

Многопорядковые комбинированные дифракционные оптические элементы для идентификации волновых aberrаций различной величины

П.А. Хорин¹, А.П. Дзюба¹, С.Н. Хонина^{1,2}

¹ Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, 443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34;

² Институт систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт», 443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151

Аннотация

В данной работе предложены и разработаны гибридные многопорядковые дифракционные оптические элементы, согласованные с набором волновых aberrаций и полиномов Цернике. Наличие в одном дифракционном оптическом элементе сочетания двух разных типов согласованных функций позволяет использовать его для идентификации волновых aberrаций различной величины в диапазоне от $0,05\lambda$ до $0,5\lambda$. На основе численного моделирования показано, что многопорядковые дифракционные оптические элементы позволяют в одной плоскости формировать набор aberrационно-преобразованных картин. Введены критерии для идентификации сверхмалых aberrаций (до $0,1\lambda$) и aberrаций большей величины (до $0,5\lambda$). Разработан алгоритм автоматизированного выделения на картинах фокальной интенсивности областей целевого интереса. Проведён расчёт 49-канального оптического элемента, согласованного с волновыми aberrациями до 4-го порядка (в терминах функций Цернике) и функциями Цернике. На тестовых aberrированных волновых фронтах показана возможность использования предложенных оптических элементов для отличия aberrаций разного диапазона, а также для определения их типа и веса.

Ключевые слова: волновые aberrации, функции Цернике, многопорядковые ДООЭ, величина aberrации.

Цитирование: Хорин, П.А. Многопорядковые комбинированные дифракционные оптические элементы для идентификации волновых aberrаций различной величины / П.А. Хорин, А.П. Дзюба, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2025. – Т. 49, № 5. – С. 741-748. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1692.

Citation: Khorin PA, Dzyuba AP, Khonina SN. Multi-order combined diffractive optical elements for identification of different-magnitude wave aberrations. Computer Optics 2025; 49(5): 741-748. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1692.

Введение

Задача измерения и коррекции aberrаций волнового фронта часто встречается в оптике [1–3], например, в астрономических наблюдениях [4–7], в микроскопии [8, 9], при оптической коммуникации и кодировании [10–12], в офтальмологии [13–18] и других изображающих и фокусирующих системах [19–21].

Для решения этой задачи было предложено множество подходов, включая интерферометрию, теневой метод, метод Хартмана и другие [22–24].

Среди разработанных подходов одним из наиболее устойчивых к шумам является метод на основе Фурье-коррелятора с использованием пространственных фильтров, согласованных с базисом функций Цернике [25–32]. Такой датчик волнового фронта способен измерять непосредственно веса функций Цернике aberrированного волнового фронта. В частности, в работах [31, 32] была показана эффективность применения многоканальных фильтров для анализа слабых aberrаций волнового фронта.

При усилении aberrации ($>0,4\lambda$) линейная аппроксимация волнового фронта становится неприем-

лемой. Это объясняется тем, что вклад второго и последующих слагаемых разложения волнового фронта в ряд Тейлора становится более значительным, что приводит к детектированию ложных aberrаций.

Для объективной оценки величины и типа aberrации был разработан ДООЭ [33–35], согласованный с волновыми aberrациями (фазовыми функциями Цернике). Численное моделирование и экспериментальные результаты показали [34, 35] корректное детектирование волновых aberrаций с величиной до длины волны λ с возможностью расширения данного диапазона.

Таким образом, для различных диапазонов величины aberrаций необходимо применять разные типы согласованных фильтров.

В данной работе предлагаются многопорядковые комбинированные ДООЭ, согласованные с двумя разными типами функций (с волновыми aberrациями определенной величины и полиномами Цернике), для идентификации волновых aberrаций с различным диапазоном величины. По причине того, что мы не знаем заранее величину детектируемой aberrации, предлагается рассмотреть дополнительные критерии, которые сигнализируют о наличии или отсутствии линейности волнового фронта.

Удобство такого подхода состоит в том, что регистрация изображения происходит в одной плоскости, что, в свою очередь, позволяет быстро обработать изображение (например, с применением специального алгоритма) и определить тип и вес aberrации.

В таком случае возможна сравнительная оценка преобразованных распределений по некоторым критериям, в том числе максимальному и среднему значению, а также дисперсии и относительной площади по заданному порогу.

1. Теоретические основы

Рассмотрим aberrированный волновой фронт, который описывается следующим уравнением

$$w(r, \varphi) = \exp[i\psi(r, \varphi)], \quad (1)$$

где фаза может быть представлена как суперпозиция функций Цернике [36 – 38]:

$$\psi(r, \varphi) = \sum_{n,m} c_{nm} Z_n^m(r, \varphi), \quad (2)$$

где c_{nm} – весовой коэффициент aberrации, $Z_n^m(r, \varphi)$ – функции Цернике порядка (n, m) :

$$Z_n^m(r, \varphi) = \sqrt{\frac{n+1}{\pi r_0^2}} R_n^m(r) \begin{cases} \cos(m\varphi) \\ \sin(m\varphi) \end{cases}, \quad (3)$$

где $R_n^m(r)$ – радиальные полиномы Цернике:

$$R_n^m(r) = \sum_{p=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^p (n-p)!}{p! \left(\frac{n+m}{2} - p\right)! \left(\frac{n-m}{2} - p\right)!} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{n-2p}, \quad (4)$$

где $|m| \leq n$, $(n-m)$ – чётное.

Также известны комплексные функции Цернике с вихревой фазовой зависимостью [30]:

$$\hat{Z}_{nm}(r, \varphi) = A_{nm} R_n^m(r) \exp(im\varphi), \quad (5)$$

$$A_{nm} = \begin{cases} \sqrt{2n+2}, m \neq 0 \\ \sqrt{n+1}, m = 0 \end{cases}.$$

Для идентификации волновых aberrаций различной величины предлагается использовать многопорядковый комбинируемый ДОО с комплексной функцией пропускания:

$$\begin{aligned} \tau(x, y) &= \tau_1(x, y) + \tau_2(x, y) = \\ &= \sum_{p,q,k} \exp\left\{i\left[d_{pqk} Z_{pq}^*(x, y) + (a_{pqk} x + b_{pqk} y)\right]\right\} + \\ &+ \sum_{p,q} \hat{Z}_{pq}^*(x, y) \exp\left[i(\tilde{a}_{pq} x + \tilde{b}_{pq} y)\right], \end{aligned} \quad (6)$$

где d_{pqk} – весовой коэффициент закодированной волновой aberrации $Z_{pq}(r, \varphi)$, a_{pqk} , b_{pqk} , $\tilde{a}_{pq}$, $\tilde{b}_{pq}$ – параметры пространственных несущих частот.

Поле, формируемое ДОО вида (6), в дальней зоне дифракции или в фокальной плоскости линзы можно описать преобразованием Фурье:

$$\begin{aligned} G(\rho, \theta) &= -\frac{i}{\lambda f} \int_0^R \int_0^{2\pi} \left\{ \tau(r, \varphi) \times \right. \\ &\times \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda f} r \rho \cos(\theta - \varphi)\right] r dr d\varphi \left. \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

где λ – длина волны, f – фокусное расстояние линзы, R – радиус оптического элемента.

2. Численное моделирование действия ДОО

2.1. Расчёт многоканального комбинируемого ДОО

На первом этапе выполнен расчёт комплексной функции пропускания комбинируемого ДОО (6). На рис. 1 представлена амплитуда и фаза ДОО, рассчитанного для 49 дифракционных порядков (400×400 пикселей). Физический размер предполагаемого ДОО приблизительно равен 5×5 мм² при условии размера одного пикселя $12,5 \times 12,5$ мкм². Стоит отметить, что в настоящее время наиболее доступные технологии изготовления многоуровневых ДОО ограничены в разрешающей способности приблизительно 1 мкм [39, 40]. Разрешающая способность у предложенного 49-канального фильтра в 12,5 раз превышает критическую разрешающую способность, что говорит о сравнительно простом процессе нанесения дифракционного рисунка и возможности практического изготовления ДОО. В то же время предлагаемый многоканальный ДОО можно без проблем реализовать с использованием доступных как пропускающих, так и отражающих пространственных модуляторов света, имеющих дискретность более 1000×700 пикселей [41, 42].

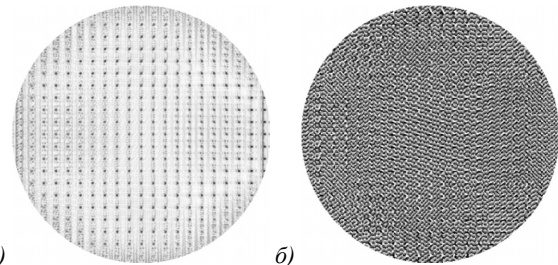


Рис. 1. Амплитуда (а) и фаза (б) комбинируемого ДОО

Проведём численный расчёт дифракции в фокальной плоскости ДОО (6) с использованием выражения (7) при следующих значениях параметров: $R = 1$ мм, $\lambda = 0,5$ мкм, $f = 100$ мм. На рис. 2 представлена комбинируемая картина интенсивности в фокальной плоскости. Она представляет собой 49 дифракционных порядков. В первом блоке (волновые aberrации) закодированы фазовые функции Цернике, соответствующие различным типам (p, q) волновых aberrаций $\exp[i d_{pqk} Z_{pq}^*(x, y)]$ с различными весовыми коэффициентами d_{pqk} . Во втором блоке (полиномы Цернике) закодированы комплексные функции Цернике $\hat{Z}_{pq}^*(x, y)$ (5) с индексами (p, q) .

Стоит отметить, что второй блок дифракционных порядков согласован с функциями Цернике в экспо-

ненциальном $\hat{Z}_{pq}(x, y)$ представлении по причине того, что данный вид функции позволяет кодировать сразу положительные ($q > 0$) и отрицательные ($q < 0$) аберрации.

Для изготовления ДОО с высокой дифракционной эффективностью рассчитан фазовый ДОО $\tau(x, y)$ на основе метода частичного кодирования [43, 44].

Дифракционная эффективность (8) представляет собой отношение интенсивности $G(u, v) = \Im[\tau(x, y)]$, полученной в фокальной плоскости рассчитанного фазового ДОО к интенсивности $G_0(u, v) = \Im[\tau(x, y)]$, полученной в фокальной плоскости амплитудно-фазового ДОО:

$$\varepsilon = \left(\iint_{\Omega} |G(u, v)|^2 du dv \right) \left(\iint_{\Omega} |G_0(u, v)|^2 du dv \right)^{-1}, \quad (8)$$

где Ω – область интегрирования.

На рис. 3 показана фаза рассчитанного фазового ДОО. На рис. 4 показано распределение интенсивности (инверсия) в фокальной плоскости фазового ДОО. Дифракционная эффективность ε составила 60 %, а ошибка формирования картины интенсивности в фокальной плоскости ДОО равна 20 %.

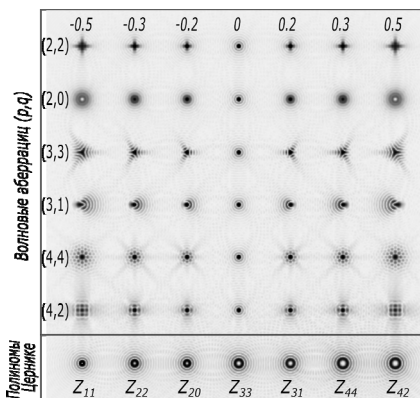


Рис. 2. Распределение интенсивности (инверсия) в фокальной плоскости ДОО

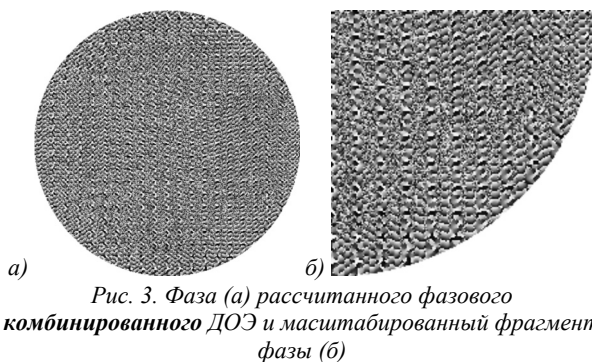


Рис. 3. Фаза (а) рассчитанного фазового комбинированного ДОО и масштабированный фрагмент фазы (б)

Стоит отметить, что ошибка в основном возникает за счёт шума между дифракционными порядками и искажения осесимметричных аберраций (дефокусировка, $p = 2, q = 0$).

Что касается ошибки формирования картин интенсивности в каждом дифракционном порядке, то она не превышает 10 – 13 %.

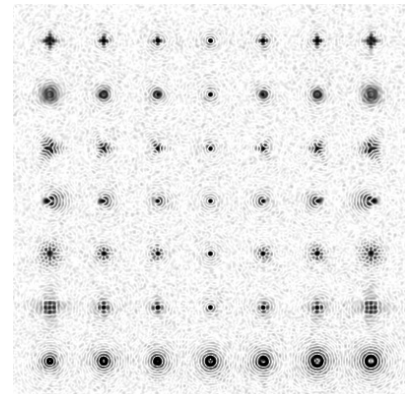


Рис. 4. Распределение интенсивности (инверсия) в фокальной плоскости рассчитанного фазового ДОО

2.2. Применение комбинированного ДОО

Зададим тестовый аберрированный волновой фронт, содержащий одну волновую аберрацию:

$$w(r, \varphi) = \exp[i\psi(r, \varphi)], \quad \psi(r, \varphi) = c_{nm} Z_{nm}(r, \varphi). \quad (9)$$

На рис. 8 представлен результат расчёта дифракции тестового аберрированного волнового фронта $w(r, \varphi)$ на многоканальном ДОО (6).

Для малых значений величины аберрации c_{nm} волновой фронт (9) пропорционален фазе $\psi(r, \varphi)$:

$$\exp[i\psi(r, \varphi)] \approx 1 + i\psi(r, \varphi) \approx 1 + ic_{nm} Z_{nm}(r, \varphi). \quad (10)$$

В этом случае после падения волнового фронта (10) на фильтр, согласованный с комплексными функциями Цернике $\hat{Z}_{pq}^*(x, y)$ (5), мы получим (например, для положительного m):

$$\begin{aligned} g(r, \varphi) &\approx [1 + ic_{nm} Z_{nm}(r, \varphi)] \hat{Z}_{pq}^*(x, y) = \\ &= [1 + ic_{nm} R_n^m(r) \cos(m\varphi)] R_p^q(r) \exp(-iq\varphi) = \\ &= R_p^q(r) \exp(-iq\varphi) + 0,5ic_{nm} R_n^m(r) R_p^q(r) \exp[i(m-q)\varphi] + \\ &+ 0,5ic_{nm} R_n^m(r) R_p^q(r) \exp[-i(m+q)\varphi]. \end{aligned}$$

С учетом ортогональности угловых гармоник, в центрах всех дифракционных порядков, для которых $m \neq q$, будет нулевое значение. Если же $m = q$, то в фокальной плоскости будет поле с ненулевой интенсивностью в центре дифракционного порядка, в соответствии с преобразованием Фурье от следующей функции:

$$\begin{aligned} g(r, \varphi) &\approx R_p^m(r) \exp(-im\varphi) + \\ &+ 0,5ic_{nm} R_n^m(r) R_p^m(r) [1 + \exp(-i2m\varphi)]. \end{aligned} \quad (11)$$

Анализ выражения (11) показывает, что интенсивность центрального пика будет пропорциональна квадрату модуля величины аберрации $|c_{nm}|^2$. Причем он будет достаточно слабым на фоне кольцевого распределения с вихревой фазой m -го порядка, соответствующего первому слагаемому в выражении (11). Однако сам факт ненулевого значения в центре тако-

го дифракционного порядка можно использовать для определения диапазона величины aberrации волнового фронта.

Далее при моделировании рассмотрены волновые aberrации типа дисторсия $n = 1$, $m = 1$ (рис. 5б),

астигматизм $n = 2$, $m = 2$ (рис. 5в), кома $n = 3$, $m = 1$ (рис. 5г) с весовым коэффициентом $c_{nm} \leq 0,1\lambda$. В таком случае СКО дифракционных порядков, отличных от полиномов Цернике (рис. 5а–г, нижний ряд дифракционных порядков), не превышает 0,10.

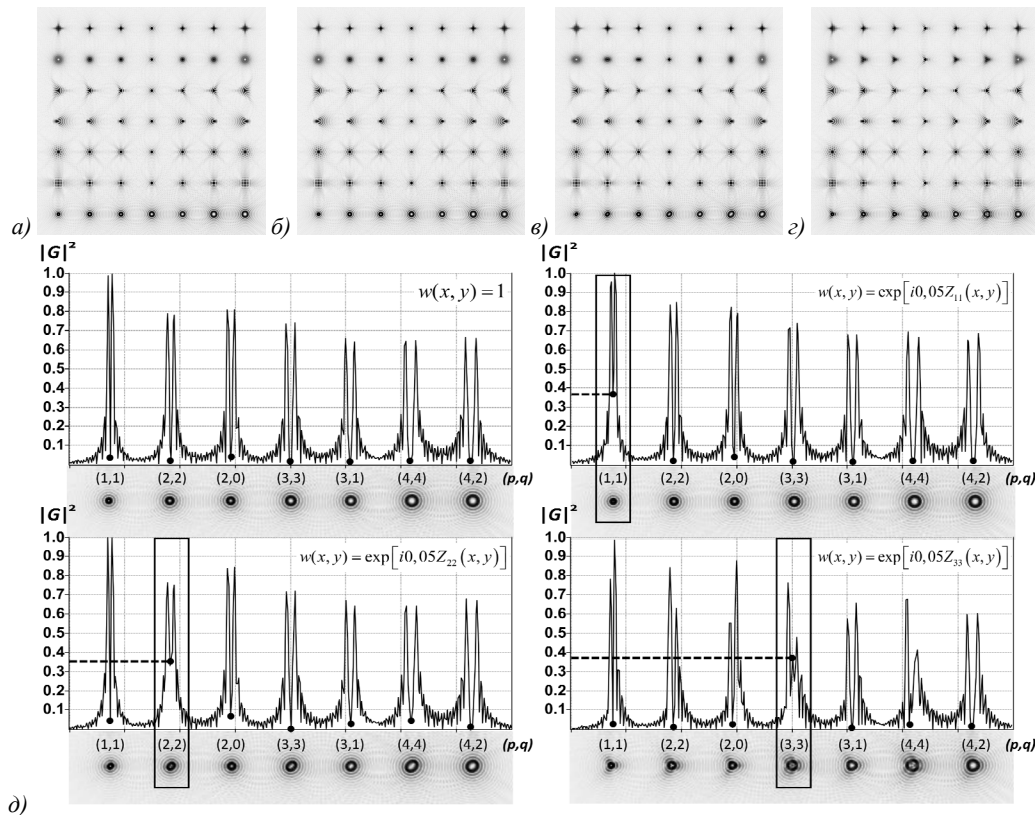


Рис. 5. Графики нормализованной интенсивности при анализе безабберационного поля (а) и волнового фронта с aberrациями типа: дисторсия $n = 1$, $m = 1$ (б), астигматизм $n = 2$, $m = 2$ (в), трилистник $n = 3$, $m = 3$ (г). Детализация нормализованной интенсивности и их поперечных проекций 7-го ряда дифракционных порядков (д)

При этом картина дифракции в верхней части поля практически не меняется, однако дифракционные порядки, расположенные в нижней строке, позволяют идентифицировать вес и тип aberrации в исследуемом волновом фронте (9). На рис. 5д представлены графики нормализованной интенсивности и проекции при $x=0$ только нижнего ряда дифракционных порядков.

При анализе безабберационного волнового фронта $w(r, \varphi) = 1$ в центрах каждого дифракционного порядка регистрируется фактически нулевое распределение интенсивности.

Если задать волновой фронт с aberrацией типа дисторсия $w(r, \varphi) = \exp[i0,05Z_{11}(x, y)]$, то в центре соответствующего дифракционного порядка $(p, q) = (1,1)$ регистрируется ненулевое распределение интенсивности, причём значение интенсивности пропорционально связано с весовым коэффициентом c_{nm} . В данном тестовом примере значение нормализованного весового коэффициента c_{11} равно 0,37.

Зададим другой тип волновой aberrации $w(r, \varphi) = \exp[i0,05Z_{22}(x, y)]$, тогда в центре соответствующего дифракционного порядка $(p, q) = (2,2)$ ре-

гистрируется ненулевое распределение интенсивности, равное 0,36. Рассмотрим волновую aberrацию типа трилистник $w(r, \varphi) = \exp[i0,05Z_{33}(x, y)]$, тогда в центре соответствующего дифракционного порядка $(p, q) = (3,3)$ регистрируется ненулевое распределение интенсивности, равное 0,39. Результаты математического моделирования согласуются с теоретическим анализом, приведенным выше.

Известно [31–33], что с увеличением весового коэффициента c_{nm} исследуемой aberrации (n, m) более чем на $0,3\lambda$, дифракционные порядки, согласованные с полиномами Цернике (нижний ряд комбинированного ДОО), выполняют ложное детектирование, т.е. ненулевая интенсивность детектируется и в других дифракционных порядках этого ряда $(p, q) \neq (n, m)$. Стоит отметить, что в таком случае СКО дифракционных порядков, отличных от полиномов Цернике (рис. 5а–г, нижний ряд), значительно возрастает.

Зададим aberrированный волновой фронт с aberrацией типа трилистник $w(r, \varphi) = \exp[i0,05Z_{33}(x, y)]$, тогда в центре соответствующего дифракционного порядка $(p, q) = (3,3)$, $d_{pqk} = 0,2$ регистрируется корре-

ляционный пик с максимальной интенсивностью в центре (рис. 6а – 3-й ряд 5-я колонка, рис. 6б).

Зададим этот же тип волновой aberrации с весовым коэффициентом $c_{33} = 0,3$ $w(r, \varphi) = \exp[i0,05Z_{33}(x, y)]$, тогда в центре соответствующего дифракционного порядка $(p, q) = (3, 3)$, $d_{pqk} = 0,3$ регистрируется корреляционный пик с мак-

симальной интенсивностью в центре (рис. 6б – 3-й ряд 6-я колонка, рис. 6в). Таким образом, дифракционные порядки, соответствующие волновым aberrациям (рис. 6а–б, кроме нижнего ряда, где возникают и ложные пики), позволяют идентифицировать вес и тип aberrации в исследуемом волновом фронте (9) при более высоких значениях aberrаций.

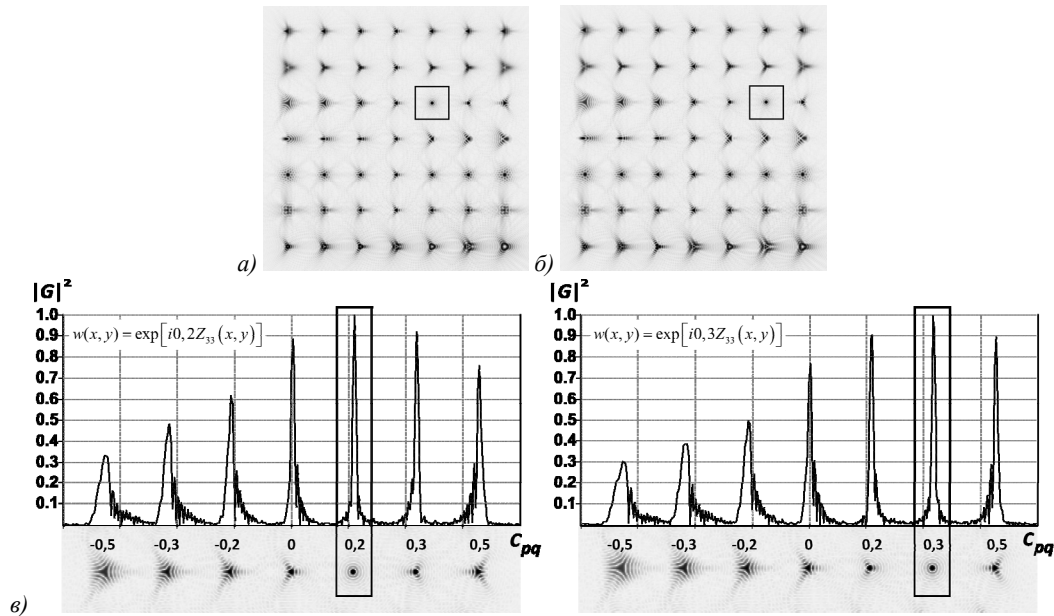


Рис. 6. Графики нормализованной интенсивности при анализе волнового фронта с aberrацией типа трилистник $n = 3$, $t = 3$ с весовым коэффициентом $c_{33} = 0,2$ (а), $c_{33} = 0,3$ (б). Детализация нормализованной интенсивности и их поперечных проекций 3-го ряда дифракционных порядков соответственно (в)

3. Автоматизация обработки фокальной картины

Хотя при численном расчете центры дифракционных порядков однозначно определяются по параметрам пространственных несущих частот в выражении (6), на практике возможно смещение этих центров, причем нелинейное. Для автоматизированного выделения на картинах фокальной интенсивности областей целевого интереса, описанных в предыдущем параграфе, был разработан специальный алгоритм. При этом отдельно рассматривается нижний ряд и вся часть поля выше этого ряда. Для анализа использованы критерии поиска максимального значения (K_1 , рамка со сплошным контуром (рис. 7, 8)), области с минимальным значением среднего (K_2 , рамка с пунктирным контуром (рис. 7, 8)), а также области с наибольшим количеством пикселей, имеющих величину выше некоторого заданного порога (K_3 , рамка с контуром в виде точек (рис. 7, 8)).

Выбор нескольких критериев связан с возможностью формирования сразу нескольких областей интереса. Например, когда вес анализируемой aberrации c_{nm} в (9) имеет промежуточное значение между двумя закодированными в фильтре значениями (см. рис. 7). Также наличие нескольких критериев позволяет ослабить влияние возможной неравномерности площадей условных областей дифракционных порядков.

Отметим, что применение таких простых критериев для анализа нижнего ряда не подходит (см. рис. 8), так как, кроме корреляционного пика, присутствует влияние дополнительных слагаемых (см. выражение (11)).

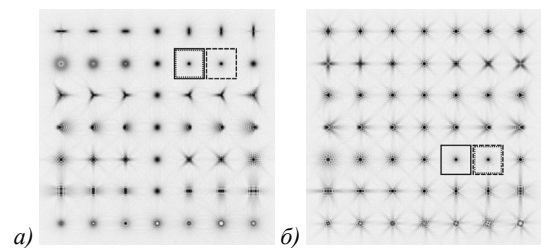


Рис. 7. Автоматизированное определение нескольких областей интереса в ситуации, когда вес анализируемой aberrации $c_{20} = 0,25$ (а) и $c_{44} = 0,25$ (б) имеет промежуточное значение между двумя закодированными в фильтре значениями

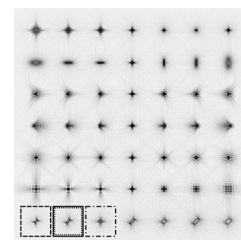


Рис. 8. Автоматизированное определение нескольких областей интереса в нижней строке в ситуации, когда вес анализируемой aberrации $c_{22} = 0,3$

Таким образом, в нижней строке фокальной картины (рис. 8) оказались выделены также области, соседние с нужной. При этом добавление критерия минимальной дисперсии (K_4 , рамка с контуром в виде точки-тире (рис. 8)) не решает имеющуюся проблему.

Заключение

Частотно-пространственное преобразование оптическими методами является эффективным инструментом для обработки оптических сигналов и улучшения качества изображений, в том числе для идентификации волновых aberrаций в широком диапазоне величин. Существуют различные подходы, которые могут быть использованы для определения типа и веса aberrации. Выбор конкретного метода зависит от характеристики исследуемого волнового фронта, требований к точности и эффективности, а также от конкретной задачи, которую необходимо решить.

Одной из особенностей многопорядковых оптических элементов является параллельная обработка, что позволяет быстро анализировать большие объемы информации одновременно. Это особенно полезно для задач идентификации суперпозиции волновых aberrаций, где требуется обработка в режиме реального времени.

В данной работе предложены и разработаны комбинированные ДОЭ, согласованные с набором волновых aberrаций и полиномов Цернике. Наличие в одном ДОЭ сочетания двух разных типов согласованных функций позволяет использовать его для идентификации волновых aberrаций различной величины в диапазоне от $0,05\lambda$ до $0,5\lambda$.

Проведен расчёт 49-канального комбинированного ДОЭ, согласованного с волновыми aberrациями до 4-го порядка (в терминах функций Цернике) и функциями Цернике. Для распознавания как малых aberrаций до $0,1\lambda$, так и более значительных искажений волнового фронта до $0,5\lambda$ установлены критерии максимального значения интенсивности, минимального значения среднего и максимального количества пикселей, имеющих величину выше некоторого заданного порога. На основе данных критериев разработан эффективный алгоритм автоматического поиска областей интереса на картинах фокальной интенсивности, что существенно упрощает процесс их анализа.

На модельных aberrированных волновых фронтах показана возможность применения разработанных оптических элементов и введённых критериев для идентификации aberrаций различных диапазонов, определения их типа и количественной оценки величины искажений.

Перспективы развития предложенного метода для идентификации суперпозиции aberrаций заключаются в использовании различных способов и подходов для каждого типа согласованных функций. В частности, в работе [33] показана возможность идентификации типа и веса суперпозиции слабых aberrаций до

$0,3\lambda$ на основе многоканального ДОЭ, согласованного с функциями Цернике. Кроме того, для идентификации суперпозиции aberrации с величиной более $0,1\lambda$ возможна поэтапная компенсация aberrаций волнового фронта с применением методов оптимизации. Примерами таких подходов применительно к первому блоку дифракционных порядков (волновые aberrации) может выступать метод центральных моментов [45], алгоритм Левенберга–Марквардта [46] и др. В работах [35, 47] представлен итерационный алгоритм коррекции волнового фронта на основе оптического разложения по волновым aberrациям, где на каждой итерации выполняется компенсация aberrаций волнового фронта с учетом коэффициентов разложения.

Таким образом, представленный метод позволяет значительно расширить диапазон величин детектируемых aberrаций при помощи одного комбинированного ДОЭ, что имеет важное значение для решения фазовой проблемы.

Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-79-10101, <https://rscf.ru/project/24-79-10101/> (в части численного моделирования), а также в рамках Государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» (в теоретической части).

References

- [1] Rodríguez AC, Booth MJ, Turcotte R. Editorial: Adaptive optics for in vivo brain imaging. *Front Neurosci* 2023; 17: 1188614. DOI: 10.3389/fnins.2023.1188614.
- [2] Roddier F. *Adaptive optics in astronomy*. Cambridge: Cambridge University Press; 1999.
- [3] Lukin VP. Adaptive optics in the formation of optical beams and images. *Phys-Usp* 2014; 57(6): 556. DOI: 10.3367/UFNe.0184.201406b.0599.
- [4] Klebanov IM, Karsakov AV, Khonina SN, Davydov AN, Polyakov KA. Wavefront aberration compensation of space telescopes with telescope temperature field adjustment. *Computer Optics* 2017; 41(1): 30-36. DOI: 10.18287/0134-2452-2017-41-1-30-36.
- [5] Rastorguev AA, Kharitonov SI, Kazanskiy NL. Modeling of arrangement tolerances for the optical elements in a space-borne Offner imaging hyperspectrometer. *Computer Optics* 2018; 42(3): 424-431. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-424-431.
- [6] Chen Z, Leng R, Yan C, Fang C, Wang Z. Analysis of telescope wavefront aberration and optical path stability in space gravitational wave detection. *Appl Sci* 2022; 12(24): 12697. DOI: 10.3390/app122412697.
- [7] Yudaev AV, Shashkova IA, Kiselev AV, Komarova AA, Tavrov AV. Wavefront correction for the observation of an exoplanet against the background of the diffraction stellar vicinity. *J Exp Theor Phys* 2023; 136: 109-130. DOI: 10.1134/S1063776123020127.
- [8] Booth MJ. Adaptive optical microscopy: the ongoing quest for a perfect image. *Light Sci Appl* 2014; 3: e165. DOI: 10.1038/lsa.2014.46.
- [9] Ji N. Adaptive optical fluorescence microscopy. *Nat Methods* 2017; 14(4): 374-380. DOI: 10.1038/nmeth.4218.

- [10] Thomas S. A simple turbulence simulator for adaptive optics. *Proc SPIE* 2004; 5490: 766-773. DOI: 10.1117/12.549858.
- [11] Nevzorov AA, Stankevich DA. A method of wavefront distortion correction for an atmospheric optical link with a small volume of information transmitted through a service channel. *Computer Optics* 2020; 44(5): 848-851. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-733.
- [12] Du M, Loetgering L, Eikema KSE, Witte S. Measuring laser beam quality, wavefronts, and lens aberrations using ptychography. *Opt Express* 2020; 28(4): 5022-5034. DOI: 10.1364/OE.385191.
- [13] Artal P, Guirao A, Berrio E, Williams DR. Compensation of corneal aberrations by the internal optics in the human eye. *J Vision* 2001; 1: 1-8. DOI: 10.1167/1.1.1.
- [14] Prieto PM, Fernandez EJ, Manzanera S, Artal P. Adaptive optics with a programmable phase modulator: applications in the human eye. *Opt Express* 2004; 12(17): 4059-4071. DOI: 10.1364/OPEX.12.004059.
- [15] Khorin PA, Khonina SN, Karsakov AV, Branchevskiy SL. Analysis of corneal aberration of the human eye. *Computer Optics* 2016; 40(6): 810-817. DOI: 10.18287/0134-2452-2016-40-6-810-817.
- [16] Martins AC, Vohnsen B. Measuring ocular aberrations sequentially using a digital micromirror device. *Micromachines* 2019; 10(2): 117. DOI: 10.3390/mi10020117.
- [17] Baum OI, Omel'chenko AI, Kasianenko EM, Skidanov RV, Kazanskiy NL, Sobol EN, Bolshunov AV, Avetisov SE, Panchenko VYa. Control of laser-beam spatial distribution for correcting the shape and refraction of eye cornea. *Quantum Electron* 2020; 50(1): 87-93. DOI: 10.1070/QEL17216.
- [18] Khorin PA, Khonina SN. Simulation of the human myopic eye cornea compensation based on the analysis of aberrometric data. *Vision* 2023; 7(1): 21. DOI: 10.3390/vision7010021.
- [19] Khonina SN, Ustinov AV, Pelevina EA. Analysis of wave aberration influence on reducing focal spot size in a high-aperture focusing system. *J Opt* 2011; 13(9): 095702. DOI: 10.1088/2040-8978/13/9/095702.
- [20] Abramenko AA. Extrinsic calibration of stereo camera and three-dimensional laser scanner. *Computer Optics* 2019; 43(2): 220-230. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-2-220-230.
- [21] Hampson KM, Turcotte R, Miller DT, Kurokawa K, Males JR, Ji N, Booth MJ. Adaptive optics for high-resolution imaging. *Nat Rev Methods Primers* 2021; 1: 68. DOI: 10.1038/s43586-021-00066-7.
- [22] Campbell H, Greenaway A. Wavefront sensing: From historical roots to the state-of-the-art. *EAS Publ Ser* 2006; 22: 165-185. DOI: 10.1051/eas:2006131.
- [23] Ling T, Jiang J, Zhang R, Yang Y. Quadriwave lateral shearing interferometric microscopy with wideband sensitivity enhancement for quantitative phase imaging in real time. *Sci Rep* 2017; 7: 9. DOI: 10.1038/s41598-017-00053-7.
- [24] Yang W, Wang J, Wang B. A method used to improve the dynamic range of Shack-Hartmann wavefront sensor in presence of large aberration. *Sensors* 2022; 22(19): 7120. DOI: 10.3390/s22197120.
- [25] Mahajan VN. Zernike circle polynomials and optical aberration of system with circular pupils. *Appl Opt* 1994; 33(34): 8121-8124. DOI: 10.1364/AO.33.008121.
- [26] Love GD. Wavefront correction and production of Zernike modes with a liquid crystal spatial light modulator. *Appl Opt* 1997; 36(7): 1517-1525. DOI: 10.1364/ao.36.001517.
- [27] Khonina SN, Kotlyar VV, Soifer VA, Wang Y, Zhao D. Decomposition of a coherent light field using a phase Zernike filter. *Proc SPIE* 1998; 3573: 550-553. DOI: 10.1117/12.324588.
- [28] Booth MJ. Direct measurement of Zernike aberration modes with a modal wavefront sensor. *Proc SPIE* 2003; 5162: 79-90. DOI: 10.1117/12.503695.
- [29] Sheppard CJR. Zernike expansion of pupil filters: optimization of the signal concentration factor. *J Opt Soc Am A* 2015; 32(5): 928-933. DOI: 10.1364/JOSAA.32.000928.
- [30] Porfirev AP, Khonina SN. Experimental investigation of multi-order diffractive optical elements matched with two types of Zernike functions. *Proc SPIE* 2016; 9807: 98070E. DOI: 10.1117/12.2231378.
- [31] Khonina SN, Karpeev SV, Porfirev AP. Wavefront aberration sensor based on a multichannel diffractive optical element. *Sensors* 2020; 20(14): 3850. DOI: 10.3390/s20143850.
- [32] Degtyarev SA, Porfirev AP, Khonina SN. Zernike basis-matched multi-order diffractive optical elements for wavefront weak aberrations analysis. *Proc SPIE* 2017; 10337: 103370Q. DOI: 10.1117/12.2269218.
- [33] Khorin PA, Volotovskiy SG. Analysis of the threshold sensitivity of a wavefront aberration sensor based on a multi-channel diffraction optical element. *Proc SPIE* 2020; 11793: 117930B. DOI: 10.1117/12.2588188.
- [34] Khorin PA, Porfirev AP, Khonina SN. Adaptive detection of wave aberrations based on the multichannel filter. *Photonics* 2022; 9(3): 204. DOI: 10.3390/photonics9030204.
- [35] Khorin PA, Volotovskiy SG, Khonina SN. Optical detection of values of separate aberrations using a multi-channel filter matched with phase Zernike functions. *Computer Optics* 2021; 45(4): 525-533. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-906.
- [36] Wang JY, Silva DE. Wave-front interpretation with Zernike polynomials. *Appl Opt* 1980; 19(9): 1510-1518. DOI: 10.1364/AO.19.001510.
- [37] Mahajan VN. Zernike circle polynomials and optical aberration of system with circular pupils. *Appl Opt* 1994; 33(34): 8121-8124. DOI: 10.1364/AO.33.008121.
- [38] Lakshminarayanan V, Fleck AZ. Zernike polynomials: a guide. *J Mod Opt* 2011; 58(7): 545-561. DOI: 10.1080/09500340.2011.554896.
- [39] Skidanov RV, Moiseev OY, Ganchevskaya SV. Additive process for fabrication of phased optical diffraction elements. *J Opt Technol* 2016; 83(1): 23-25. DOI: 10.1364/JOT.83.000023.
- [40] Khonina SN, Kazanskiy NL, Butt MA. Grayscale lithography and a brief introduction to other widely used lithographic methods: A state-of-the-art review. *Micromachines* 2024; 15(11): 1321. DOI: 10.3390/mi15111321.
- [41] Suchkov N, Fernández EJ, Martínez-Fuentes JL, Moreno I, Artal P. Simultaneous aberration and aperture control using a single spatial light modulator. *Opt Express* 2019; 27(9): 12399-12413. DOI: 10.1364/OE.27.012399.
- [42] Khonina SN, Karpeev SV, Butt MA. Spatial-light-modulator-based multichannel data transmission by vortex beams of various orders. *Sensors* 2021; 21(9): 2988. DOI: 10.3390/s21092988.
- [43] Kotlyar VV, Khonina SN, Melekhin AS, Soifer VA. Encoding diffractive optical elements using local phase jumps. *Computer Optics* 1999; 19: 54-64.
- [44] Khonina SN, Kotlyar VV, Soifer VA. Techniques for encoding composite diffractive optical elements. *Proc SPIE* 2003; 5036: 493-498. DOI: 10.1117/12.498521.

- [45] Volotovskiy SG, Khorin PA, Dzyuba AP, Khonina SN. Adaptive compensation of wavefront aberrations using the method of moments. Opt Mem Neural Netw 2024; 33(S2): S359-S375. DOI: 10.3103/s1060992x24700644.
- [46] Volotovskiy SG, Khorin PA. Application of an optimization algorithm for recognizing wavefront aberrations from the PSF picture. 2020 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon) 2020: 1-4. DOI: 10.1109/FarEastCon50210.2020.9271529.
- [47] Khorin PA. Iterative algorithm for wavefront correction based on optical decomposition in wave aberrations. 2021 International Conference on Information Technology and Nanotechnology (ITNT) 2021: 1-6. DOI: 10.1109/ITNT52450.2021.9649209.

Сведения об авторах

Хорин Павел Алексеевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Самарского университета; исследователь по программе Fellowship Университета ИТМО. Область научных интересов: математическое моделирование, дифракционная оптика, оптическая и цифровая обработка изображений. E-mail: paul.95.de@gmail.com / khorin.pa@ssau.ru

Дзюба Алексей Павлович, аспирант Самарского университета. Область научных интересов: компьютерное зрение, нейронные сети, оптическая и цифровая обработка изображений. E-mail: alexeydzyuba98@gmail.com

Хонина Светлана Николаевна, доктор физико-математических наук, профессор Самарского университета; главный научный сотрудник Института систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт». Область научных интересов: дифракционная оптика, сингулярная оптика, модовые и поляризационные преобразования, оптическое манипулирование, оптическая и цифровая обработка изображений. E-mail: khonina@ipsiras.ru

ГРНТИ: 29.31.29

Поступила в редакцию 01 марта 2025 г. Окончательный вариант – 24 марта 2025 г.

Multi-order combined diffractive optical elements for identification of different-magnitude wave aberrations

P.A. Khorin¹, A.P. Dzyuba¹, S.N. Khonina^{1,2}

¹ Samara National Research University, Moskovskoye Shosse 34, 443086, Samara, Russia;

² Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute",
Molodogvardeyskaya Str. 151, Samara, 443001, Russia

Abstract

In this article, multi-order combined diffractive optical elements (DOEs) matched with a set of wave aberrations and Zernike polynomials are proposed and developed. The combination of two different types of matched functions present in one DOE allows using it as a wave aberration detector with sensitivity ranging from 0.05λ to 0.5λ . Based on numerical modeling, it is shown that using multi-order DOEs, a set of aberration-transformed patterns can be generated in one plane. Criteria for detecting ultra-small aberrations (up to 0.1λ) and larger aberrations (up to 0.5λ) are introduced. Based on these criteria, an algorithm for automated selection of target areas of interest in the focal intensity patterns is developed. A 49-channel optical element matched with wave aberrations of up to the 4th order (in terms of Zernike functions) and Zernike functions is designed. Using test aberrated wave fronts we demonstrate that the proposed optical elements can be utilized to detect aberrations of different ranges, as well as to identify their type and weight.

Keywords: wave aberrations, Zernike functions, multi-order DOEs, aberration magnitude.

Citation: Khorin PA, Dzyuba AP, Khonina SN. Multi-order combined diffractive optical elements for identification of different-magnitude wave aberrations. *Computer Optics* 2025; 49(5): 741-748. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1692.

Acknowledgements: The study was partly funded by the Russian Science Foundation under grant No. 24-79-10101, <https://rscf.ru/en/project/24-79-10101/> (Numerical simulation) and within the government project of the National Research Center "Kurchatov Institute" (Theoretical substantiation).

Author's information

Pavel Alekseevich Khorin, Candidate of Physical and Mathematical Sciences; Senior researcher of Samara National Research University. Fellowship researcher of ITMO University. Research interests: mathematical modeling, diffractive optics, optical and digital image processing. E-mail: paul.95.de@gmail.com / khorin.pa@ssau.ru

Alexey Pavlovich Dzyuba, postgraduate student at Samara University. Area of scientific interests: computer vision, neural networks, optical and digital image processing. E-mail: alexeydzyuba98@gmail.com

Svetlana Nikolaevna Khonina, Doctor of Physical and Mathematical Sciences; Professor of Samara National Research University. Main researcher of the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute". Research interests: diffractive optics, singular optics, mode and polarization transformations, optical manipulating, optical and digital image processing. E-mail: khonina@ipsiras.ru

Received March 01, 2025. The final version – March 24, 2025.
