

## Локальный волновой вектор вблизи зон обратного потока энергии в оптических вихрях

С.С. Стафеев<sup>1,2</sup>, В.В. Котляр<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт»,  
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

<sup>2</sup>Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,  
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

### Аннотация

В данной работе рассмотрено поведение фазы и локального волнового вектора острогофокусированного оптического вихря с линейной поляризацией. Показано, что области неопределенности фазы соответствуют гигантским значениям локального волнового вектора. В отличие от скалярного приближения, когда теория предсказывает, что при фокусировке оптического вихря с большим топологическим зарядом в фокусе оптический вихрь сохраняется с тем же топологическим зарядом, непараксиальное векторное приближение показывает, что вихрь с большим топологическим зарядом в фокусе всегда распадается на несколько вихрей. Т.е. возникает несколько точек неопределенности фазы (и, как следствие, несколько областей с гигантским волновым вектором). В частности, если топологический заряд равен двум, то в фокальной плоскости наблюдается два смещенных с оптической оси оптических вихря с единичными топологическими зарядами. Если топологический заряд превышает два (т.е. три и выше), то в плоскости фокуса всегда формируется три оптических вихря, два из которых имеют единственный топологический заряд и смещены от оптической оси, а третий вихрь остается на оптической оси и имеет топологический заряд на два меньше, чем изначальный топологический заряд фокусируемого оптического вихря. При этом центры вихрей, смещенных с оптической оси, примерно соответствуют границам зон обратного потока энергии.

**Ключевые слова:** острая фокусировка, оптические вихри, вектор Пойнтинга, обратный поток энергии, локальный волновой вектор.

**Цитирование:** Стафеев, С.С. Локальный волновой вектор вблизи зон обратного потока энергии в оптических вихрях / С.С. Стафеев, В.В. Котляр // Компьютерная оптика. – 2026. – Т. 50, № 1. – 1672 – DOI: 10.18287/COJ1672.

**Citation:** Stafeev SS, Kotlyar VV. Local wavevector near energy backflow zones of optical vortices. Computer Optics 2026; 50(1): 1672. DOI: 10.18287/COJ1672.

### Введение

Световые пучки с неоднородным распределением фазы – оптические вихри – испытывают последние десятилетия рост интереса к ним со стороны оптиков. В работе [1] М. Берри вводит для исследования неоднородных скалярных световых полей понятия оптического тока и локального волнового вектора, определив последний как нормированный на интенсивность оптический ток. Локальный волновой вектор совпадает по величине и направлению с градиентом фазы скалярной волны, и в центрах оптических вихрей его модуль стремится к бесконечности. Позднее в работах Н.И. Желудева [2] отмечается, что большой локальный волновой вектор часто наблюдается в фокусных пятнах, полученных с помощью эффекта суперосцилляций [3 – 6]. Благодаря суперосцилляциям можно получать компактные фокусные пятна с размерами гораздо меньше дифракционного предела, однако большая часть световой энергии в таком случае идет не в само фокусное пятно, а в боковые лепестки [7]. Эффект суперосцилляций в последнее время часто привлекает к себе внимание исследователей. В частности, создаются линзы, использующие данный эффект [8, 9], и даже микроскопы на основе таких линз [10, 11]. Следует отметить, что размеры фокусных пятен, полученных с помощью эффекта суперосцилляций в эксперименте, пока что значительно превышают размеры фокусных пятен, предсказываемых теорией.

Другой эффект, связанный с изучением поведения локального волнового вектора, – обратный поток энергии. В работе [2] было показано, что зоны обратных потоков энергии сопровождаются областями с большими значениями локального волнового вектора. Обычно такие большие значения волновых векторов характерны для плазмонных, в связи с чем подобный эффект получил название «плазмоники в свободном пространстве» [12].

В данной работе рассмотрено поведение фазы и локального волнового вектора острогофокусированного оптического вихря с линейной поляризацией. Показано, что области неопределенности фазы соответствуют гигантским значениям локального волнового вектора. В отличие от скалярного оптического вихря может возникать несколько центров оптических вихрей и, как следствие, несколько областей с гигантским волновым вектором. Если топологический заряд фокусируемого вихря равен единице, то центр сфокусированного вихря располагается на оптической оси. Если топологический заряд равен двум, то в фокальной плоскости наблюдается два смещенных с оси оптических вихря с единичными топологическими зарядами. Если топологический заряд

превышает два, то в плоскости фокуса формируется три оптических вихря, два из которых имеют единичный топологический заряд и смещены с оптической оси.

### 1. Теория

Обратный поток энергии ранее фиксировался для различных пучков: цилиндрических векторных пучков [13], оптических вихрей с круговой [14] и линейной [15] поляризациями, пучков Пуанкаре [16]. В данной работе был рассмотрен наиболее простой случай – оптические вихри с линейной поляризацией:

$$\mathbf{E} = e^{in\varphi} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

где  $n$  – топологический заряд оптического вихря.

Поведение света в области острого фокуса может быть описано с помощью формулы Ричардса–Вольфа [17]:

$$\mathbf{U}(\rho, \psi, z) = -\frac{if}{\lambda} \int_0^\alpha \int_0^{2\pi} B(\theta, \varphi) T(\theta) \mathbf{P}(\theta, \varphi) \times \exp\{ik[\rho \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta]\} \sin \theta \, d\theta d\varphi, \tag{2}$$

где  $\mathbf{U}(\rho, \psi, z)$  – напряжённость электрического или магнитного поля в фокусе,  $B(\theta, \varphi)$  – амплитуда электрического или магнитного поля во входном зрачке широкоапертурной оптической системы ( $\theta$  – полярный угол,  $\varphi$  – азимутальный),  $T(\theta)$  – функция аподизации линзы,  $f$  – фокусное расстояние,  $k=2\pi/\lambda$  – волновое число,  $\lambda$  – длина волны (в моделировании считалась равной 532 нм),  $\alpha$  – максимальный полярный угол, определяемый числовой апертурой линзы ( $NA = \sin \alpha$ ),  $\mathbf{P}(\theta, \varphi)$  – вектор поляризации, для напряжённости электрического поля имеющий вид [18]:

$$\mathbf{P}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 + \cos^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \cos \varphi \end{bmatrix} a(\theta, \varphi) + \begin{bmatrix} \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ 1 + \sin^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \sin \varphi \end{bmatrix} b(\theta, \varphi), \tag{3}$$

где  $a(\theta, \varphi)$  и  $b(\theta, \varphi)$  – функции, описывающие состояние поляризации  $x$ - и  $y$ -компонент напряжённостей фокусируемых пучков. Для пучка (1)  $a(\theta, \varphi) = 1$ ,  $b(\theta, \varphi) = 0$ .

С помощью интеграла Ричардса–Вольфа (2) в работе [15] были получены значения напряженностей электрического (формула (5) в [15]) и магнитного полей (формула (6) в [15]) в фокусе для оптического вихря с топологическим зарядом  $n$  и круговой поляризацией. С учетом адаптации под линейную поляризацию формулы из [15] примут вид:

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{i^{n-1}}{2} e^{in\varphi} (2I_{0,n} + e^{i2\varphi} I_{2,n+2} + e^{-i2\varphi} I_{2,n-2}), \\ E_y &= \frac{i^n}{2} e^{in\varphi} (e^{-i2\varphi} I_{2,n-2} - e^{i2\varphi} I_{2,n+2}), \\ E_z &= -i^n e^{in\varphi} (e^{i\varphi} I_{1,n+1} - e^{-i\varphi} I_{1,n-1}), \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} H_x &= \frac{-i^n}{2} e^{in\varphi} (e^{i2\varphi} I_{2,n+2} - e^{-i2\varphi} I_{2,n-2}), \\ H_y &= \frac{i^{n-1}}{2} e^{in\varphi} (2I_{0,n} - e^{i2\varphi} I_{2,n+2} - e^{-i2\varphi} I_{2,n-2}), \\ H_z &= i^{n+1} e^{in\varphi} (e^{i\varphi} I_{1,n+1} + e^{-i\varphi} I_{1,n-1}). \end{aligned} \tag{5}$$

В (4) и (5) используются следующие интегралы, зависящие только от радиальной переменной:

$$\begin{aligned} I_{0,\nu} &= \left(\frac{\pi f}{\lambda}\right) \int_0^\alpha \sin \theta (1 + \cos \theta) T(\theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_\nu(x) d\theta, \\ I_{1,\nu} &= \left(\frac{\pi f}{\lambda}\right) \int_0^\alpha \sin^2 \theta T(\theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_\nu(x) d\theta, \\ I_{2,\nu} &= \left(\frac{\pi f}{\lambda}\right) \int_0^\alpha \sin \theta (1 - \cos \theta) T(\theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_\nu(x) d\theta, \end{aligned} \tag{6}$$

где  $x = kr \sin \theta$ ,  $(x, y, z)$ ,  $(r, \varphi, z)$  – декартовы и полярные координаты. В качестве амплитуды входной функции  $A(\theta)$  может использоваться любая радиально-симметричная функция, например, функция Бесселя–Гаусса [19]:

$$A(\theta) = J_1 \left( 2\beta \frac{\sin \theta}{\sin \alpha} \right) \exp \left[ -\beta^2 \left( \frac{\sin \theta}{\sin \alpha} \right)^2 \right], \tag{7}$$

где  $\beta$  – отношение радиуса зрачка апланатической системы к радиусу перетяжки гауссова пучка.

Также в работе [15] было показано, что поток энергии в фокальной плоскости имеет вид:

$$S_z = \frac{1}{2} (I_{0,n}^2 - I_{2,n+2}^2 - I_{2,n-2}^2) \tag{8}$$

и в условиях острой фокусировки, когда влияние последних двух слагаемых велико, может принимать отрицательные значения. Ранее же было подмечено [2], что такие области обратных потоков энергии сопровождаются областями с гигантским значением локального волнового вектора:

$$\mathbf{k} = \nabla\varphi, \tag{9}$$

где  $\varphi$  – фаза скалярного светового поля. Следовательно, область обратного потока энергии (8) также должна сопровождаться зонами с большими значениями локального волнового вектора. Отметим, что в работе [2] локальные волновые вектора для векторных полей не рассматривались.

В скалярном приближении области с большим локальным волновым вектором (градиентом фазы) соответствуют центрам оптических вихрей. Предположим скалярный оптический вектор имеет вид:

$$E = r^n e^{in\varphi} = (x + iy)^n, \tag{10}$$

где  $n$  – топологический заряд вихря. Фаза вихря имеет вид:

$$\Phi = n \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right). \tag{11}$$

Можно показать, что модуль градиента фазы будет равен:

$$|\nabla\Phi| = \frac{n}{r}, \tag{12}$$

то есть имеет особую точку в нуле, совпадающую с центром вихря.

### 2. Моделирование

Рассмотрим далее, как поведет себя локальный волновой вектор (9) и фаза в целом при острой фокусировке оптического вихря (1), когда векторные эффекты (2) в фокусном пятне должны быть приняты во внимание.

В нашей работе рассматривалась фокусировка пучка (1) с длиной волны  $\lambda = 633$  нм апланатическим объективом ( $T(\theta) = \cos^{1/2}\theta$ ) с числовой апертурой  $NA = 0,95$ . Волновой фронт фокусируемого света будем считать равномерным  $A(\theta) = 1$ .

#### 2.1. Фокусировка линейно-поляризованного света в отсутствие оптического вихря

Перед тем как перейти к рассмотрению фокусировки оптических вихрей, рассмотрим фокусировку линейно-поляризованного света без оптического вихря (т.е. топологический заряд  $n$  в уравнении (1) будем считать равным нулю).

Результаты фокусировки представлены на рис. 1, 2. На рис. 1 показано распределение интенсивности  $I = I_x + I_y + I_z = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2$  в фокальной плоскости (рис. 1а) и продольной плоскости YZ (рис. 1б). В данном случае распределение интенсивности имеет вид пика (рис. 1), а не кольца, как у оптических вихрей. Основной вклад в формирование фокусного пятна в данном случае вносит компонента  $E_x$ , поэтому ниже будет рассматриваться именно она. На рис. 2 показано распределение фазы  $\arg(E_x)$  для нее. Как видно из рисунка, она не содержит областей неопределенности.

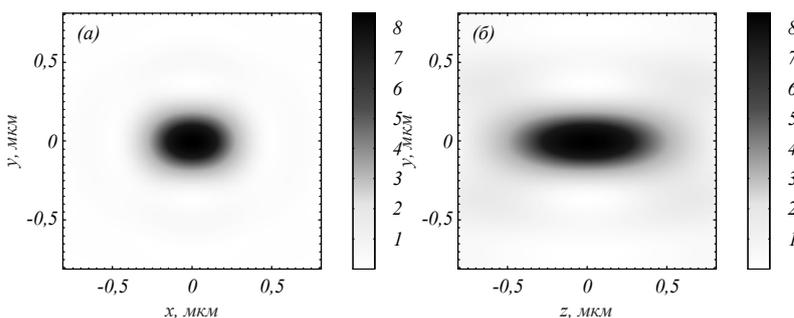


Рис. 1. Распределение интенсивности в фокальной плоскости (а) и в плоскости YZ (параллельной направлению распространения) (б) при острой фокусировке линейно-поляризованного пучка

#### 2.2. Фокусировка оптического вихря с топологическим зарядом равным единице

Рассмотрим теперь фокусировку оптического вихря с топологическим зарядом, равным единице. Из (8) следует, что в данном случае на оси продольный поток энергии положителен. Аналогично рис. 1, 2 на рис. 3 показано распределение интенсивности, а на рис. 4 – распределение фазы  $x$ -компоненты напряженности электрического поля  $\arg(E_x)$ . На рис. 5 показана  $y$ -компонента локального волнового вектора:

$$k_y = \frac{\partial(\arg E_x)}{\partial y}. \tag{13}$$

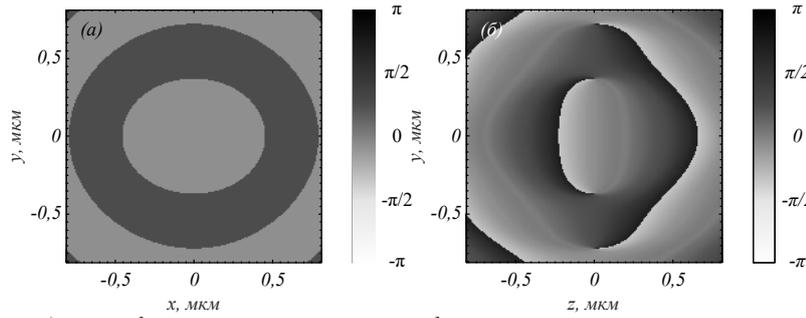


Рис. 2. Распределение фазы  $x$ -компоненты поля в сфокусированном линейно-поляризованном свете в поперечной (фокальной) (а) и продольной (б) плоскостях

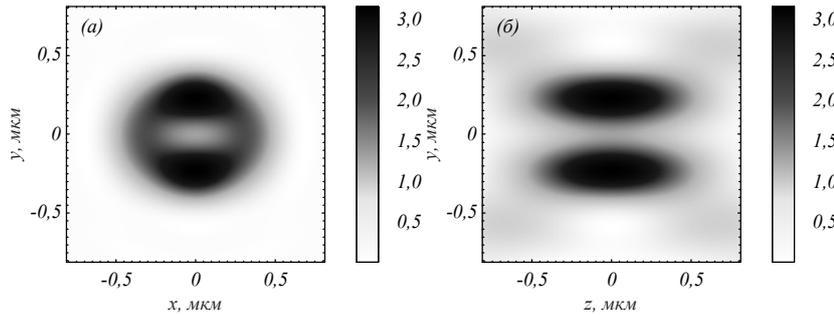


Рис. 3. Распределение интенсивности в фокальной плоскости (а) и в плоскости  $YZ$  (параллельной направлению распространения) (б) для оптического вихря с топологическим зарядом 1

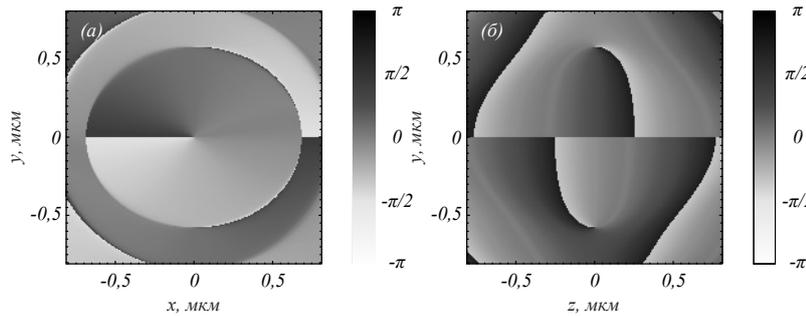


Рис. 4. Распределение фазы  $x$ -компоненты поля  $arg(E_x)$  в сфокусированном оптическом вихре с топологическим зарядом 1 в поперечной (фокальной) (а) и продольной (б) плоскостях

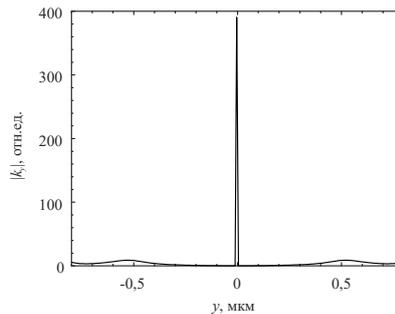


Рис. 5. Сечение  $y$ -компоненты локального волнового вектора в плоскости, параллельной направлению распространения пучка (рис. 4) при  $z=0,25$  мкм

Из рис. 4 и 5 видно, что в плоскости, перпендикулярной оптической оси, формируется оптический вихрь, который соответствует скачку локального волнового вектора (рис. 5б). Максимальные и минимальные значения на рис. 5 (черные и белые области) соответствуют скачку фазы на  $2\pi$ , их следует выкинуть из рассмотрения.

### 2.3. Фокусировка оптического вихря с топологическим зарядом, равным двум

На рис. 6–9 показан результат фокусировки вихря с топологическим зарядом, равным двум. Ранее было показано, что для этого случая область обратного потока энергии наблюдается на оптической оси. На рис. 6 показано распределение интенсивности, а на рис. 7 – продольной компоненты вектора Пойнтинга  $S_z = (\text{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*])_z$  в плоскости, параллельной оси распространения пучка. В согласии с (8) для вихря с топологическим зарядом, равным двум, на оптической оси наблюдаются области с отрицательными значениями продольной компоненты вектора

Пойнтинга. На рис. 8 показано распределение фазы для компоненты  $E_x$ . Из рис. 8 видно, что в отличие от скалярного вихря, для которого наблюдался бы один вихрь с топологическим зарядом, равным двум, здесь наблюдается два вихря с единичными топологическими зарядами. На рис. 9 показано распределение поперечной компоненты локального волнового вектора, его скачки соответствуют центрам вихрей.

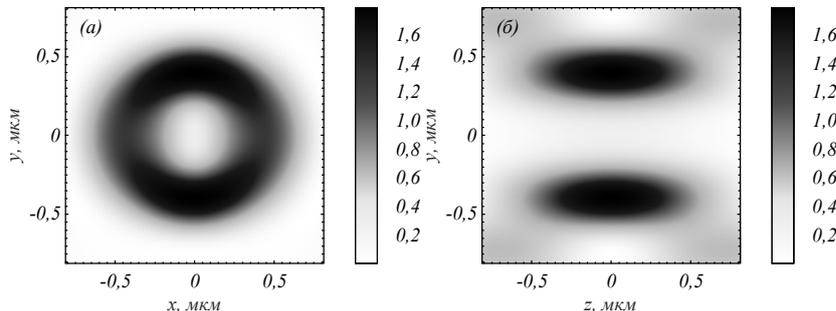


Рис. 6. Распределение интенсивности в фокальной плоскости (а) и в плоскости  $YZ$  (параллельной направлению распространения) (б) для оптического вихря с топологическим зарядом 2

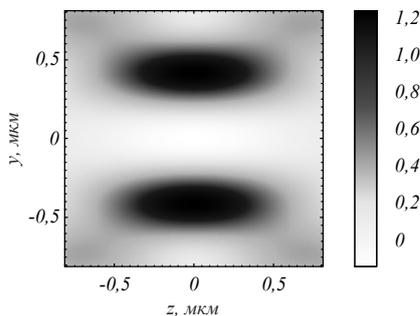


Рис. 7. Распределение продольной компоненты вектора Пойнтинга в плоскости, параллельной направлению распространения для оптического вихря с топологическим зарядом 2

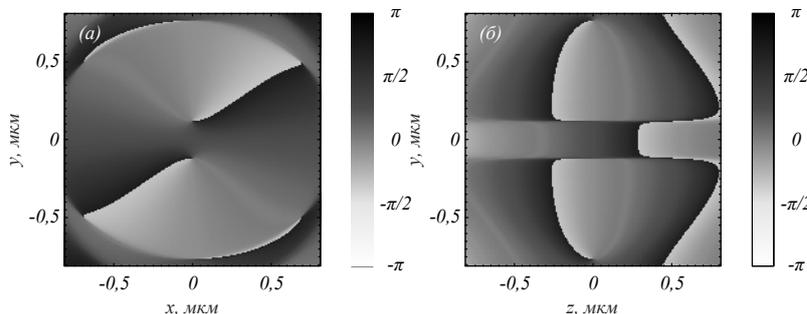


Рис. 8. Распределение фазы  $x$ -компоненты поля  $\arg(E_x)$  в сфокусированном оптическом вихре с топологическим зарядом 2 в поперечной (фокальной) (а) и продольной (б) плоскостях

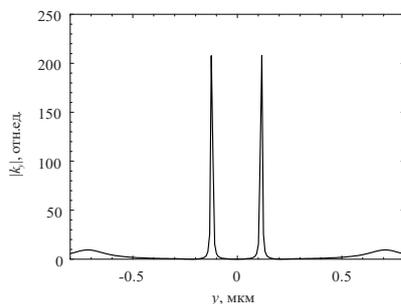


Рис. 9. Сечение  $y$ -компоненты локального волнового вектора в плоскости, параллельной направлению распространения пучка (рис. 8) при  $z = 0,2$  мкм (б)

Из сравнения рис. 7 и 9 видно, что граница области обратных потоков совпадает с областью больших значений локального волнового вектора. Для наглядности на рис. 10 показано два сечения – продольной компоненты вектора Пойнтинга (рис. 7) и фазы напряженности электрического поля  $\arg(E_x)$  (рис. 8) при  $z = 0,1$  мкм.

Следует отметить, что зоны со сверхбольшими значениями локального волнового вектора соответствуют областям с малыми значениями интенсивности (рис. 6). Экспериментальная регистрация волнового вектора в таких случаях хоть и затруднена, но возможна, что подтверждается работой [12].

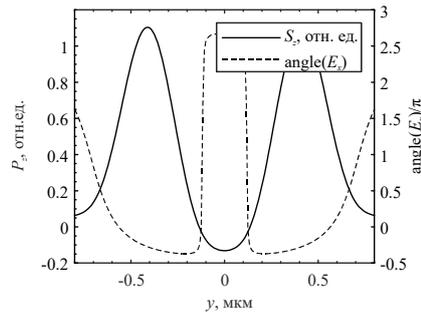


Рис. 10. Сечение продольной компоненты вектора Пойнтинга (синяя кривая) и распределение фазы  $x$ -компоненты напряженности электрического поля (красная кривая) при  $z = 0,1$  мкм (б)

2.4. Фокусировка оптических вихрей более высоких порядков

Приведем ниже также результаты распределения фазы компоненты  $E_x$  для вихрей более высоких порядков: с топологическим зарядом  $n = 3$  (рис. 11а),  $n = 4$  (рис. 11б),  $n = 5$  (рис. 11в) и  $n = 6$  (рис. 11г).

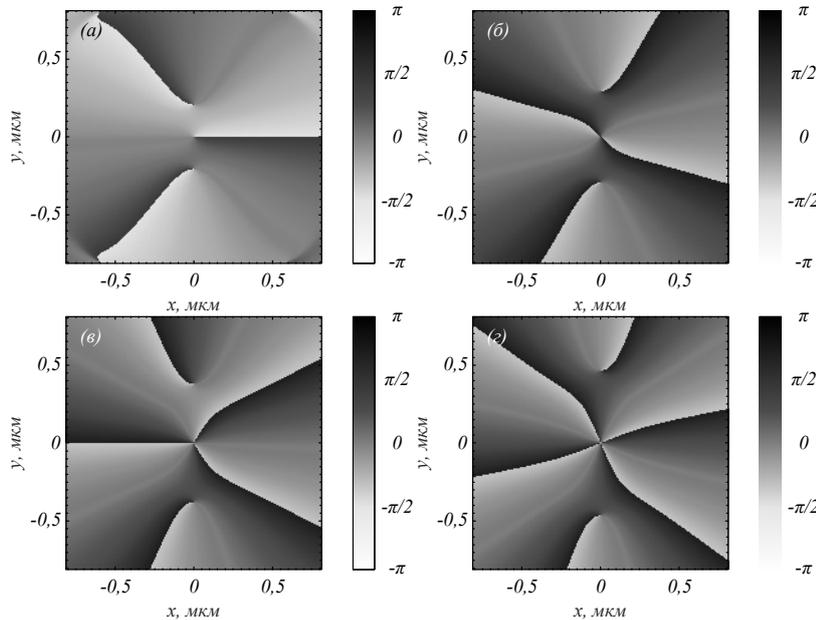


Рис. 11. Распределение фазы  $x$ -компоненты поля  $arg(E_x)$  в сфокусированном оптическом вихре с топологическим зарядом 3 (а), 4 (б), 5 (в) и 6 (г) в фокальной плоскости

Из рис. 11 видно, что компонента  $E_x$  представляет собой сумму отдельных вихрей – центр одного находится на оптической оси, центры двух других смещаются вдоль оси, перпендикулярной направлению поляризации. Наблюдаемый эффект расщепления вихря можно объяснить с помощью выражения (4) для проекции поля  $E_x$ :

$$E_x = \frac{i^{n-1}}{2} e^{in\varphi} (2I_{0,n} + e^{i2\varphi} I_{2,n+2} + e^{-i2\varphi} I_{2,n-2}). \tag{14}$$

Из (14) следует, так как первое слагаемое по модулю больше второго и третьего, то топологический заряд всей суперпозиции оптических вихрей (14) равен  $n$ . В самом центре формируется оптический вихрь, у которого наименьший показатель степени радиальной переменной. При малых значениях  $kr \ll 1$  из (6) следует, что (14) можно приближенно записать:

$$E_x \sim 2a(kr)^n e^{in\varphi} + b(kr)^{n+2} e^{i(n+2)\varphi} + c(kr)^{n-2} e^{i(n-2)\varphi}, \tag{15}$$

где  $a, b, c$  – постоянные, пропорциональные интегралам (6) после того как из них вынесли степени  $kr$ . При получении (15) использовалось выражение для функции Бесселя при малых аргументах:

$$J_n(x \ll 1) \approx (x/2)^n (n!)^{-1}. \tag{16}$$

Из (15) следует, что в центре будет оптический вихрь с топологическим зарядом  $n-2$ . Два оставшихся оптических вихря будут находиться на вертикальной декартовой оси, так как два нуля интенсивности сформируются там, где сумма первого и третьего слагаемых в (15) будет равна нулю:

$$|2a(kr)^n e^{in\varphi} + c(kr)^{n-2} e^{i(n-2)\varphi}|^2 = 4a^2(kr)^{2n} + c^2(kr)^{2(n-2)} + 4ac(kr)^{2(n-1)} \cos(2\varphi). \tag{17}$$

Из (17) видно, что нули интенсивности будут при азимутальных углах  $\varphi = +\pi/2$  и  $\varphi = -\pi/2$ , так как при этих углах  $\cos(2\varphi) = -1$ . Расстояние между этими двумя нулями интенсивности из (17) с учетом (16) будет примерно равно:

$$2r \approx \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{n(n-1)}. \quad (18)$$

Из (18) видно, что с ростом  $n$  два нуля на оси  $u$  удаляются от центра.

### Результаты

В данной работе рассмотрено поведение фазы и локального волнового вектора остросфокусированного оптического вихря с линейной поляризацией. В отличие от скалярного приближения, когда теория предсказывает, что при фокусировке оптического вихря с большим топологическим зарядом в фокусе оптический вихрь сохраняется с тем же топологическим зарядом, непараксиальное векторное приближение показывает, что вихрь с большим топологическим зарядом в фокусе всегда распадается на несколько вихрей. Т.е. возникает несколько точек неопределенности фазы (и как следствие несколько областей с гигантским волновым вектором). Если топологический заряд фокусируемого вихря равен единице, то центр сфокусированного вихря располагается на оптической оси. Если топологический заряд равен двум, то в фокальной плоскости наблюдается два оптических вихря с единичными топологическими зарядами, смещенными с оптической оси. Если топологический заряд превышает два, то в плоскости фокуса формируется три оптических вихря, два из которых имеют единичный топологический заряд и смещены от оптической оси. В работе было показано, что области неопределенности фазы (центры оптических вихрей) соответствуют гигантским значениям локального волнового вектора. При этом такие гигантские значения локального волнового вектора располагаются на границах зон обратного потока энергии и могут в дальнейшем использоваться для нахождения зон обратного потока энергии в эксперименте. Несмотря на малость интенсивности в зонах с гигантскими значениями локального волнового вектора, экспериментальная регистрация возможна, как показано в работе [12].

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 23–12–00236 (теория) и в рамках выполнения работ по Государственному заданию НИЦ «Курчатовский институт» (моделирование).

### References

- [1] Berry, M. V. Optical currents. *J. Opt. A Pure Appl. Opt.* 2009, 11, 094001, doi:10.1088/1464-4258/11/9/094001.
- [2] Zheludev, N.I.; Yuan, G. Optical superoscillation technologies beyond the diffraction limit. *Nat. Rev. Phys.* 2021, 4, 16-32, doi:10.1038/s42254-021-00382-7.
- [3] Aharonov, Y.; Albert, D.Z.; Vaidman, L. How the result of a measurement of a component of the spin of a spin-1/2 particle can turn out to be 100. *Phys. Rev. Lett.* 1988, 60, 1351-1354, doi:10.1103/PhysRevLett.60.1351.
- [4] Berry, M. V. A note on superoscillations associated with Bessel beams. *J. Opt.* 2013, 15, 044006, doi:10.1088/2040-8978/15/4/044006.
- [5] Berry, M. V.; Dennis, M.R. Natural superoscillations in monochromatic waves in D dimensions. *J. Phys. A Math. Theor.* 2009, 42, 022003, doi:10.1088/1751-8113/42/2/022003.
- [6] Chen, G.; Wen, Z.Q.; Qiu, C.W. Superoscillation: from physics to optical applications. *Light Sci. Appl.* 2019, 8, doi:10.1038/s41377-019-0163-9.
- [7] Rogers, E.T.F.; Zheludev, N.I. Optical super-oscillations: sub-wavelength light focusing and super-resolution imaging. *J. Opt.* 2013, 15, 094008, doi:10.1088/2040-8978/15/9/094008.
- [8] Yu, A.; Chen, G.; Zhang, Z.; Wen, Z.; Dai, L.; Zhang, K.; Jiang, S.; Wu, Z.; Li, Y.; Wang, C.; et al. Creation of Sub-diffraction Longitudinally Polarized Spot by Focusing Radially Polarized Light with Binary Phase Lens. *Sci. Rep.* 2016, 6, 38859, doi:10.1038/srep38859.
- [9] Li, M.; Li, W.; Li, H.; Zhu, Y.; Yu, Y. Controllable design of super-oscillatory lenses with multiple sub-diffraction-limit foci. *Sci. Rep.* 2017, 7, 1-9, doi:10.1038/s41598-017-01492-y.
- [10] Liu, T.; Li, G.; Hu, J.; Liu, K.; He, T.; Wan, C.; Wu, J.; Yang, S. Laser confocal positioning super-oscillatory optical microscopy. *Opt. Commun.* 2023, 548, 129829, doi:10.1016/j.optcom.2023.129829.
- [11] Rogers, E.T.F.; Quraishe, S.; Rogers, K.S.; Newman, T.A.; Smith, P.J.S.; Zheludev, N.I. Far-field unlabeled super-resolution imaging with superoscillatory illumination. *APL Photonics* 2020, 5, doi:10.1063/1.5144918.
- [12] Yuan, G.; Rogers, E.T.F.; Zheludev, N.I. "Plasmonics" in free space: observation of giant wavevectors, vortices, and energy backflow in superoscillatory optical fields. *Light Sci. Appl.* 2019, 8, 2, doi:10.1038/s41377-018-0112-z.
- [13] Stafеев, S.S.; Kotlyar, V.V.; Nalimov, A.G.; Kozlova, E.S. The Non-Vortex Inverse Propagation of Energy in a Tightly Focused High-Order Cylindrical Vector Beam. *IEEE Photonics J.* 2019, 11, 4500810, doi:10.1109/JPHOT.2019.2921669.
- [14] Kotlyar, V. V.; Stafеев, S.S.; Nalimov, A.G. Energy backflow in the focus of a light beam with phase or polarization singularity. *Phys. Rev. A* 2019, 99, 033840, doi:10.1103/PhysRevA.99.033840.
- [15] Котляр, В.В.; Стафеев, С.С.; Налимов, А.Г. Вихревой поток энергии в остром фокусе безвихревого поля с круговой поляризацией. *Компьютерная оптика* 2020, 44, 5-11, doi:10.18287/2412-6179-CO-582.
- [16] Kotlyar, V. V.; Stafеев, S.S.; Zaitsev, V.D.; Telegin, A.M. Poincaré Beams at the Tight Focus: Inseparability, Radial Spin Hall Effect, and Reverse Energy Flow. *Photonics* 2022, 9, 969, doi:10.3390/photonics9120969.

- [17] Richards, B.; Wolf, E. Electromagnetic Diffraction in Optical Systems. II. Structure of the Image Field in an Aplanatic System. Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci. 1959, 253, 358-379, doi:10.1098/rspa.1959.0200.
- [18] Pereira, S.F.; van de Nes, A.S. Superresolution by means of polarisation, phase and amplitude pupil masks. Opt. Commun. 2004, 234, 119-124, doi:10.1016/j.optcom.2004.02.020.
- [19] Youngworth, K.S.; Brown, T.G. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams. Opt. Express 2000, 7, 77-87, doi:10.1364/OE.7.000077.

---

#### *Сведения об авторах*

**Стафеев Сергей Сергеевич**, 1985 года рождения. В 2009 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладные математика и физика». Доктор физико-математических наук с 2023 года. Старший научный сотрудник лаборатории лазерных измерений Отделения Института систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт». Область научных интересов: дифракционная оптика, неоднородная поляризация, острая фокусировка. E-mail: [sergey.stafeev@gmail.com](mailto:sergey.stafeev@gmail.com) ORCID: 0000-0002-7008-8007

**Котляр Виктор Викторович**, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений Института систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт» и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета. В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств. E-mail: [kotlyar@ipsiras.ru](mailto:kotlyar@ipsiras.ru)

---

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 31 января 2025 г. Окончательный вариант – 07 апреля 2025 г.

---

---

# Local wavevector near energy backflow zones of optical vortices

S.S. Stafeev<sup>1,2</sup>, V.V. Kotlyar<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute",  
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151;

<sup>2</sup> Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

## Abstract

In this paper, we consider the behavior of the phase and local wave vector of a tightly focused optical vortex with linear polarization. It is shown that the regions of phase singularity correspond to giant values of the local wave vector. In contrast to the scalar approximation, when the theory predicts that when focusing an optical vortex with a large topological charge at the focus, the optical vortex is preserved with the same topological charge, the non-paraxial vector approximation shows that a vortex with a large topological charge at the focus always splits into several vortices. That is, several points of phase singularity arise (and, as a consequence, several regions with a giant wave vector). In particular, if the topological charge is equal to two, then two optical vortices with unit topological charges shifted from the optical axis are observed in the focal plane. If the topological charge exceeds two (i.e. three or more), then three optical vortices are always formed in the focal plane, two of which have a single topological charge and are shifted from the optical axis, and the third vortex remains on the optical axis and has a topological charge two less than the initial topological charge of the focused optical vortex. In this case, the centers of the vortices shifted from the optical axis approximately correspond to the boundaries of the zones of reverse energy flow.

**Keywords:** tight focus, optical vortices, Poynting vector, reverse energy flow, local wavevector.

**Citation:** Stafeev SS, Kotlyar VV. Local wavevector near energy backflow zones of optical vortices. *Computer Optics* 2026; 50(1): 1672. DOI: 10.18287/COJ1672.

**Acknowledgements:** This work was supported by the Russian Science Foundation under grant 23-12-00236 ("Theory" Section) and the government project of the NRC "Kurchatov Institute" ("Simulation" Section).

---

## Author's information

**Sergey S. Stafeev** (b. 1985) received Master's degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State Aerospace University (2009). He received his PhD in 2012. He is researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute". Scientific interests: diffractive optics, non-uniform polarization, tight focusing. E-mail: [sergey.stafeev@gmail.com](mailto:sergey.stafeev@gmail.com) ORCID: 0000-0002-7008-8007.

**Victor Victorovich Kotlyar** is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute" and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is coauthor of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices. E-mail: [kotlyar@ipsiras.ru](mailto:kotlyar@ipsiras.ru)

---

Received January 31, 2025. The final version – April 07, 2025.

---