

Влияние оптической активности гироанизотропных кристаллов на пучки Бесселя

Ю.А. Егоров¹, А.И. Алиев^{1,2}, Э.Д. Умеров^{1,2}, В.В. Скакун^{1,2}, Н.В. Шостка¹, А.Ф. Рыбась¹

¹ Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского, Физико-технический институт, 295007, Россия, Республика Крым, г. Симферополь, проспект Академика Вернадского, д. 4;

² Крымский инженерно-педагогический университет, Инженерно-технологический факультет, 295015, Россия, Республика Крым, Симферополь, Учебный пер., д. 8

Аннотация

На примере пучка Бесселя показано, что такой пучок с начальной круговой поляризацией, распространяясь через оптически активную среду без линейного двулучепреломления, порождает оптический вихрь в ортогонально поляризованной компоненте. Показано, что среда с истинной оптической активностью позволяет осуществлять взаимное преобразование пучков с радиальным и азимутальным распределениями поляризации. Показано также, что достаточно слабое возмущение оптической среды с истинной оптической активностью и линейным двулучепреломлением приводит к разрушению изотропной точки. В окрестности данной точки оптическая активность подавляется линейным двулучепреломлением, так что среда с комбинированным типом анизотропии реагирует как среда с истинно линейным двулучепреломлением. Структура полей собственных мод пучков Бесселя в двулучепреломляющем одноосном кристалле с оптической активностью аналогична структуре мод среды с истинной оптической активностью. Предполагается, что результаты настоящего исследования расширяют понимание физических процессов в развивающейся области поляризации и фазовой профилометрии материалов.

Ключевые слова: сингулярные пучки; гиротропные кристаллы; топологический заряд.

Цитирование: Егоров, Ю.А. Влияние оптической активности гироанизотропных кристаллов на пучки Бесселя / Ю.А. Егоров, А.И. Алиев, Э.Д. Умеров, В.В. Скакун, Н.В. Шостка, А.Ф. Рыбась // Компьютерная оптика. – 2026. – Т. 50, № 1. – 1688 – DOI: 10.18287/COJ1688.

Citation: Egorov YA, Aliev AI, Umerov ED, Skakun VV, Shostka NV, Rubass AF. Influence of optical activity of gyroanisotropic optical crystals on the Bessel beams. Computer Optics 2026; 50(1): 1688. DOI: 10.18287/COJ1688.

Введение

Распространение электромагнитных пучков в свободном пространстве принципиально отличается от их распространения в двулучепреломляющей среде. В общем случае двулучепреломляющую среду можно охарактеризовать с помощью тензора двулучепреломления $\hat{\epsilon}$ и тензора оптической активности \hat{g} [1]. Как правило, такая среда имеет оптическую ось, вдоль которой не изменяется состояние поляризации плоской волны, имеющую исходную циркулярную (правую или левую) поляризацию. Свойства электромагнитного пучка могут принципиально меняться при изменении направления оси его распространения относительно оси кристалла [2 – 4]. Более того, свойства даже параксиального электромагнитного пучка в кристалле существенно отличаются от свойств плоской волны [5, 6], поскольку оптический пучок может быть представлен в виде совокупности плоских волн, распространяющихся в различных направлениях. Наиболее простым случаем пучка, распространяющегося в двулучепреломляющей среде с оптической активностью, является пучок Бесселя [7 – 10]. Такой пучок характеризуется осевой симметрией поля вдоль всей оси распространения, скажем, вдоль оси z [11 – 14]. В работе [13] был рассмотрен оператор распространения в анизотропной и гиротропной среде, аналогичный интегралу Рэлея–Зоммерфельда, а в работе [14] был выполнен не только расчет, но и эксперимент по преобразованию пучков Бесселя в анизотропной среде.

Вообще говоря, к настоящему времени найдено множество решений уравнения Гельмгольца как для пучков, распространяющихся в однородной изотропной среде, структура которых не меняется при распространении (так называемые недифрагирующие пучки), так и для непараксиальных пучков [15 – 17]. Их вид зависит от того, в каких координатах записано исходное скалярное уравнение Гельмгольца. Простейшим решением этого уравнения в декартовых координатах является плоская волна, в цилиндрических круговых координатах решением являются пучки Бесселя. Решение уравнения Гельмгольца в эллиптических цилиндрических координатах приводит к пучкам Мэтью [18, 19], а решение в параболических координатах приводит к параболическим пучкам [20].

Остановимся подробнее на пучках Бесселя. Бесселев пучок получил свое имя от функции (функция Бесселя), которая описывает распределение скалярного поля пучка в поперечном сечении в виде множества светлых и темных колец:

$$\Psi_l = J_l(Ur) \exp(\pm il\varphi) \exp(-i\beta z), \quad (1)$$

где U – поперечное волновое число, β – продольное волновое число или постоянная распространения, связанные соотношением $k = \sqrt{U^2 + \beta^2}$, k – волновое число, соответствующее плоской волне, распространяющейся вдоль оси пучка, $l = 0, 1, 2, \dots$ – азимутальный индекс.

Математически бesselев пучок может содержать бесконечное число колец (см. рис. 1), занимающих бесконечно большую область поперечного сечения. Следовательно, такой пучок должен переносить бесконечно большую энергию, и для его создания тоже требуется бесконечно большая энергия.

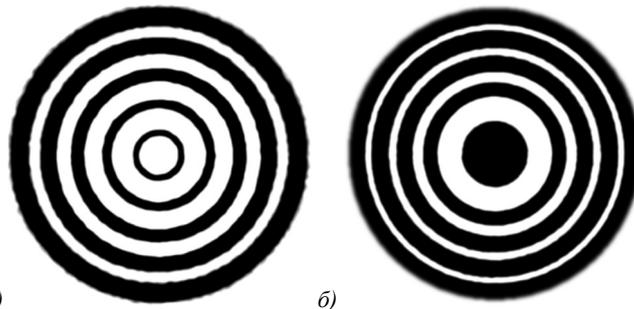


Рис. 1. Распределение интенсивности (бинарное) в бesselевом пучке при а) $l = 0$, б) $l = 5$

Угловой спектр бesselева пучка образован множеством плоских волн, лежащих на поверхности полой конической поверхности с углом 2θ в вершине конуса, задаваемым простым выражением: $tg\theta = U/\beta$.

Требование неопределенно большой энергии для создания бesselева пучка легко преодолевается на эксперименте. Например, бesselев пучок может быть сформирован с помощью конической призмы (аксикона [21]) с углом в вершине $\pi - 2\Gamma$, где $\Gamma = \theta(n - 1)$. Вообще говоря, пучок, сформированный аксиконом, при распространении изменяет свою форму, однако, как показано в работе [8], размеры центрального пятна в пучке после аксикона не испытывают существенных изменений на расстоянии $z_0[(n - 1)\Gamma]_{max}$. В работе [21] экспериментально и теоретически проанализирован способ создания бesselевых пучков, переносящих оптические вихри на основе геликоидального аксикона, а также последовательно расположенных обычного аксикона и геликоидальной фазовой пластинки. Улучшение этой методики для практических целей отражено в работах [10, 22].

Пучки Бесселя точно так же, как и гауссовы пучки, могут быть разделены на две большие группы, а именно: параксиальные и непараксиальные пучки. К параксиальным пучкам можно отнести такие пучки, для которых $U \ll \beta$. В случае, когда поперечное число становится сравнимым с волновым числом плоской волны, пучок становится непараксиальным. Если же $U \geq k$, то пучок превращается в эванесцентную волну, быстро затухающую в направлении распространения пучка [23]. Непараксиальные бesselевы пучки уже не могут быть описаны в рамках скалярного приближения. Векторное представление поля пучков Бесселя на основании анализа вектор-потенциала дано в работах [24, 25]. Электрическое и магнитное поля уже не могут быть описаны в рамках только одной функции Бесселя с заданным числом l . Как правило, они представляют из себя суперпозицию бesselевых функций с различными азимутальными индексами. Более того, структура электрического и магнитного полей таких пучков различна. По мере уменьшения поперечного волнового числа U структура этих полей начинает совмещаться, и в пределе $U \ll k$ пучки Бесселя в однородной изотропной среде могут быть описаны в рамках скалярного приближения.

Одной из ключевых проблем в современной сингулярной оптике является управление свойствами недифрагирующих пучков, в частности, управление пространственным положением оптических вихрей, переносимых этими пучками. Подходящей средой для этих целей являются двулучепреломляющие кристаллы. Световые пучки, распространяющиеся в таких кристаллах, описываются исключительно векторными полями. Авторы работ [26, 27] впервые обратили внимание на тот факт, что циркулярно поляризованный бesselев пучок, распространяющийся вдоль оптической оси одноосного двулучепреломляющего кристалла без оптической активности, генерирует в ортогонально поляризованной компоненте пучок, переносящий оптический вихрь. Свой анализ авторы проводили на основании метода спектрального интеграла. Такой метод позволяет представить пучок в виде суперпозиции плоских волн и найти частные решения уравнений Максвелла для конкретных распределений поля в исходной плоскости $z = 0$. Его невозможно использовать для нахождения всех возможных групп сингулярных пучков в анизотропных средах. М. Берри и М. Дэннис в работе [28] усилили этот метод методом стереоскопической проекции и проанализировали тонкую структуру поляризаационных сингулярностей для нескольких частных случаев двулучепреломляющих дихроичных кристаллов с оптической активностью. Заметим также, что в работе Е. Петровой [29] было проанализировано распространение бesselевых пучков в средах с естественной и магнитной гиротропией без линейного двулучепреломления и показано, что поля таких пучков представляются в виде суперпозиции ТЕ- и ТМ-мод (пучки с азимутальным и радиальным распределением электрического поля соответственно). При распространении [30] через оптически активные среды бesselев пучок с радиальным распределением может превращаться в пучок с азимутальным распределением и наоборот.

1. Бесселевы пучки в одноосных двулучепреломляющих кристаллах с оптической активностью

Рассмотрим распространение недифрагирующих электромагнитных пучков в кристаллах, свойства которых описываются диагональными тензорами диэлектрической проницаемости и оптической активности. Вообще говоря, характерные свойства недифрагирующих бесселевых пучков, переносящих оптические вихри, в свободном пространстве и однородной изотропной среде были рассмотрены в работах [26, 31]. Как правило, структура таких пучков при распространении не испытывает кардинальных изменений при распространении или изменении показателя преломления среды. Однако наличие уже даже слабого линейного двулучепреломления приводит к структурным изменениям поля бесселева пучка [26, 27]. В то же время наличие в двулучепреломляющей среде даже слабой оптической активности может привести к существенным изменениям структуры поля и волновых параметров пучков.

Остановимся на случае, когда активная среда возмущается слабым одноосным двулучепреломлением. Пусть между диагональными элементами тензора оптической активности

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix}, \quad \hat{\gamma} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_3 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $k\hat{g} = \hat{\gamma}$, \hat{g} – тензор оптической активности, k – волновое число в свободном пространстве, выполняется соотношение

$$g_3 g < 0, |g_3| > |g|. \quad (3)$$

Для всех оставшихся случаев, включая случай среды с изотропной оптической активностью $\Delta g = 0$, не существует на всем диапазоне бегущих волн изотропных точек. Кроме того, разность между элементами тензора диэлектрической проницаемости гораздо меньше разности $\Delta\gamma$: $\Delta\varepsilon \ll \Delta\gamma$. Если $\Delta\varepsilon = 0$, то в системе одноосный кристалл – недифрагирующий пучок имеет изотропную точку U_{is} , в которой спектральные кривые для постоянных распространения равны $\beta_+(U) = \beta_-(U)$, а коэффициенты фазовой составляющей B_+ , B_- [29] испытывают скачок. Если в кристалле возникает слабое возмущение $\Delta\varepsilon \neq 0$, то параметры пучка β_{\pm} , B_{\pm} описываются общими соотношениями

$$\beta_{\pm}^2 = k^2(\varepsilon + \gamma^2) - (\varepsilon_3 + \varepsilon - 2\gamma\gamma_3)/(2\varepsilon\gamma)U^2 \pm \sqrt{D}, \quad (4)$$

где D – дисперсия. Это уравнение показывает, что каждому решению соответствуют две собственные моды с постоянными распространения β_+ и β_- соответственно. Каждой постоянной распространения β_{\pm} соответствует пара коэффициентов: A_{\pm} – коэффициент затухания волны и B_{\pm} – фазовая постоянная, которая характеризует изменение фазы волны. Следуя правилам решений системы однородных уравнений без затухания волны, полагаем $A_{\pm} = 1$. В этом случае

$$B_{\pm} = (\beta_{\pm}/k) \frac{k^2(\varepsilon - \gamma^2) - \beta_{\pm}^2 - U^2(\varepsilon_3 - \gamma^2)/\varepsilon\gamma}{2\beta_{\pm}^2\gamma + U^2(\varepsilon_3 - \gamma^2)(\gamma + \gamma_3)/\varepsilon\gamma}. \quad (5)$$

Очевидно, что поведение кривых $B_{\pm}(U)$ в окрестности точки $U = U_{is}$ принципиально изменится, а сама точка U_{is} уже не будет описывать изотропный случай, хотя и не изменит свою величину

$$U_{is}^2 \rightarrow U_g^2 = -2k^2(\gamma/\Delta\gamma)\varepsilon\gamma, \quad (6)$$

а разность постоянных распространения будет равна

$$\delta\beta^2 = \beta_+^2 - \beta_-^2 = k^2(2\gamma/\Delta\gamma)\Delta\varepsilon. \quad (7)$$

На рис. 2 изображены спектральные кривые для коэффициентов $B_{\pm}(U)$ и $\delta\beta_{\pm}^2(U) = \pm\sqrt{D}$.

Малое возмущение $\Delta\varepsilon$ приводит к тому, что коэффициенты $B_{\pm}(U)$ испытывают существенные изменения, а именно

$$B_-(U_g) = 0, \quad \lim_{U \rightarrow U_{g-0}} B_+(U_g) \rightarrow -\infty, \quad \lim_{U \rightarrow U_{g+0}} B_+(U_g) \rightarrow \infty. \quad (8)$$

Это значит, что в особой точке $U = U_{is}$ пучок не чувствует оптической активности кристалла и откликается только лишь на линейное двулучепреломление. Вследствие этого собственные модовые пучки со спиральным распределением поляризации превращаются в модовые пучки с азимутальным (ТЕ) и радиальным (ТМ) распределением поляризации [32].

Небольшие изменения разности диагональных элементов матрицы оптической активности приводят к существенным изменениям амплитудных параметров пучка B_{\pm} , которые приведены на рис. 3. Коэффициент B_+ испытывает разрыв второго рода, изменяя знак при переходе через особую точку U_g , однако положение этой особой

точки при уменьшении $|\Delta g|$ также меняется, смещаясь в область критического параметра (в область эванесцентных волн). При некотором значении $U_g = U_{cr}$ критическая точка исчезает, и кривая B_+ не имеет разрыва, имея минимум в области отрицательных значений. По мере роста Δg кривая B_+ сглаживается и постепенно стремится к своему критическому значению $B_+ = B_- = 0$ на частоте отсечки.

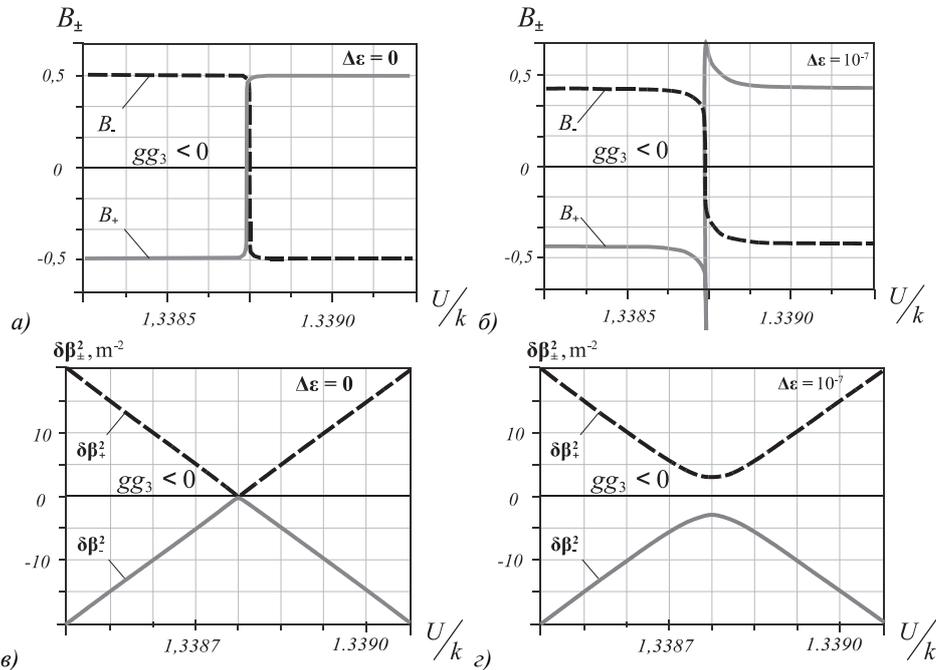


Рис. 2. Дисперсионные кривые $B_{\pm}(U)$ и $\delta\beta_{\pm}^2(U)$ для недифрагирующих пучков в оптически активной среде, возмущенной слабой анизотропией $\Delta\varepsilon = 0$ (а, в), $\Delta\varepsilon = 10^{-7}$ (б, г), $g = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$, $g_3 = -8 \cdot 10^{-10} \text{ м}$

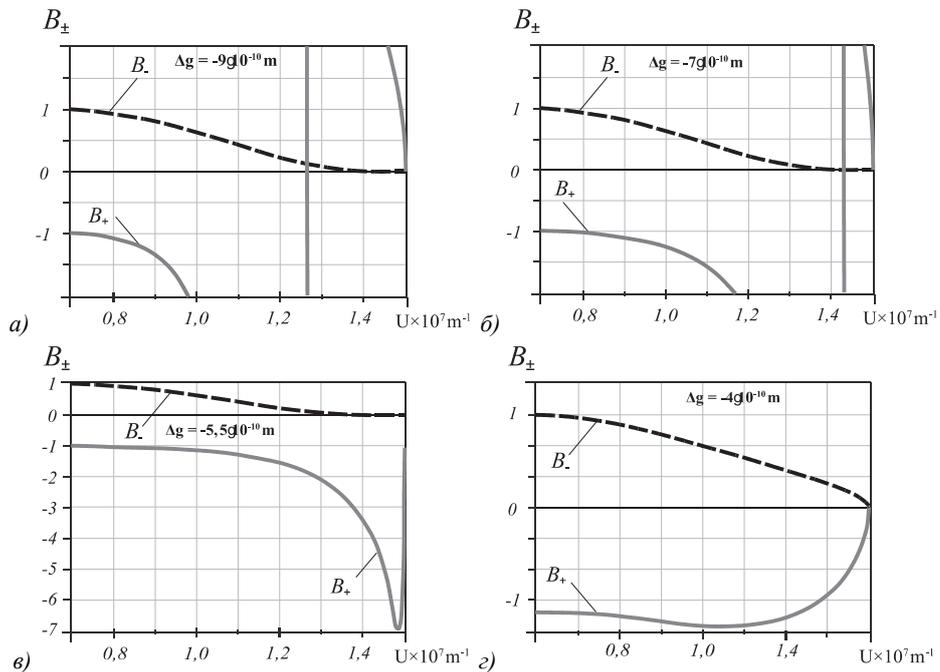


Рис. 3. Спектральные кривые $B_{\pm}(U)$ для кристаллов с $n_0 = 1,544$, $n_3 = 1,551$, $g = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ и различными Δg

Интересно проследить изменение параметров пучка в зависимости от изменения линейного двулучепреломления $\delta n = n_3 - n_0$, где $n_3 = \sqrt{\varepsilon_3}$. Как видно из рис. 4, при $\delta n = 0$ для амплитудных параметров B_{\pm} выполняются соотношения (8).

Небольшое уменьшение $\delta n < 0$ приводит к увеличению параметра B_+ до определенного достаточно большого значения, в то время как $B_- = 0$. При увеличении разности показателей преломления амплитудные параметры меняются местами. Постоянные распространения в этой области ведут себя следующим образом.

При отрицательных значениях $\delta n < 0$ постоянная распространения β_+ почти не зависит от показателя преломления, а β_- линейно возрастает при приближении δn к нулю. В точке $\delta n = 0$ постоянные распространения совпадают, а для положительных значений δn β_- практически не зависит от изменения разности показателей преломления, а β_+ начинает линейно возрастать, при этом графики постоянных распространения продолжают прямые линии, взаимно меняясь. В качестве примера преобразований, приведенных на рис. 5, можно использовать кристалл SiO_2 , обладающий положительной или отрицательной оптической активностью в зависимости от внешних параметров.

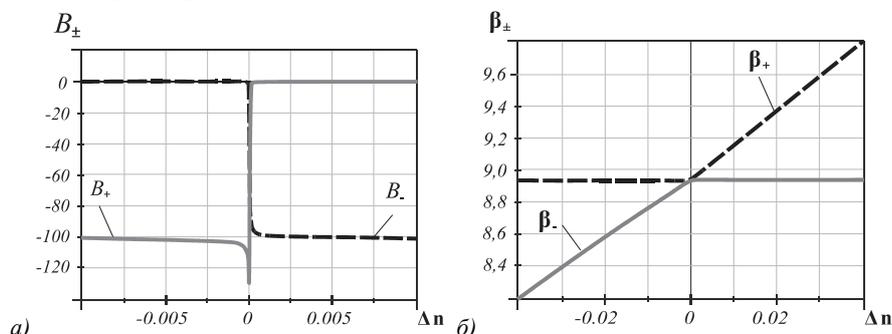


Рис. 4. Зависимости (а) $B_{\pm}(\Delta n)$ и (б) $\beta_{\pm}(\Delta n)$ в кристалле с $n_o = 1,55, g = 3 \cdot 10^{-10} m, \Delta g = -9 \cdot 10^{-10} m$ и $U = 1,26 \cdot 10^7 m^{-1}$

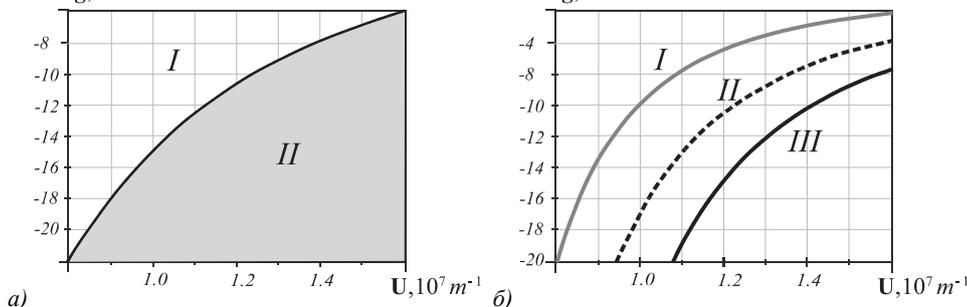


Рис. 5. (а) Диаграмма отклика системы кристалл–пучок на оптическую активность для кристалла SiO_2 с $n_o = 1,551, n_z = 1,544, g = 3 \cdot 10^{-10} m$, (I) – положительная оптическая активность кристалла, (II) – отрицательная оптическая активность кристалла; (б) зависимость положения критической точки U от разности диагональных элементов тензора оптической активности Δg для $n_o = 1,551, n_z = 1,544$, (I) – $g = 3 \cdot 10^{-10} m$, (II) – $g = 2 \cdot 10^{-10} m$, (III) – $g = 1 \cdot 10^{-10} m$

Подытожим полученные результаты. В кристаллах, для которых выполняется данное условие, структура поля пучка существенно зависит от величины поперечного волнового числа U . Для значения $U < U_g$ кристалл откликается на пучок нормальным образом. То есть если $g > 0$, то кристалл имеет положительную оптическую активность. Если $U > U_g$, то отклик кристалла на пучок становится аномальным: кристалл с положительной оптической активностью приобретает свойства кристалла с отрицательной оптической активностью. Такое двойственное поведение кристалла иллюстрирует рис. 5, где изображена диаграмма отклика кристалла в координатах $\Delta g, U$. Кривая $\Delta g(U)$ на рис. 5а разделяет плоскость $\Delta g, U$ на две области: в верхней области отклик кристалла соответствует положительной оптической активности (I), в нижней части – отрицательной оптической активности (II). Точки, лежащие на границе областей, соответствуют условию $B_+(\Delta g, U) = 0$. В этом случае B_- испытывает разрыв второго рода и при переходе границы меняет знак. Это значит, что собственные моды представляют из себя ТЕ- и ТМ-модовые пучки. На этой кривой среда теряет свойства оптической активности, и ее отклик равносителен отклику среды с чистым одноосным двулучепреломлением.

Проблема бесселевых пучков, распространяющихся в среде с чистым двулучепреломлением, неоднократно обсуждалась в литературе, см., например [26, 27], и мы не будем останавливать свое внимание на этом вопросе. В окрестности особой точки $U = U_g$ в кристалле доминируют процессы с чистым линейным двулучепреломлением над процессами с циркулярным двулучепреломлением. В то же время для $U \ll U_g$ процессы с циркулярным двулучепреломлением подавляют процессы с линейным двулучепреломлением, и бесселев пучок в таком кристалле распространяется, как в среде с чистой оптической активностью.

Для анизотропных сред, для которых не выполняется условие (8), отсутствует особая точка $U = U_g$ и отклик кристалла не изменяет знак оптической активности ни при каких значениях поперечного волнового числа $U < U_{crit}$. Тем не менее в параксиальной области в кристалле доминируют процессы, связанные с циркулярным двулучепреломлением для таких пучков. А в непараксиальной области доминируют процессы линейного двулучепреломления в случае реальных кристаллов ($\Delta \epsilon \gg \gamma^2$).

2. Распространение циркулярно поляризованного бesselева пучка в анизотропной среде с оптической активностью

Поскольку линейное двулучепреломление изменяет только значения постоянных распространения β_{\pm} и амплитудных коэффициентов B_{\pm} , то запись собственных мод не изменится. Вблизи точки $U = U_g$ для $m = 0$ собственные моды будут иметь вид, представленный на рис. 6. Первое поле имеет вид, близкий к ТМ-моду, а второе – к ТЕ-моду [32].

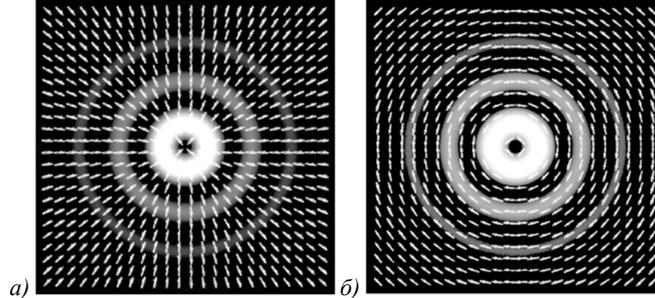


Рис. 6. Вид собственных мод для кристалла с $n_o = 1,551, n_z = 1,544, g = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}, \Delta g = -9 \cdot 10^{-10} \text{ м}, U = 1,2 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}, (U_g = 1,257 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1})$

Рассмотрим, как будет вести себя циркулярно поляризованный на входе в кристалл бesselев пучок, переносящий единичный оптический вихрь. Для определенности выберем направление правоциркулярное на входной грани анизотропной среды, с единичным отрицательным топологическим зарядом на оси пучка.

В этом случае эволюция распределения поляризации в поперечном сечении пучка для случая рис. 6 показана на рис. 7. Для сравнения из рис. 7 видно, что длина биения в случае кристалла с линейным двулучепреломлением больше порядка 1000 раз, чем в случае только оптической активности. Для поперечного волнового числа U , лежащего вблизи U_g на $1/8$ длины биений, получается спиральный пучок с практически линейной поляризацией в поперечном сечении. На четверти длины биений возникает поле с азимутальными интегральными линиями, в то время как эллиптичность пучка имеет противоположный знак эллиптичности в начальном сечении $z = 0$ и близка к -1 .

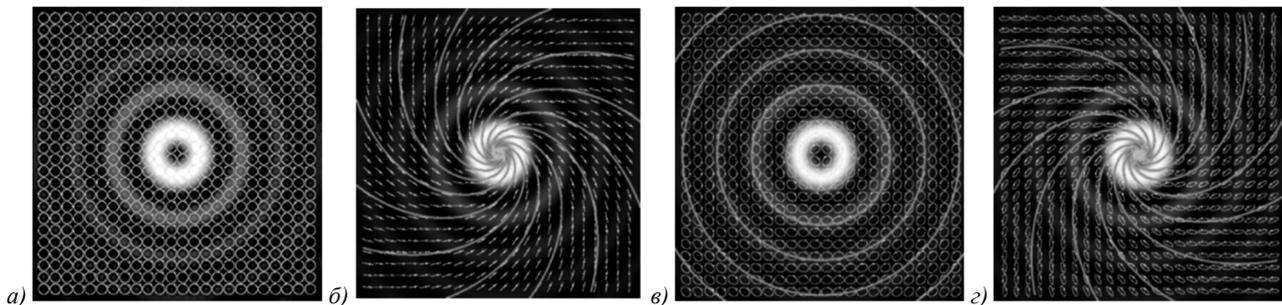


Рис. 7. Распределение поляризации на фоне интенсивности в бesselевом пучке, переносящем единичный оптический вихрь (а) $z = 0$, (б) $z = 23,2 \text{ мкм}$, (в) $z = 46,4 \text{ мкм}$, (г) $z = 60 \text{ мкм}$

3. Распространение линейно поляризованного бesselева пучка в анизотропной среде с оптической активностью

Поскольку для исходно циркулярно поляризованного бesselева пучка преобразование поляризации происходит подобно случаю среды с чистой оптической активностью, и при этом поле при распространении остается осесимметричным, исследуем распространение в среде с осевой анизотропией и оптической активностью линейно поляризованного бesselева пучка. Для определенности пусть в плоскости $z = 0$ пучок будет поляризован вдоль оси x .

Рассмотрим два случая. В первом случае на входной грани кристалла существует линейно поляризованный бesselев пучок без особенностей, а во втором случае – переносящий единичный оптический вихрь с топологическим зарядом $l = 1$. При распространении поле такого пучка можно представить в виде разложения по двум исходно циркулярно поляризованным полям, состоящим из пары собственных мод. В случае гладкого поля (поле без фазовых разрывов) для правоциркулярного поля и поля с левой циркуляцией:

$$E_{+,0}^{(2)} = -2i(1 + B_-)e^{-i2\phi}e^{-i\tilde{\beta}z} \sin(\delta\beta z) J_2(Ur), \tag{9}$$

$$E_{-,0}^{(2)} = \left[(1 - B_+)e^{-i\beta_+z} - \frac{(1+B_+)(1-B_-)}{(1+B_-)} e^{-i\beta_-z} \right] \times J_0(Ur), \tag{10}$$

где $\tilde{\beta} = (\beta_+ + \beta_-)/2$. Заметим, что пучок с правоциркулярным на входе гладким полем $E_{+,0}^{(1)}(z = 0) \sim J_0(Ur)$ при распространении индуцирует в левоциркулярной компоненте оптический вихрь с положительным (9)

двойным топологическим зарядом $E_{-0}^{(1)}(z) \sim e^{i2\phi} J_2(Ur)$. В то же время поле (10) с левациркулярной поляризацией на входе $E_{-0}^{(2)}(z=0) \sim J_0(Ur)$ порождает двойной отрицательный вихрь в правациркулярной компоненте $E_{+0}^{(2)}(z) \sim e^{-i2\phi} J_2(Ur)$ при распространении.

Для пучка с единичным оптическим вихрем это поля с правой циркуляцией поляризации

$$E_{+1}^{(1)} = \left[(1 - B_+) e^{-i\beta_+ z} - \frac{(1+B_+)(1-B_-)}{(1+B_-)} e^{-i\beta_- z} \right] \times e^{i\phi} J_1(Ur), \quad (11)$$

$$E_{-1}^{(1)} = -2i(1 + B_-) e^{i3\phi} e^{-i\beta_- z} \sin(\delta\beta z) J_3(Ur), \quad (12)$$

а также поля с левой циркуляцией:

$$E_{+1}^{(2)} = 2i(1 - B_+) e^{-i\phi} e^{-i\beta_+ z} \sin(\delta\beta z) J_1(Ur), \quad (13)$$

$$E_{-1}^{(2)} = \left[(1 + B_+) e^{-i\beta_+ z} - \frac{(1-B_+)(1+B_-)}{(1-B_-)} e^{-i\beta_- z} \right] \times e^{i\phi} J_1(Ur). \quad (14)$$

В случае пучка, переносящего оптический вихрь, правациркулярно поляризованное в плоскости $z = 0$ (11) поле, содержащее единичный оптический вихрь с $l = +1$: $E_{+1}^{(1)}(z = 0) \sim e^{i\phi} J_1(Ur)$, индуцирует в левациркулярной компоненте оптический вихрь с тройным топологическим зарядом $E_{-1}^{(1)}(z) \sim e^{i3\phi} J_3(Ur)$ в процессе распространения. С другой стороны, единичный оптический вихрь в левациркулярно поляризованном поле в плоскости $z = 0$ $E_{-1}^{(2)}(z = 0) \sim e^{i\phi} J_1(Ur)$ создает при распространении в правациркулярной компоненте отрицательно заряженный вихрь $E_{+1}^{(2)}(z) \sim e^{-i\phi} J_1(Ur)$. Линейно-поляризованные компоненты поля $\mathbf{E}^{(L)}$ пучка в линейно-поляризованном базисе представляются в виде: $E_x = (E_+^{(L)} + E_-^{(L)})/2$, $E_y = i(E_+^{(L)} - E_-^{(L)})/2$. Складывая поля с полями (9), (10) для гладкого бесселева пучка на входе (а также поля (11), (12) и (13), (14) для пучка с единичным оптическим вихрем при $z = 0$) с различными коэффициентами и приравнявая $E_y(z = 0) = 0$, найдем вид полей.

В случае гладкого бесселева пучка ($E_x(z = 0) = J_0(Ur)$, $E_y(z = 0) = 0$) оно запишется в виде:

$$E_{+0}^{(L)} = \frac{e^{-i\beta_- z}}{2(1-B_-)} \times \{2i(1 + B_-)(1 + B_+) \sin(\delta\beta z) e^{-i2\phi} J_2(Ur) + [(1 + B_-)(1 - B_+) e^{i\delta\beta z} - (1 - B_-)(1 + B_+) e^{-i\delta\beta z}] J_0(Ur)\}, \quad (15)$$

$$E_{-0}^{(L)} = \frac{e^{-i\beta_- z}}{2(1-B_-)} \{-2i(1 - B_-)(1 - B_+) \sin(\delta\beta z) e^{i2\phi} J_2(Ur) + [(1 - B_-)(1 + B_+) e^{i\delta\beta z} - (1 + B_-)(1 - B_+) e^{-i\delta\beta z}] J_0(Ur)\}, \quad (16)$$

а для случая пучка с оптическим вихрем

$$E_{+1}^{(L)} = \frac{J_1(Ur) e^{-i\beta_- z}}{2(1-B_-)} \{2i(1 + B_-)(1 + B_+) \sin(\delta\beta z) e^{-i\phi} + [(1 + B_-)(1 - B_+) e^{i\delta\beta z} - (1 - B_-)(1 + B_+) e^{-i\delta\beta z}] e^{i\phi}\}, \quad (17)$$

$$E_{-1}^{(L)} = \frac{e^{-i\beta_- z}}{2(1-B_-)} \{2i(1 - B_-)(1 - B_+) \sin(\delta\beta z) e^{i3\phi} J_3(Ur) + [(1 + B_-)(1 - B_+) e^{-i\delta\beta z} - (1 - B_-)(1 + B_+) e^{i\delta\beta z}] e^{i\phi} J_1(Ur)\}. \quad (18)$$

Поскольку собственные моды, входящие в состав линейно-поляризованного пучка, распространяются с различными фазовыми скоростями, амплитуда поля будет осциллировать вдоль кристалла с периодом $\Lambda = 2\pi/\delta\beta$.

Рис. 8 иллюстрирует изменения в распределении интенсивности E_x компоненты поля при распространении вдоль кристалла с $g_3 g < 0$.

В правом столбце представлена эволюция бесселева пучка с единичным оптическим вихрем с топологическим зарядом $l = 1$ в плоскости $z = 0$, в левом столбце представлена эволюция бесселева пучка без вихря. Следует отметить, что поскольку поля (15 – 18) содержат комбинацию множества оптических вихрей, то слабое смещение из плоскости $z = 0$ внутрь кристалла приводит к тому, что однородно линейно-поляризованное поле с единичным оптическим вихрем (или без него) преобразуется в сложный массив оптических вихрей в каждой компоненте поля. В плоскости $z = 0$ мы наблюдаем единичный оптический вихрь (в верхнем ряду) или гладкое поле (в нижнем ряду), окруженное концентрическими окружностями. Так как среда распространения бесселева пучка является гиротропной, то и смещение вглубь кристалла приводит к возникновению дополнительных диполей в направлениях 0° , $+45^\circ$, 90° , -45° относительно оси x , которые формируют размытый контур темного креста.

На длинах, кратных четверти длины биений: $L_p = (2p + 1)\Lambda/4$, ($p = 0, 1, 2, \dots$), очертания креста становятся наиболее контрастными. Наибольшего контраста можно добиться в точке с $U = U_g$, $z = L_p$, где линейное двулучепреломление преобладает. Основное отличие бесселева пучка без вихря состоит в том, что на длине $z = L_p$ в

поперечном сечении пучка возникает не набор оптических вихрей, а две скрещенные краевые дислокации. Сильное смещение из точки $U \neq U_g$ приводит к сильному размытию контура креста.

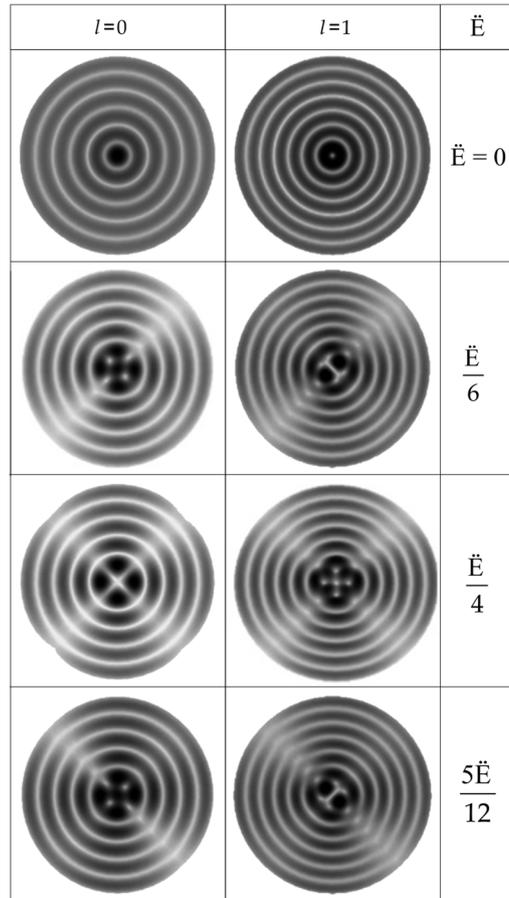


Рис. 8. (Инверсия) Распределение интенсивности в линейно-поляризованной E_x компоненте бesselева пучка с оптическим вихрем ($l = 1$) и без него ($l = 0$) с параметрами: $g = 3 \cdot 10^{-10}$, $g_3 = -9 \cdot 10^{-10}$, $U = 1,3 \cdot 10^7 m^{-1}$

Выводы

На примере бesselева пучка впервые показано, что такой пучок с исходной циркулярной поляризацией, распространяясь через оптически активную среду, лишенную линейного двулучепреломления, генерирует в ортогонально поляризованной компоненте оптический вихрь, заряд которого на 2 единицы отличается от заряда исходного пучка, а его знак определяется знаком циркуляции исходной поляризации. Например, исходно топологически нейтральный бesselев пучок, распространяющийся в насыщенном растворе сахара, генерирует пучок с двойным топологическим зарядом [26, 27] с энергетической эффективностью $\xi = 0,3$ на длине $z = 3$ см при поперечном волновом числе $U = 1,2 \cdot 10^7 m^{-1}$. Такое свойство бesselевых пучков формировать оптические вихри в среде с чистой оптической активностью имеет много общего с процессами формирования оптических вихрей в бesselевых пучках, распространяющихся через среды с чистым линейным двулучепреломлением.

Впервые показано, что среда с чистой оптической активностью позволяет осуществлять взаимную конверсию пучков с радиальным и азимутальным распределением поляризации.

Показано, что в анизотропных кристаллах с оптической активностью, представленной в виде диагонального тензора, элементы которого подчиняются условию $g_3 g < 0$, $|g_3| > |g|$, структура поля пучка существенно зависит от величины поперечного волнового числа U . Для значения $U < U_g$ кристалл откликается на пучок нормальным образом. То есть если $g > 0$, то кристалл имеет положительную оптическую активность. Однако при $U > U_g$ отклик кристалла на пучок становится аномальным: кристалл с положительной оптической активностью вдоль оси распространения приобретает свойства кристалла с отрицательной оптической активностью. Для пучка с $U = U_{is}$ (так называемая изотропная точка в структуре дисперсионных кривых) среда кристалла оказывается изотропной, т.е. скорость распространения пучка не зависит от его поляризации.

Впервые показано, что очень слабое возмущение среды с чистой оптической активностью и линейным двулучепреломлением приводит к разрушению изотропной точки. В окрестности данной точки оптическая активность подавляется линейным двулучепреломлением, так что среда с комбинированным типом анизотропии откликается как среда с чистым линейным двулучепреломлением.

Впервые показано, что в бесселевом пучке с исходной линейной поляризацией наблюдается крестоподобная коноскопическая картина в ортогональной компоненте, сформированная массивом оптических вихрей. В компоненте с исходной поляризацией при распространении пучка коноскопическая картина периодически изменяется, восстанавливаясь на длинах, равных четверти длины биений.

Структура полей собственных мод бесселевых пучков в двулучепреломляющем одноосном кристалле с оптической активностью подобна структуре мод среды с чистой оптической активностью. Однако параметры пучков существенно отличаются.

Представленные в статье результаты применения методов исследования и анализа сингулярных пучков Бесселя, прошедших через гироанизотропную среду, могут быть распространены на другие области физики и приборостроения. Примером использования результатов данного исследования может служить анализ слаботурбулентных атмосферных сред [33], поляризационная и фазовая профилометрия [34] материалов и шероховатости поверхности, а также в областях сингулярной оптики для изучения фазовых и поляризационных свойств топологических зарядов [35–37].

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 24–12–20013).

References

- [1] Shuvalov LA. Modern Crystallography IV: Physical Properties of Crystals. In Modern Crystallography Series. Springer Heidelberg; 2011. 583 p. DOI: 10.1007/978-3-642-81838-7
- [2] Ciattoni A, Cincotti G, Palma C. Circularly polarized beams and vortex generation in uniaxial media. J Opt Soc Am A 2003; 20: 163–71. DOI: 10.1364/JOSAA.20.000163
- [3] Picon A, Benseny A, Mompert J, Calvo GF. Spin and orbital angular momentum propagation in anisotropic media: theory. J Opt 2011; 13: 064019. DOI: 10.1088/2040-8978/13/6/064019
- [4] Brasselet E, Izdebskaya Y, Shvedov V, Desyatnikov AS, Krolikowski W, Kivshar YuS. Dynamics of optical spin-orbit coupling in uniaxial crystals. Opt Lett 2009; 34: 1021–1023. DOI: 10.1364/OL.34.001021
- [5] Volyar A, Rubass A, Shvedov V, Fadeyeva T, Kotlyarov K. Optical vortices and Airy's spiral in chiral crystals. Ukr J Phys Opt 2007; 8(3): 166–181. DOI: 10.3116/16091833/8/3/166/2007
- [6] Fedorov FI. The theory of Gyrotropy. Nauka i Tekhnika, Minsk; 1976. 456 p.
- [7] Durnin J. Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory. J Opt Soc Am A 1987; 4: 651–654. DOI: 10.1364/JOSAA.4.000651
- [8] Durnin J, Miceli JJ, Eberly JH. Diffraction-free beams. Phys Rev Lett 1987; 58: 1499–1501. DOI: 10.1103/PhysRevLett.58.1499
- [9] Indebetouw G. Nondiffracting optical fields: some remarks on their analysis and synthesis. J Opt Soc Am A 1989; 6: 150–152. DOI: 10.1364/JOSAA.6.000150
- [10] Fadeyeva TA, Volyar AV. Nondiffracting vortex-beams in a birefringent chiral crystal. JOSA A 2010; 27(1): 13–20. DOI: 10.1364/JOSAA.27.000013
- [11] Khonina SN, Volotovskiy SG, Kharitonov SI. Features of nonparaxial propagation of Gaussian and Bessel beams along the axis of the crystal. Comp Opt 2013; 37: 297–306. DOI: 10.18287/0134-2452-2013-37-3-297-306
- [12] Khonina SN, Morozov AA, Karpeev SV. Effective transformation of a zero-order Bessel beam into a second-order vortex beam using a uniaxial crystal. Laser Phys 2014; 24: 056101. DOI: 10.1088/1054-660X/24/5/056101
- [13] Khonina SN, Kharitonov SI. An analog of the Rayleigh-Sommerfeld integral for anisotropic and gyrotropic media. Journal of Modern Optics 2013; 60(10): 814–822. DOI: 10.1080/09500340.2013.814816
- [14] Khonina SN, Podlipnov VV, Volotovskii SG. Study of the electro-optical transformation of linearly polarized Bessel beams propagating along the optic axis of an anisotropic DKDP crystal. Journal of Optical Technology 2018; 85(7): 388–395. DOI: 10.1364/JOT.85.000388
- [15] Shvedov V, Krolikowski W, Volyar A, Neshev DN, Desyatnikov AS, Kivshar YuS. Focusing and correlation properties of white-light optical vortices. Opt Express 2005; 13(19): 7393–7398. DOI: 10.1364/OPEX.13.007393
- [16] Volyar AV, Fadeeva TA, Egorov YA. Vector singularities of Gaussian beams in uniaxial crystals: Optical vortex generation. Tech Phys Lett 2002; 28: 958–961. DOI: 10.1134/1.1526896
- [17] Volyar AV, Shvedov VG, Fadeeva TA. The structure of a nonparaxial Gaussian beam near the focus: II. Optical vortices. Opt Spectrosc 2001; 90: 93–100. DOI: 10.1134/1.1343551
- [18] Gutierrez-Vega JC, Iturbe-Castillo MD, Chavez-Cerda S. Alternative formulation for invariant optical fields: Mathieu beams. Opt Lett 2000; 25: 1493–1495. DOI: 10.1364/OL.25.001493
- [19] Chavez-Cerda S, Padgett M, Allison I, et al. Holographic generation and orbital angular momentum of high-order Mathieu beams. J Opt B 2002; 4: S52–S57. DOI: 10.1088/1464-4266/4/2/368
- [20] Bandres M, Gutierrez-Vega J, Chavez-Cerda S. Parabolic nondiffracting optical wave fields. Opt Lett 2004; 29: 44–46. DOI: 10.1364/OL.29.000044
- [21] Kotlyar V, Kovalev A, Skidanov R, et al. Diffraction of a finite-radius plane wave and a Gaussian beam by a helical axicon and a spiral phase plate. J Opt Soc Am A 2007; 24: 1955–1964. DOI: 10.1364/JOSAA.24.001955
- [22] Molloy J, Padgett M. Lights, action: optical tweezers. Contemp Phys 2002; 43: 241–258. DOI: 10.1080/00107510110116051
- [23] Ruschin S, Leizer A. Evanescent Bessel beams. J Opt Soc Am A 1998; 15: 1139–1143. DOI: 10.1364/JOSAA.15.001139
- [24] Bouchali Z, Olvik M. Non-diffractive vector Bessel beams. J Mod Opt 1995; 42: 1555–1566. DOI: 10.1080/09500349514551361
- [25] Glukhova SA, Yurkin MA. Vector Bessel beams: General classification and scattering simulations. Phys Rev A 2022; 106: 033508. DOI: 10.1103/PhysRevA.106.033508

- [26] Kazak NS, Khilo NA, Ryzhevich AA. Generation of Bessel light beams under the condition of internal conical refraction. *Quantum Electron* 1999; 29(11): 1020–1024. DOI: 10.1070/QE1999v029n11ABEH001627
- [27] Belyi VN, Khilo PA, Kazak NS, Khilo NA. Features of the acousto–optic interaction of Bessel light beams and Bessel acoustic beams in transversely isotropic crystals. *J Opt Technol* 2017; 84: 130–136. DOI: 10.1364/JOT.84.000130
- [28] Berry M, Dennis M. The optical singularities of birefringent dichroic chiral crystals. *Proc R Soc Lond A* 2003; 459: 1261–1292. DOI: 10.1098/rspa.2003.1155
- [29] Petrova ES. The influence of the natural and magnetic gyrotropy on the polarization and energy of the vector Bessel light beams. *Proc Natl Acad Sci Belarus Ser Phys–Math* 2002; 1: 95–100.
- [30] Orlov S, Regelskis K, Smilgevicus V, Stabinis A. Propagation of Bessel beams carrying optical vortices. *Opt Commun* 2002; 209: 155–165. DOI: 10.1016/S0030-4018(02)01667-X
- [31] Orlov S, Stabinis A. Propagation of superpositions of coaxial optical Bessel beams carrying vortices. *J Opt A: Pure Appl Opt* 2004; 6: S259–S262. DOI: 10.1088/1464-4258/6/5/023
- [32] Egorov Yu, Rubass A. Gyrotropic Crystals as a Basis for Creation of Helical Polychromatic Singular Beams. *Photonics* 2023; 10: 1044. DOI: 10.3390/photonics10091044
- [33] Lukin VP. Requirements for Dynamic Characteristics of Adaptive Optics Systems. *Atmos Ocean Opt* 2022; 35: 218–225. DOI: 10.1134/S1024856022030095
- [34] Wu Z, Li A, Xue R, Hu M, Song Y. High–precision surface profilometry on a micron–groove based on dual–comb electronically controlled optical sampling. *Appl Opt* 2023; 62: 8793–8797. DOI: 10.1364/AO.503753
- [35] Volyar A, Abramochkin E, Akimova Ya, Bretsko M, Egorov Yu. Fast oscillations of orbital angular momentum and Shannon entropy caused by radial numbers of structured vortex beams. *Appl Opt* 2022; 61: 6398–6407. DOI: 10.1364/AO.464178
- [36] Egorov Yu, Rubass A. Spin–Orbit Coupling in Quasi–Monochromatic Beams. *Photonics* 2023; 10: 305. DOI: 10.3390/photonics10030305
- [37] Volyar A, Abramochkin E, Egorov Yu, Bretsko M, Akimova Ya. Digital sorting of Hermite–Gauss beams: mode spectra and topological charge of a perturbed Laguerre–Gauss beam. *Comput Opt* 2020; 44(4): 501–509. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-747

Сведения об авторах

Егоров Юрий Александрович – кандидат физико–математических наук (2005), доцент кафедры общей физики (2006). Сфера научных интересов: сингулярная оптика, дифракционная оптика, оптика анизотропных сред. E-mail: yuriyegorov@cfuv.ru ORCID: 0000-0003-4990-9998

Алиев Азиз Ибрахимович – кандидат технических наук (2011), декан инженерно–технологический факультета. Сфера научных интересов: дифракционная оптика, обработка материалов. E-mail: alievaziz2704@gmail.com ORCID: 0009-0006-3427-444X

Умеров Эрвин Джеватович – кандидат технических наук (2022), доцент кафедры автомобильного транспорта, руководитель научно–производственного центра инжиниринговых технологий. Сфера научных интересов: дифракционная оптика, обработка материалов. E-mail: e.d.umerov@kipu-rc.ru ORCID: 0000-0003-3477-2036

Скакун Владимир Владимирович – преподаватель кафедры технологии машиностроения. Сфера научных интересов: дифракционная оптика, обработка материалов. E-mail: vladimir.skakun.92@list.ru ORCID: 0000-0003-0656-7852

Шостка Наталья Владимировна – кандидат физико–математических наук (2013), старший научный сотрудник. Сфера научных интересов: сингулярная оптика, дифракционная оптика, оптика анизотропных сред. E-mail: nataliya_shostka@mail.ru ORCID: 0000-0002-1417-3792

Рыбась Александр Федорович – кандидат физико–математических наук (2010), доцент кафедры общей физики (2014). Сфера научных интересов: сингулярная оптика, дифракционная оптика, оптика анизотропных сред. E-mail: alex.rubass@gmail.com ORCID: 0000-0001-6283-3487

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 22 февраля 2025 г. Окончательный вариант – 10 июня 2025 г.

Influence of optical activity of gyroanisotropic optical crystals on the Bessel beams

Y.A. Egorov¹, A.I. Aliev^{1,2}, E.D. Umerov^{1,2}, V.V. Skakun^{1,2}, N.V. Shostka¹, A.F. Rubass¹

¹ Crimean Federal V.I. Vernadsky University, Institute of Physics and Technology,

295007, Russia, Republic of Crimea, Simferopol, Academician Vernadsky Avenue 4;

² Crimean Engineering and Pedagogical University, Faculty of Engineering and Technology,

295015, Russia, Republic of Crimea, Simferopol, Uchebny Lane 8

Abstract

Using the example of a Bessel beam, it is shown that such a beam with initial circular polarization, propagating through an optically active medium devoid of linear birefringence, generates an optical vortex in the orthogonally polarized component. It is shown that a medium with true optical activity allows mutual transformation of beams with radial and azimuthal polarization distributions. It is also shown that a sufficiently weak perturbation of an optical medium with true optical activity and linear birefringence leads to the destruction of an isotropic point. In the vicinity of this point, the optical activity is suppressed by linear birefringence, so that a medium with a combined type of anisotropy reacts as a medium with truly linear birefringence. The structure of the fields of eigenmodes of Bessel beams in a birefringent uniaxial crystal with optical activity is similar to the structure of the modes of a medium with true optical activity. It is expected that the results of this study will expand the understanding of physical processes in the developing field of polarization and phase profilometry of materials.

Keywords: singular beams; gyrotropic crystals; topological charge.

Citation: Egorov YA, Aliev AI, Umerov ED, Skakun VV, Shostka NV, Rubass AF. Influence of optical activity of gyroanisotropic optical crystals on the Bessel beams. *Computer Optics* 2026; 50(1): 1688. DOI: 10.18287/COJ1688.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Science Foundation (Project No. 24-12-20013)

Author's information

Egorov Yuriy Alexandrovich – Candidate of Physical and Mathematical Sciences (2005), Associate Professor of the Department of General Physics (2006). Research interests: singular optics, diffractive optics, optics of anisotropic media. E-mail: yuriyegorov@cfuv.ru. ORCID: 0000-0003-4990-9998

Aliyev Aziz Ibrahimovich – Candidate of Technical Sciences (2011), Dean of the Faculty of Engineering and Technology. Research interests: diffractive optics, materials processing. E-mail: aliyevaziz2704@gmail.com ORCID: 0009-0006-3427-444X

Umerov Ervin Dzhevdatovich – Candidate of Technical Sciences (2022), Associate Professor of the Department of Automobile Transport, Head of the Scientific and Production Center for Engineering Technologies. Research interests: diffractive optics, materials processing. E-mail: e.d.umerov@kipu-rc.ru ORCID: 0000-0003-3477-2036

Skakun Vladimir Vladimirovich – lecturer at the Department of Mechanical Engineering Technology. Research interests: diffractive optics, materials processing. E-mail: vladimir.skakun.92@list.ru ORCID: 0000-0003-0656-7852

Natalia Vladimirovna Shostka – Candidate in Physics and Mathematics (2013), senior research fellow. Research interests: singular optics, diffractive optics, optics of anisotropic media. E-mail: nataliya_shostka@mail.ru ORCID: 0000-0002-1417-3792

Rubas Alexander Fedorovich – Candidate of Physical and Mathematical Sciences (2010), Associate Professor of the Department of General Physics (2014), Vice-Rector for Digital Transformation (2023). Research interests: singular optics, diffractive optics, optics of anisotropic media. E-mail: alex.rubass@gmail.com ORCID: 0000-0001-6283-3487

Received February 22, 2025. The final version – June 10, 2025.
