  $\lambda = 9,45$  мкм, 6 –  $\lambda = 11,4$  мкм

### Заключение

Совершенствование тепловизионных устройств предполагает расширение их функциональных возможностей, в частности переход на двойной диапазон, включающий средневолновое и длинноволновое ИК-излучение. Резко увеличивающиеся при этом хроматические aberrации позволяет исправить включение в оптическую систему, состоящую из рефракционных линз, ДОЭ с минимизированной зависимостью его ДЭ от длины волны, угла падения излучения на элемент и перепадов температур эксплуатации. Этим требованиям при оптимальном выборе оптических материалов и конструктивных параметров удовлетворяют дифракционные элементы с двухслойной микроструктурой и двумя внутренними пилообразными рельефами.

Для расчета эффективности таких элементов в рамках строгой электромагнитной теории дифракции предложен подход, предполагающий расчет ДЭ элемента в целом через эффективность каждой зоны в отдельности. Этот подход положен в основу представленной в статье методики расчета ДЭ, которая учитывает нормированную площадь каждой зоны двухслойной микроструктуры, температурные зависимости глубин обоих рельефов и их показателей преломления, а также локальное взаимное смещение слоев микроструктуры из-за разницы коэффициентов теплового расширения их материалов.

Представлен математический аппарат предложенной методики, минимизирующий вычислительную трудоемкость, что является одним из значимых факторов, отличающих эту методику, в частности, от известного метода конечных разностей во временной области finite-difference time-domain (FDTD). Эффективность методики и потенциальные возможности атермализации ДОЭ с двухслойной микроструктурой и двумя внутренними пилообразными рельефами продемонстрированы на примере расчета ДЭ дифракционного элемента сверхвысокоапертурного рефракционно-дифракционного атермального двухдиапазонного инфракрасного объектива. Показано, что из-за перепада температуры эксплуатации (от  $-40^\circ\text{C}$  до  $+60^\circ\text{C}$ ) дифракционная эффективность падает не более чем на 7% во всем рабочем спектральном диапазоне (3,5–5,2 мкм; 7,5–11,4 мкм) и допустимом интервале углов (от  $-14^\circ$  до  $+14^\circ$ ) падения излучения на микроструктуру.

### Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-19-00081).

### References

- [1] Tissot JL, Trouilleau C, Fieque B, Crastes A, Legras O. Uncooled microbolometer detector: Recent developments at Ulis. *Opto-Electron Rev* 2006; 14(1): 25-32. DOI: 10.2478/s11772-006-0004-2.

- [2] Keskin S, Akin T. The first fabricated dual-band uncooled infrared microbolometer detector with a tunable micro-mirror structure. Proc SPIE 2012; 8353: 83531C. DOI: 10.1117/12.964551.
- [3] Smith EM, Panjwani D, Ginn J, et al. Dual band sensitivity enhancements of a VOx microbolometer array using a patterned gold black absorber. Appl Opt 2016; 55(8): 2071-2078. DOI: 10.1364/AO.55.002071.
- [4] GOST P 58565-2019 (ISO 15902:2004). Optics and photonics. Diffractive optics. Vocabulary, MOD [In Russian]. Moscow: "Standardinform" Publisher; 2019.
- [5] Greisukh GI, Levin IA, Ezhov EG. Design of ultra-high-aperture dual-range athermal infrared objectives. Photonics 2022; 9(10): 742. DOI: 10.3390/photonics9100742.
- [6] Greisukh GI, Danilov VA, Ezhov EG, Antonov AI, Usievich BA. Diffractive elements in optical systems of middle and double IR range [In Russian]. Fotonika 2020; 14(2): 160-169. DOI: 10.22184/1993-7296.FRos.2020.14.2.160.169.
- [7] Greisukh GI, Ezhov EG, Kazin SV, Sidiyakina ZA, Stepanov SA. Visual assessment of the influence of adverse diffraction orders on the quality of image formed by the refractive-diffractive optical system. Computer Optics 2014; 38(3): 418-424. DOI: 10.18287/0134-2452-2014-38-3-418-424.
- [8] Moharam MG, Gaylord TK. Diffraction analysis of dielectric surface-relief gratings. J Opt Soc Am 1982; 72(10): 1385-1392. DOI: 10.1364/josa.72.001385.
- [9] Moharam MG, Grann EB, Pommet DA, Gaylord TK. Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings. J Opt Soc Am 1995; 12(5): 1068-1076. DOI: 10.1364/josaa.12.001068.
- [10] Li L. Formulation and comparison of two recursive matrix algorithms for modeling layered diffraction gratings. J Opt Soc Am 1996; 13(6): 1024-1035. DOI: 10.1364/josaa.13.001024.
- [11] Antonov AI, Greisukh GI. Approach for finding amplitudes of the transmitted diffraction orders in the framework of a rigorous coupled-wave analysis and its application in the study of three-layer sawtooth microstructures. Proc SPIE 2020; 11551: 115511C. DOI: 10.1117/12.2572287.
- [12] Antonov AI, Greisukh GI, Ezhov EG. Techniques for speeding up algorithms for implementing rigorous coupled-wave analysis. Proc SPIE 2024; 12972: 129720H. DOI: 10.1117/12.3021997.
- [13] Moharam MG, Grann EB, Pommet DA, Gaylord TK. Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings: enhanced transmittance matrix approach. J Opt Soc Am 1995; 12(5): 1077-1086. DOI: 10.1364/josaa.12.001077.
- [14] Lalanne P, Silberstein E. Fourier-modal methods applied to waveguide computational problems. Opt Lett 2000; 25(15): 1092-1094. DOI: 10.1364/ol.25.001092.
- [15] ZEMAX. 2023. Source: <<https://www.ansys.com/products/optics/ansys-zemax-opticstudio>>.
- [16] Greisukh GI, Antonov AI, Ezhov EG, Danilov VA, Usievich BA. Conditions for minimizing the computational complexity of the RCWA calculation of the diffraction efficiency of sawtooth two-layer double-relief microstructures. Photonics 2023; 10(7): 794. DOI: 10.3390/photonics10070794.
- [17] Greisukh GI, Danilov VA, Stepanov SA, Antonov AI, Usievich BA. Minimization of the total depth of internal saw-tooth reliefs of a two-layer relief-phase diffraction microstructure. Optics and Spectroscopy 2018; 124(1): 98-102. DOI: 10.1134/S0030400X18010071.

#### Сведения об авторах

**Антонов Артем Иванович**, 1993 года рождения. Кандидат физико-математических наук. В 2014 окончил бакалавриат Пензенского государственного университета по направлению «Физика». В 2016 окончил магистратуру Пензенского государственного университета по направлению «Физика». В 2020 окончил аспирантуру кафедры физики и химии Пензенского государственного университета архитектуры и строительства по направлению «Приборы и методы в экспериментальной физике». В 2022 защитил кандидатскую диссертацию на тему «Высокоэффективные дифракционные элементы, предназначенные для изображающих оптических систем». В списке научных работ А.И. Антонова более 30 статей, 1 авторское свидетельство и 1 патент. E-mail: [gromlord@yandex.ru](mailto:gromlord@yandex.ru)

**Грейсукх Григорий Исаевич**, 1943 года рождения. В 1965 окончил Пензенский политехнический институт по специальности «Радиотехника». Почетный работник науки и техники РФ, Заслуженный работник высшей школы РФ, доктор технических наук (1990 год), профессор. Работает заведующим кафедрой физики и химии Пензенского государственного университета архитектуры и строительства. Является почетным членом Российского оптического общества им. Д.С. Рождественского. Г.И. Грейсукх – специалист в области расчета оптических систем, дифракционной и градиентной оптики. В списке научных работ Г.И. Грейсуха более 200 статей, 3 монографии, 9 авторских свидетельств и два патента. E-mail: [grey@pguas.ru](mailto:grey@pguas.ru)

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 06 июня 2024 г. Окончательный вариант – 25 июня 2024 г.

---

# Methodology for determining temperature dependences of the diffraction efficiency of two-layer two-relief microstructures in the framework of a rigorous coupled-wave analysis

A.I. Antonov<sup>1</sup>, G.I. Greisukh<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Penza State University of Architecture and Construction, Germana Titova Str. 28, Penza, 440028, Russia*

## Abstract

Aiming to calculate the diffraction efficiency of diffractive optical elements with a two-layer microstructure and two internal sawtooth reliefs within the framework of the rigorous electromagnetic theory of diffraction, we propose an approach that involves calculating the efficiency of the element as a whole through the efficiency of each zone of the microstructure separately. This approach is a basis for a DE calculation method, which takes into account the normalized area of each zone of a two-layer microstructure, the temperature dependences of the depths of both reliefs and their refractive indices, as well as the local mutual displacement of the microstructure layers due to a difference in the thermal expansion coefficients of their materials. We present a mathematical apparatus of the proposed technique that minimizes the computational complexity and demonstrates its effectiveness by the example of calculating the diffraction efficiency of the diffractive element of an ultra-high-aperture refractive-diffraction athermal dual-band infrared lens. We show that due to variations in the operating temperature (from  $-40^{\circ}\text{C}$  to  $+60^{\circ}\text{C}$ ), the diffraction efficiency drops by no more than 7 % over the entire operating spectral range ( $3.5-5.2\ \mu\text{m}$ ;  $7.5-11.4\ \mu\text{m}$ ) with permissible angles of light incidence on the microstructure ranging from  $-14^{\circ}$  to  $+14^{\circ}$ .

**Keywords:** diffractive optical element, two-layer microstructure with two internal sawtooth reliefs, diffraction efficiency, rigorous coupled-wave analysis, Fourier coefficients, temperature expansion, thermo-optical constants.

**Citation:** Antonov AI, Greisukh GI. Methodology for determining temperature dependences of the diffraction efficiency of two-layer two-relief microstructures in the framework of a rigorous coupled-wave analysis. *Computer Optics* 2025; 49(3): 391-398. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1575.

**Acknowledgements:** The study was financially supported by a grant from the Russian Science Foundation under project no. 20-19-00081.

---

## Author's information

**Artem Ivanovich Antonov**, (b. 1993) Candidate of Physical and Mathematical Sciences. In 2014 he graduated from the Penza State University, direction of "Physics", as bachelor. In 2016 he acquired the master degree of direction of "Physics". In 2020, he completed his postgraduate studies at the Department of Physics and Chemistry of the Penza State University of Architecture and Construction in the direction of "Devices and methods of experimental physics". In 2022 he defended his thesis on the topic "Highly efficient diffraction elements intended for imaging optical systems". A.I. Antonov is co-author of 30 articles, 1 invention and 1 patent. E-mail: [gromlord@yandex.ru](mailto:gromlord@yandex.ru)

**Grigoriy Isaevitch Greisukh**, (b. 1943) graduated (1965) from Penza Polytechnical Institute, majoring in radio engineering. He is the deserved worker of the Russian higher school. He received his Doctor in Technical (1990) degrees from Leningrad Institute of Precision Mechanics and Optics. He is chief of the Physics and Chemistry Department of Penza State University of Architecture and Construction. G.I. Greisukh is D.S. Rozhdestvensky Optical Society Honorary Member. His current research interests include design of optical system, diffractive and gradient-index optics. He is co-author of 200 scientific papers, 3 monographs, 9 inventions, and 2 patents. E-mail: [grey@pguas.ru](mailto:grey@pguas.ru)

---

*Received June 06, 2024. The final version – June 25, 2024.*

---