

Действие обобщённой спиральной фазовой пластинки с немонотонной угловой зависимостью фазы

А.В. Устинов¹, В.И. Логачев², С.Н. Хонина^{1,2}

¹ Институт систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт»,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

Предложен метод формирования световых кривых с высокой эффективностью с использованием секторных обобщённых спиральных фазовых пластинок с немонотонной угловой зависимостью фазы. Предложенный метод базируется на кусочно-линейной аппроксимации производной фазовой функции и сегментировании обобщённой спиральной фазовой пластинки. Представленные результаты демонстрируют возможность формирования световых кривых с достаточно произвольной геометрией, что расширяют спектр подходов эффективного формирования световых кривых с заданным распределением интенсивности.

Ключевые слова: обобщённая спиральная фазовая пластинка, прямая задача дифракции, обратная задача дифракции, немонотонная функция.

Цитирование: Устинов, А.В. Действие обобщённой спиральной фазовой пластинки с немонотонной угловой зависимостью фазы / А.В. Устинов, В.И. Логачев, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2026. – Т. 50, № 1. – 1671 – DOI: 10.18287/COJ1671.

Citation: Ustinov AV, Logachev VI, Khonina SN. Action of a generalized spiral phase plate with non-monotonic angular dependence of the phase. Computer Optics 2026; 50(1): 1671. DOI: 10.18287/COJ1671.

Введение

Стандартная спиральная фазовая пластина (СФП) [1–5] – это оптический элемент с комплексной функцией пропускания $\text{circ}(r/R)\exp(im\varphi)$, где (r, φ) – полярные координаты, R – радиус элемента, m – топологический заряд (ТЗ) [6, 7]. СФП позволяет формировать лазерные пучки со спиральным волновым фронтом из падающей плоской волны [8–11]. Такие пучки обладают уникальными свойствами и используются в различных приложениях, включая оптический захват и манипуляции микрочастицами [12–14], повышение разрешения и преодоление дифракционного предела в микроскопии [15–17], кодирование и мультиплексирование оптических каналов передачи информации [18–20], обработку и структурирование материалов [21–23].

Успешное использование вихревых пучков стимулирует дополнительные исследования по модификациям и обобщениям СФП [24–28]. В 2014 г. была предложена нестандартная СФП [24], фазовое распределение которой описывается степенным законом $2\pi t(\varphi/2\pi)^n$, где n – произвольное положительное число. При освещении этого элемента в фокальной плоскости формируется кривая в виде одного витка спирали. В статье [26] рассмотрено действие обобщенной СФП (ОСФП) с фазой, определяемой произвольной функцией $g(\varphi)$, и дано теоретическое описание формы генерируемой кривой. Отметим, что в [26] периодичность по углу (имеющаяся в [24]) не является необходимой. Более того, множество кривых невозможно получить при наличии такого ограничения. В [27] показано, как, сообщая падающему плоскому пучку амплитуду, зависящую от φ и определяемую $g(\varphi)$, можно получить кривую с постоянной яркостью. В статье [28] рассмотрены условия формирования обратного потока энергии [29–33] с использованием как стандартных, так и обобщённых СФП. Интересно, что любая ОСФП, описываемая однозначной монотонной функцией $g(\varphi)$, формирует световое поле в фокальной плоскости в виде одновитковой спирали [34]. Для получения других распределений необходимо разбиение ОСФП на отдельные сектора или выполнение специальных преобразований, например, квантования фазовой функции [34].

В большинстве упомянутых работ решалась прямая задача: рассчитывалось действие заданной ОСФП. Обратная задача расчёта фазовой функции ОСФП для формирования заданной кривой рассматривалась в [35]. При решении обратной задачи на функцию, описывающую кривую, были наложены такие условия, чтобы фаза была возрастающей: $g'(\varphi) > 0$. В данной работе мы рассматриваем влияние не монотонности угловой зависимости, т.е. смены знака производной фазы. В основном, мы ограничиваемся прямой задачей: приводим набор иллюстраций при различном положении точек смены знака. Но их визуальное наблюдение подсказывает возможность решения обратной задачи выделением отдельных ветвей кривой и сегментированием ОСФП.

1. Теоретическое описание формирования кривой при освещении ОСФП

Чтобы было понятнее, почему знак производной оказывает такое существенное (как увидим ниже) влияние на форму световой кривой, опишем детально процесс формирования такой кривой.

Когда световое поле падает на ОСФП [26], то её сектор под фиксированным полярным углом φ создаёт в фокальной плоскости пятно под углом $\varphi + 90^\circ$ (подробнее см. п. 2) на следующем расстоянии от центра:

$$r = \gamma'_{1,m} \frac{f}{kR_{max}}, \tag{1}$$

где k – волновое число, f – фокусное расстояние, $\gamma'_{1,m}$ – первый нуль производной функции Бесселя $J_m()$. В этом случае «мгновенное» значение ТЗ равно $m_c = g'(\varphi)$. Пусть кривая, которую мы хотим получить в фокальной плоскости, описывается в полярной системе координат функцией $r(\varphi)$. Эта функция должна быть *однозначной функцией угла и неотрицательной*. Исходя из формулы (1), определения m_c и того факта, что значение $\gamma'_{1,m}$ увеличивается приблизительно линейно с ростом m [39, выпр. 9.5.16], можно записать уравнение, связывающее безразмерный радиус $\rho(\varphi) = r(\varphi)kR/f$ и фазовую функцию ОСФП $g(\varphi)$:

$$\rho(\varphi) = \frac{dg(\varphi)}{d\varphi}. \tag{2}$$

Это простейшее дифференциальное уравнение первого порядка, всегда имеющее решение в квадратурах. Начальное условие выбирается из особенностей конкретной задачи. Кривая будет *замкнутой*, если выполняется равенство $g'(2\pi) = g'(0)$. Ниже приведены примеры разомкнутых и замкнутых кривых (иллюстрации в параграфе 3). Их параметры (a, b) *безразмерны*, а линейный размер определяется по формуле $(a, b)_{lin} = (a, b) \cdot f/(kR)$.

Пример 1. $\rho(\varphi) = a\sqrt{\varphi}$; $a > 0$

Это уравнение *одной* из двух ветвей спирали Ферма. Очевидно, что будет образован только один виток, так как угол φ не превышает 2π . Из (2) получаем искомую фазу СФП:

$$g(\varphi) = \frac{2}{3} a\varphi^{3/2}. \tag{3}$$

Пример 2. $\rho(\varphi) = a + b\cos\varphi$; $a > 0, b > 0, b \leq a$

Это уравнение улитки Паскаля (при $b = a$ сводится к уравнению кардиоиды). Отметим, что условие $b > 0$ не является необходимым, так как изменение знака приводит к отражению кривой относительно вертикали (мы ввели его, чтобы не писать знак модуля). Неравенство $b \leq a$ гарантирует неотрицательность $\rho(\varphi)$, что означает, что *видимый* полярный радиус однозначен (нет петли). Из (2) получаем требуемую фазу ОСФП:

$$g(\varphi) = a\varphi + b \sin \varphi. \tag{4}$$

Из равенства (2) и условий, наложенных на функцию $r(\varphi)$ непосредственно следует, что $g(\varphi)$ будет *возрастающей*; если $r(\varphi)$ в различных секторах задана отдельными выражениями, тогда $g(\varphi)$ будет кусочно-возрастающей.

2. Влияние знака производной фазы на построение кривой

В этом параграфе мы теоретически покажем, как смена знака производной фазы влияет на форму кривой. Для этого необходимо учесть свойство, которое не очень существенно при решении прямой задачи (и незаметно для классической СФП, формирующей окружность) – *смещение* положения сегмента спирали на один квадрант относительно положения на пластине. При *положительном* заряде участок пластины в квадранте I образует участок спирали в квадранте II и т. д. (смещение +1 квадрант). А при *отрицательном* заряде участок пластины в квадранте I образует участок спирали в квадранте IV и т. д. (смещение –1 квадрант). Это хорошо видно на рис. 1, где на освещаемых *стандартных* СФП с разным знаком заряда закрыты непрозрачным экраном все квадранты, кроме одного.

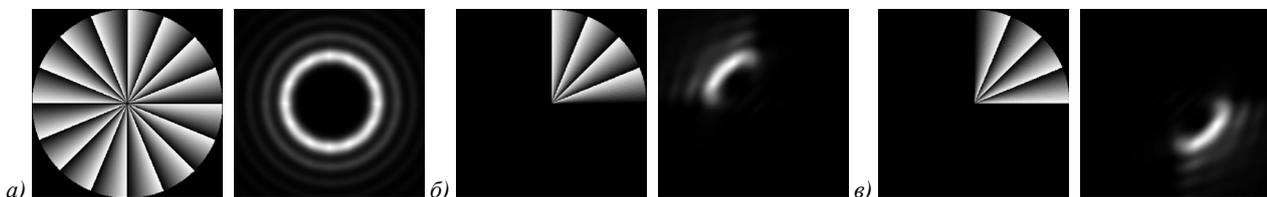


Рис. 1. Иллюстрация влияния смены знака градиента фазы в отдельном квадранте (слева – фаза, справа – интенсивность в фокальной плоскости): для полной СФП с зарядом +16 (а), для сегментированной СФП с зарядом +16 (б) и для сегментированной СФП с зарядом –16 (в)

В результате, например, спирали, образованные при $g(\varphi) = \varphi^2$ и $g(\varphi) = -\varphi^2$, получаются друг из друга центрально-симметричным отображением. Если производная меняет знак в рассматриваемой области углов, то это приводит к существенным последствиям.

Далее приводятся примеры, в которых сразу задана производная $g'(\varphi)$ (а не сама фаза, получаемая интегрированием), чтобы более наглядно представить, как меняется форма кривой при изменении положения/количества смен знака производной.

3. Результаты численного моделирования

Поле в фокальной плоскости рассчитывалось на основе численного интегрирования с помощью преобразования Фурье. Параметры расчёта: радиус входного поля $R=1$ мм, длина волны – 532 нм, фокусное расстояние $f=300$ мм. Результаты расчёта распределений в фокальной плоскости при освещении плоским пучком ОСФП с фазами из примеров 1 и 2 из §1 показаны на рис. 2 и 3 соответственно. Размер выходного поля составляет $0,5 \times 0,5$ мм. Теоретическая кривая на всех рисунках дана в исходном виде, без упомянутого выше смещения квадрантов.

Как видно на рис. 2, параметр a определяет, в основном, масштаб формируемой кривой, как это и ожидалось из уравнения спирали.

Для фазы (4) показаны случаи кардиоиды ($b=a$, рис. 3, верхняя строка), выпуклой кривой ($a \geq 2b$, рис. 3, средняя строка), и кривой, теоретически имеющей петлю ($b > a$, рис. 3, нижняя строка). Видно, что для всех трёх случаев линия максимальной яркости на рисунках соответствует теоретической с учётом поворота на 90° . Случай кривой, имеющей петлю (нижняя строка рис. 3), особенно интересен. На той части кривой, которая составляет петлю, $r(\varphi)$ является отрицательным, тем не менее, кривая построилась такой, как и представлялась теоретически. Это означает, что неотрицательность $r(\varphi)$ не является необходимым условием применения описанного способа.

Далее приведены примеры функций $g(\varphi)$, у которых производная меняет знак. Функции взяты так, чтобы обеспечить перемены знаков $g'(\varphi)$ в нужных местах. Выражения можно умножать на константу целиком для масштабирования всей кривой, или умножать на отдельном участке непрерывности производной для масштабирования соответствующего фрагмента. Кусочно-линейный вид $g'(\varphi)$ (графики приведены на соответствующих рисунках) взят из соображений простоты, хотя при этом кривые не будут произвольными, а состоящими только из отрезков спиралей $\rho = \alpha\varphi$ и окружностей. В выражениях для $g(\varphi)$ не пишем константу интегрирования, поэтому $g(\varphi)$ может и не быть непрерывной.

Пример 3.

$$g'(\varphi) = 200 \left(1 - \frac{1}{\pi} \varphi\right), \quad g(\varphi) = 200 \left(\varphi - \frac{1}{2\pi} \varphi^2\right). \tag{5}$$

Производная положительна в квадрантах I и II, и отрицательна в квадрантах III и IV. Формируемая кривая показана на рис. 4.

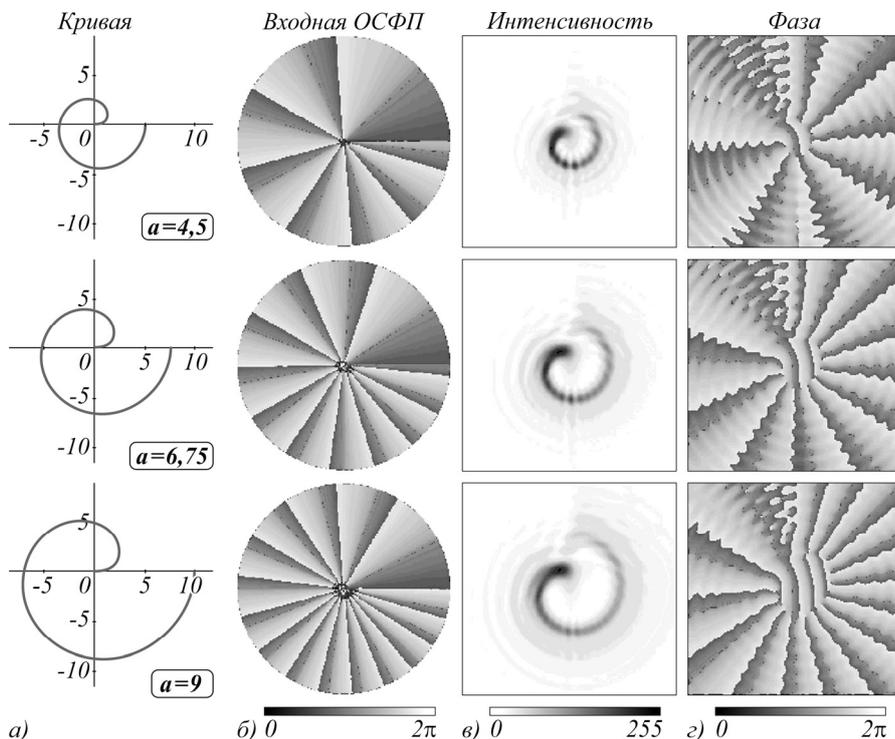


Рис. 2. Результаты расчёта дифракции плоского пучка на ОСФП с фазой (3) при $a = 4,5$ (верхняя строка), $a = 6,75$ (средняя строка) и $a = 9$ (нижняя строка): вид кривой (а), фаза ОСФП (б), распределение интенсивности (негатив) (в) и фазы (г) в фокальной плоскости

Благодаря симметричности производной относительно точки смены знака получилась симметричная кривая, если мы хотим получить несимметричную кривую, можно отмасштабировать два квадранта, как в следующем примере.

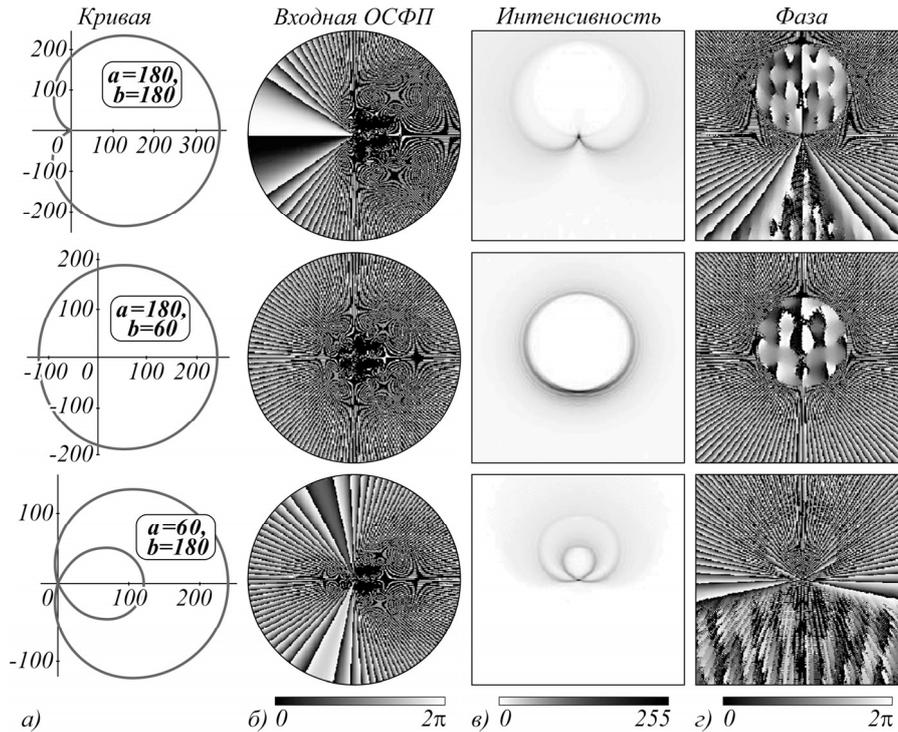


Рис. 3. Результаты расчёта дифракции плоского пучка на ОСФП (4) при $a = b = 180$ (верхняя строка), $a = 180, b = 60$ (средняя строка) и $a = 60, b = 180$ (нижняя строка); остальное как на рис. 2

Пример 4.

$$g'(\varphi) = \begin{cases} 200 \left(1 - \frac{1}{\pi} \varphi\right), & 0 \leq \varphi \leq \pi \\ 240 \left(1 - \frac{1}{\pi} \varphi\right), & \pi \leq \varphi \leq 2\pi \end{cases}, \tag{6}$$

Знаки производной такие же, как в примере 3, но её величина в квадрантах III и IV *отличается*. Формируемая кривая показана на рис. 5.

При переменном знаке производной возможно построение кривой, у которой одна ветвь *целиком* находится внутри другой.

Пример 5.

$$g'(\varphi) = \begin{cases} 200 \left(1 - \frac{2}{\pi} \varphi\right), & 0 \leq \varphi \leq \pi/2 \\ 300 \left(1 - \frac{2}{\pi} \varphi\right), & \pi/2 \leq \varphi \leq \pi \\ 300 \left(-3 + \frac{2}{\pi} \varphi\right), & \pi \leq \varphi \leq 3\pi/2 \\ 200 \left(-3 + \frac{2}{\pi} \varphi\right), & 3\pi/2 \leq \varphi \leq 2\pi \end{cases} \tag{7}$$

Производная положительна к квадрантам I и IV и отрицательна в квадрантах II и III. Формируемая кривая показана на рис. 6.

Пример 6.

$$g'(\varphi) = \begin{cases} 200 \left(1 - \frac{2}{3\pi} \varphi\right), & 0 \leq \varphi \leq 3\pi/2 \\ 140 \left(3 - \frac{2}{\pi} \varphi\right), & 3\pi/2 \leq \varphi \leq 2\pi \end{cases}, \tag{8}$$

Производная положительна к квадрантам I, II и III и отрицательна в квадранте IV. Формируемая кривая показана на рис. 7.

Пример 7.

$$g'(\varphi) = \begin{cases} 280 \left(-1 + \frac{2}{\pi} \varphi\right), & 0 \leq \varphi \leq 3\pi/4 \\ 280 \left(2 - \frac{2}{\pi} \varphi\right), & 3\pi/4 \leq \varphi \leq \pi \\ 280 \left(1 - \frac{1}{\pi} \varphi\right), & \pi \leq \varphi \leq 2\pi \end{cases}, \tag{9}$$

Здесь, наоборот, производная отрицательна в трёх квадрантах I, III и IV, и положительна в квадранте II. Формируемая кривая показана на рис. 8.

Кривые на рис. 6 и 8 структурно похожи, но из-за разных позиций смены знаков вторая ветвь лежит только в одном квадранте. Кроме того, на рис. 8 коэффициенты не подбирались так, чтобы добиться симметрии.

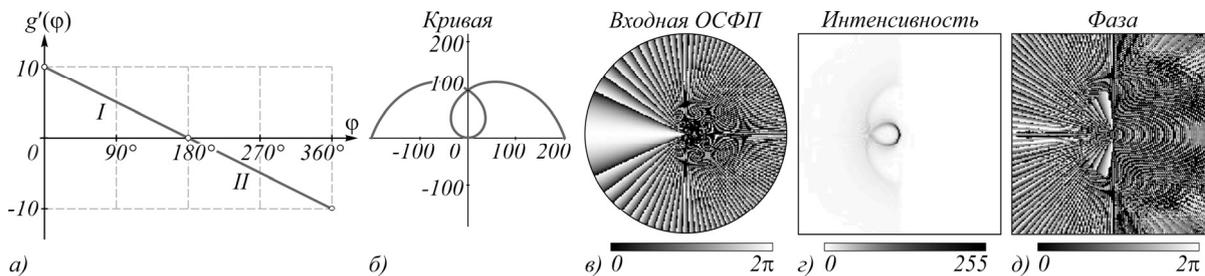


Рис. 4. Результаты расчёта дифракции плоского пучка на ОСФП (5): график производной фазы (а), вид кривой (б), фаза ОСФП (в), распределение интенсивности (z) и фазы (д) в фокальной плоскости

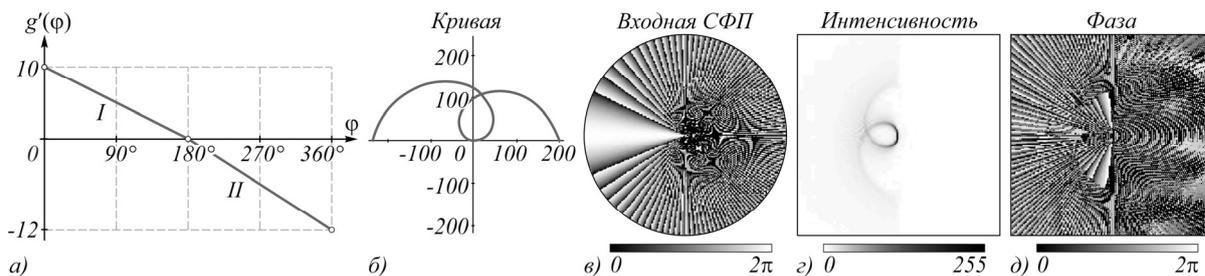


Рис. 5. Результаты расчёта дифракции плоского пучка на ОСФП (6): остальное как на рис. 4

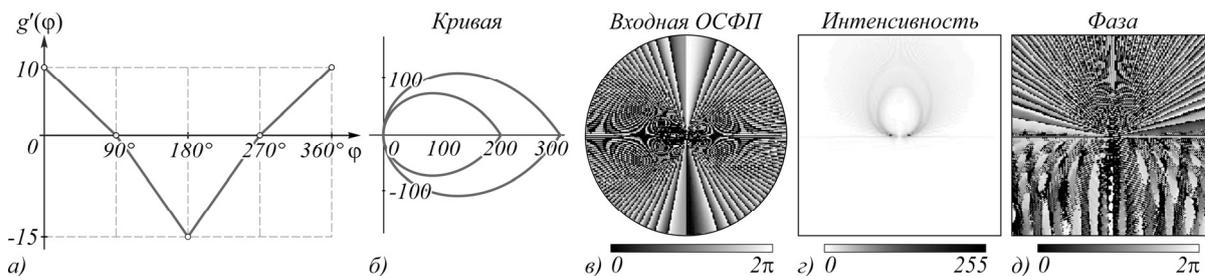


Рис. 6. Результаты расчёта дифракции плоского пучка на ОСФП (7): остальное как на рис. 4

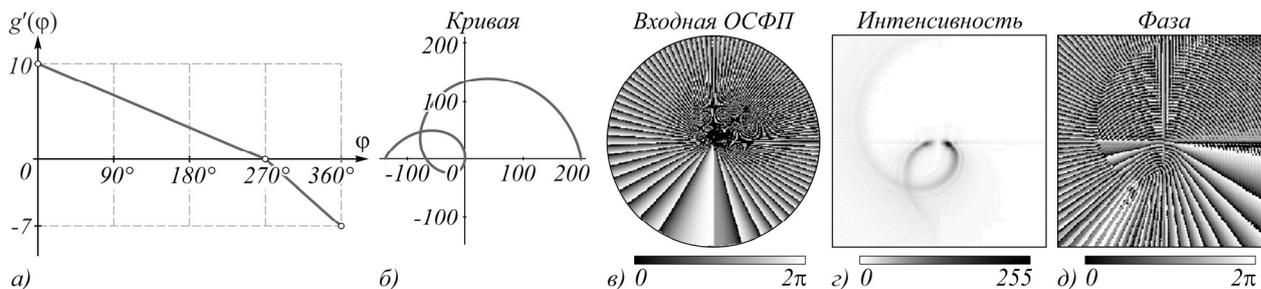


Рис. 7. Результаты расчёта дифракции плоского пучка на ОСФП (8): остальное как на рис. 4

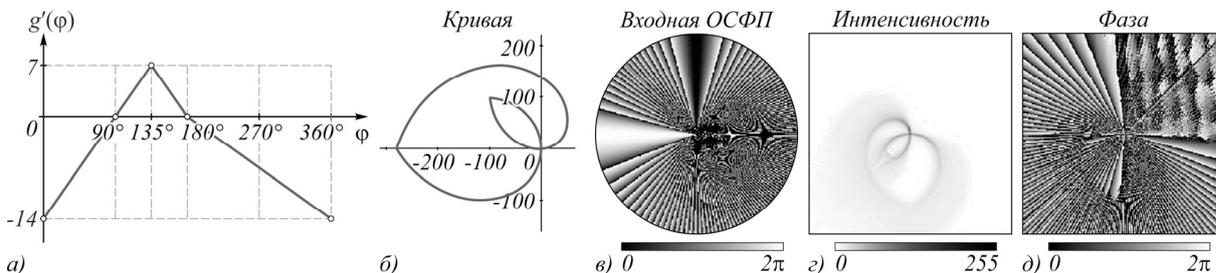


Рис. 8. Результаты расчёта дифракции плоского пучка на ОСФП (9): остальное как на рис. 4

В приведённых выше примерах смена знака производной проходила с переходом через нуль, то есть непрерывным образом, и переход между ветвями разного знака происходил в начале координат. Если перемена знака происходит скачком, то это меняет процесс построения и увеличивает разнообразие получаемых стилей кривой.

Очевидно, что при увеличении количества перемен знаков увеличится и число дуг (не ветвей; их всегда две: положительная и отрицательная) кривой. Это мы увидим в примере построения четырёхлистника (пример ниже).

Пример 8.

$$g'(\varphi) = \begin{cases} \frac{800}{\pi} \varphi, & 0 \leq \varphi \leq \pi/4 \\ 400 \left(1 - \frac{2}{\pi} \varphi\right), & \pi/4 \leq \varphi \leq 3\pi/4 \\ 400 \left(-2 + \frac{2}{\pi} \varphi\right), & 3\pi/4 \leq \varphi \leq 5\pi/4 \\ 400 \left(3 - \frac{2}{\pi} \varphi\right), & 5\pi/4 \leq \varphi \leq 7\pi/4 \\ 400 \left(-4 + \frac{2}{\pi} \varphi\right), & 7\pi/4 \leq \varphi \leq 2\pi \end{cases} \quad (10)$$

В примере 8 производная положительна в квадрантах I и III, и отрицательна в квадрантах II и IV. Иллюстрация для формулы (10) и формируемая кривая показана на рис. 9.

В следующем примере 9 производная положительна к квадрантам I и III, и отрицательна в квадрантах II и IV. Знаки как в предыдущем примере, но при 270 градусах происходит скачок (см. иллюстрацию на рис. 10а). Формируемая кривая показана на рис. 10.

Наличие скачка можно увидеть на картине фазы (рис. 10в), на которой окрестность 270° явно отличается от окрестности углов, где имеется переход через нуль.

Пример 9.

$$g'(\varphi) = \begin{cases} \frac{800}{\pi} \varphi, & 0 \leq \varphi \leq \pi/4 \\ 400 \left(1 - \frac{2}{\pi} \varphi\right), & \pi/4 \leq \varphi \leq 3\pi/4 \\ 400 \left(-2 + \frac{2}{\pi} \varphi\right), & 3\pi/4 \leq \varphi \leq \pi \\ 400 \left(-1 + \frac{1}{\pi} \varphi\right), & \pi \leq \varphi \leq 3\pi/2 \\ 400 \left(-2 + \frac{1}{\pi} \varphi\right), & 3\pi/2 \leq \varphi \leq 2\pi \end{cases} \quad (11)$$

На рис. 10, как и на рис. 4 имеются две концевые точки, но есть существенная разница в их происхождении: на рис. 4 это точки, соответствующие краевым углам 0° и 360°. Здесь же, если двигаться по увеличению угла, вначале формируются петли, затем правая нижняя (на кадре интенсивности) ветвь, а когда достигается конец, то происходит перескок к концу левой нижней ветви, которая завершается в начале координат. Однако отметим, с учетом цикличности углов, можно начальную позицию поместить в позицию 270°. Тогда разрыва не будет, так как значения при 0° и 360° равны. Это подтверждается сходством рис. 4 и 10.

Таким образом, в примере 9 визуально перескок не проявился. Но этот эффект можно увидеть при другой функции $g'(\varphi)$, а именно на примере 10 ниже.

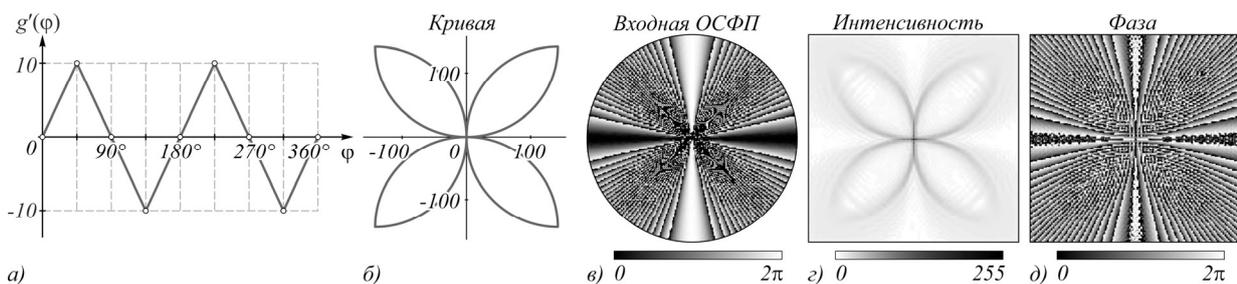


Рис. 9. Результаты расчёта дифракции плоского пучка на ОСФП (10): остальное как на рис. 4

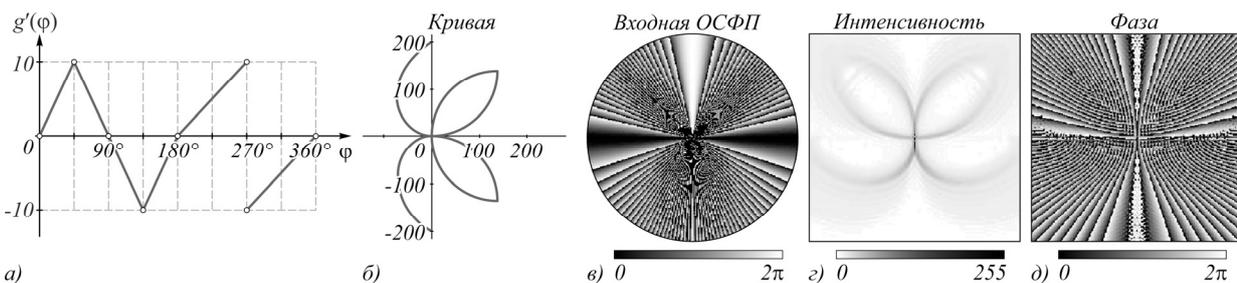


Рис. 10. Результаты расчёта дифракции плоского пучка на ОСФП (11): остальное как на рис. 4

В примере 10 производная положительна к квадрантах I и III и отрицательна в квадрантах II и IV. Знаки как в предыдущем примере, но имеется *два* скачка (см. рис. 11а): при 180° и 270°. Формируемая кривая показана на рис. 11.

Пример 10.

$$g'(\varphi) = \begin{cases} \frac{800}{\pi} \varphi, & 0 \leq \varphi \leq \pi/4 \\ 400 \left(1 - \frac{2}{\pi} \varphi\right), & \pi/4 \leq \varphi \leq \pi/2 \\ 400 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \varphi\right), & \pi/2 \leq \varphi \leq \pi \\ 200, & \pi \leq \varphi \leq 3\pi/2 \\ 400 \left(-2 + \frac{1}{\pi} \varphi\right), & 3\pi/2 \leq \varphi \leq 2\pi \end{cases}, \tag{12}$$

Здесь влияние скачков хорошо видно не только на картине фазы (рис. 11в). Когда кривая доходит до *верхней вертикальной* точки (на картине интенсивности, рис. 11г), происходит перескок к *нижней вертикальной* точке. А когда кривая доходит до *правой горизонтальной* точки, происходит перескок к *левой горизонтальной* точке. Таким образом, формируется «висящая» дуга.

В примерах 8 – 10 квадранты с разными знаками производной *чередуются*. Можно показать, что в таком случае *ту же* кривую можно сформировать с помощью ОСФП с производной фазы *одного* знака. Это подсказывает вид рис. 9 – 11: нет пустых секторов и секторов, в которых радиус точки кривой – двузначная функция. Покажем это на четырёхлистнике из примера 8. Поменяв знаки в (9) для отрицательных квадрантов, получили всюду положительную производную. Ниже, в примере 11, приведен вид полученной производной фазы для четырёхлистника одного знака. Формируемая кривая показана на рис. 12.

Пример 11.

$$g'(\varphi) = \begin{cases} \frac{800}{\pi} \varphi, & 0 \leq \varphi \leq \pi/4 \\ 400 \left(1 - \frac{2}{\pi} \varphi\right), & \pi/4 \leq \varphi \leq \pi/2 \\ 400 \left(-1 + \frac{2}{\pi} \varphi\right), & \pi/2 \leq \varphi \leq 3\pi/4 \\ 400 \left(2 - \frac{2}{\pi} \varphi\right), & 3\pi/4 \leq \varphi \leq \pi \\ 400 \left(-2 + \frac{2}{\pi} \varphi\right), & \pi \leq \varphi \leq 5\pi/4 \\ 400 \left(3 - \frac{2}{\pi} \varphi\right), & 5\pi/4 \leq \varphi \leq 3\pi/2 \\ 400 \left(-3 + \frac{2}{\pi} \varphi\right), & 3\pi/2 \leq \varphi \leq 7\pi/4 \\ 400 \left(4 - \frac{2}{\pi} \varphi\right), & 7\pi/4 \leq \varphi \leq 2\pi \end{cases}, \tag{13}$$

Теоретические кривые на рис. 9 и 12 одинаковы, *построенные* кривые *почти* одинаковы. Их отличие в окрестности начала координат объясняется *разным* итогом интерференции ветвей кривой: теоретические амплитуды в обоих случаях равны, но фазы не равны.

Кривые в примерах 8 и 11 похожи на 4-лепестковую розу. Основное визуальное отличие розы от четырёхлистника в *гладком крае* лепестка – на его конце нет излома контура (см. рис. 13).

Для построения розы можно использовать ОСФП, все сектора которой описываются одной формулой.

Пример 12.

$$\begin{aligned} g'(\varphi) &= 400[1 + \cos(4\varphi - \pi)], & 0 \leq \varphi \leq 2\pi \\ g(\varphi) &= 400 \left[\varphi + \frac{1}{4} \sin(4\pi - \varphi)\right], & 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \end{aligned} \tag{14}$$

Уравнение (14) отличается от стандартного уравнения 4-лепестковой розы. Производная везде положительна. Формируемая кривая показана на рис. 13.

Как и ожидалось, рис. 12 и 13 структурно похожи, но лепестки на рис. 13 имеют закруглённую форму без излома.

Таким образом, рассмотренные примеры демонстрируют возможность формирования световых кривых с достаточно произвольной геометрией на основе сегментирования ОСФП и кусочно-линейной аппроксимации производной фазовой функции.

Известны различные подходы к формированию световых кривых. В частности, геометро-оптический подход даёт аналитическое решение и позволяет проектировать оптические элементы с плавным рельефом [37, 38], но принципиально не учитывает дифракционные эффекты. Хотя итерационные методы [39 – 43] пред-

ставляются универсальным инструментом, они не обладают глобальной сходимостью, т. е. с некоторой точностью можно получить только одно из возможных решений. Недостатком итерационного подхода является также факт многократного использования прямого и обратного оператора на каждой итерации, что приводит к значительным временным и вычислительным затратам. Наиболее простым не итерационным подходом является формирование 2D или 3D световых кривых, основанным на композиции в одном оптическом элементе нескольких элементов, фокусирующих в некоторые примитивы (точки, линии, кольца и др.) [44 – 47]. Ограничением такого подхода является невысокая эффективность формируемых световых кривых из-за необходимости выполнять дополнительное кодирование амплитуды в фазовую функцию пропускания.

Предложенный в данной работе метод позволяет получать решения в виде чисто фазового распределения, что обеспечивает наибольшую дифракционную эффективность формируемых полей.

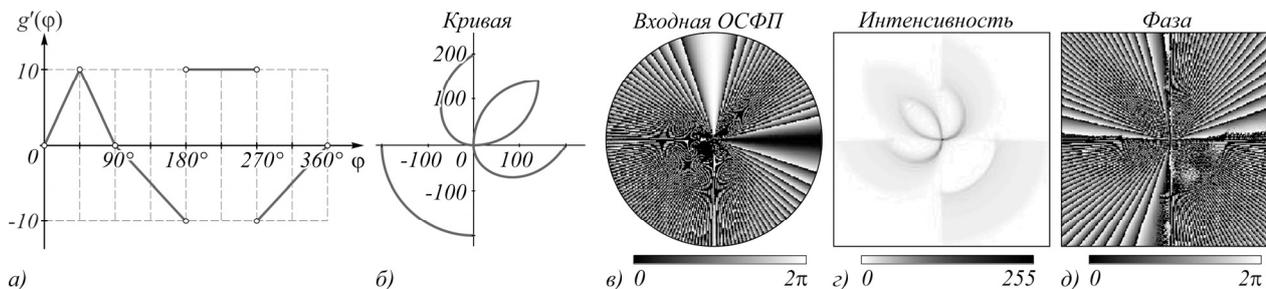


Рис. 11. Результаты расчёта дифракции плоского пучка на ОСФП (12): остальное как на рис. 4

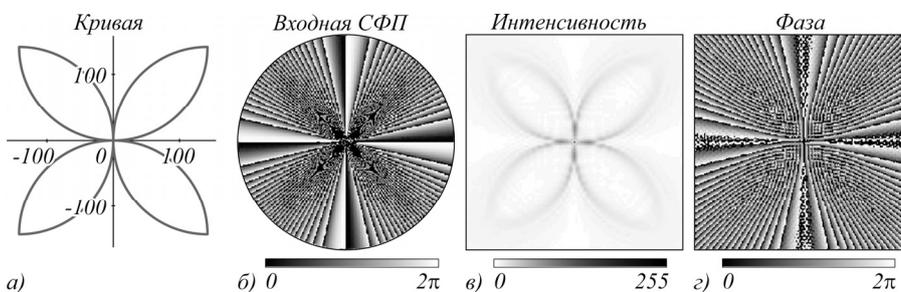


Рис. 12. Результаты расчёта дифракции плоского пучка на ОСФП (13): остальное как на рис. 2

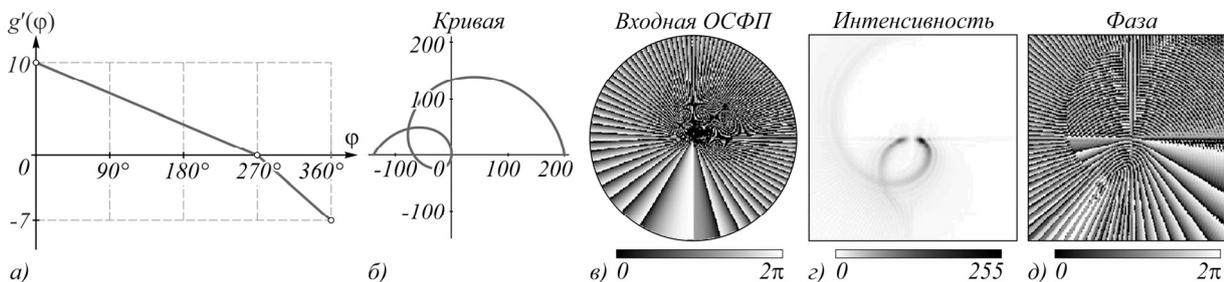


Рис. 13. Результаты расчёта дифракции плоского пучка на ОСФП (14): остальное как на рис. 2

Заключение

В данной статье мы рассмотрели действие обобщённой СФП с немонотонной зависимостью фазы от угла. Предложенный метод базируется на сегментировании ОСФП. При этом каждый сегмент пластинки отвечает за формирование отдельных элементов световой кривой, что обеспечивает возможность формирования световых кривых с достаточно произвольной геометрией, включая изломы и невозможные при монотонной фазе самопересечения. Полученные результаты расширяют спектр подходов энергетически эффективного формирования световых кривых.

Благодарности

Работа проведена в рамках выполнения государственного задания НИЦ «Курчатовский институт».

References

1. Beijersbergen MW, Coerwinkel RPC, Kristensen M, Woerdman JP. Helical-wave-front laser-beams produced with a spiral phaseplate. Opt Commun 1994; 112(5-6): 321-327. DOI: 10.1016/0030-4018(94)90638-6.
2. Oemrawsingh SSR, van Houwelingen JAW, Eliel ER, Woerdman JP, Verstegen EJK, Kloosterboer JG, and Hooft GW. Production and characterization of spiral phase plates for optical wavelengths. Appl Opt 2004; 43: 688-694. DOI: 10.1364/AO.43.000688
3. Fedorov VV, Volyar AV. Spiral phase plates for laser beams transformation. Proc SPIE 2006; 6254: 62541G.

4. Caño-García M, Quintana X, Otón JM, Geday MA. Dynamic multilevel spiral phase plate generator. *Sci Rep* 2018; 8: 15804. DOI: 10.1038/s41598-018-34041-2.
5. Kostyuk G, Shkuratova V, Petrov A, Stepanyuk D, Zakoldaev R. Spiral phase plate for generation of scalar vortex beam made on fused silica by laser-induced microplasma. *Opt Quantum Electron* 2023; 55: 344. DOI: 10.1007/s11082-022-04491-0.
6. Soskin MS, Gorshkov VN, Vastnetsov MV, Malos JT, Heckenberg NR. Topological charge and angular momentum of light beams carrying optical vortex. *Phys Rev A* 1997; 56(5): 4064-4075. DOI: 10.1103/PhysRevA.56.4064.
7. Guo CS, Lu LL, Wang HT. Characterizing topological charge of optical vortices by using an annular aperture. *Opt Lett* 2009; 34(23): 3686-3688. DOI: 10.1364/OL.34.003686.
8. Jankowski T, Bennis N, Morawiak P, Zografopoulos DC, Pakula A, Filipiak M, Slowikowski M, López-Higuera JM, Algorri J.F. Optical vortices by an adaptive spiral phase plate. *Opt & Las Techn* 2024; 176: 111029. DOI: 10.1016/j.optlas-tec.2024.111029.
9. Chen J, Kuang DF, Gui M, Fang ZL. Generation of optical vortex using a spiral phase plate fabricated in quartz by direct laser writing and inductively coupled plasma etching. *Chin Phys Lett* 2009; 26(1): 014202. DOI: 10.1088/0256-307X/26/1/014202.
10. Shen Y, Wang X, Xie Z, Min C, Fu X, Liu Q, Gong M, Yuan X. Optical vortices 30 years on: OAM manipulation from topological charge to multiple singularities. *Light Sci Appl* 2019; 8: 90. DOI: 10.1038/s41377-019-0194-2.
11. Porfirev AP, Kuchmizhak AA, Gurbatov SO, Juodkazis S, Khonina SN, Kul'chin YuN. Phase singularities and optical vortices in photonics. *Phys Usp* 2022; 65(8): 789-811. DOI: 10.3367/UFNe.2021.07.039028.
12. McGloin D. Optical tweezers: 20 years on. *Phil Trans R Soc A* 2006; 364(1849): 3521-3537. DOI: 10.1098/rsta.2006.1891.
13. Chen M, Mazilu M, Arita Y, Wright EM, and Dholakia K. Dynamics of microparticles trapped in a perfect vortex beam. *Opt Lett* 2013; 38: 4919-4922. DOI: 10.1364/OL.38.004919
14. Liu C. Vortex beam and its application in optical tweezers. *J Phys: Conf Ser* 2020; 1549: 032012. DOI: 10.1088/1742-6596/1549/3/032012.
15. Tamburini F, Anzolin G, Umbriaco G, Bianchini A, Barbieri C. Overcoming the Rayleigh criterion limit with optical vortices. *Phys Rev Lett* 2006; 97: 163903. DOI: 10.1103/PhysRevLett.97.163903.
16. Khonina SN. Vortex beams with high-order cylindrical polarization: features of focal distributions. *Appl Phys B* 2019; 125: 100. DOI: 10.1007/s00340-019-7212-1.
17. Liu J-j, Liang B, Cheng J-c. Focusing a two-dimensional acoustic vortex beyond diffraction limit on an ultrathin structured surface. *Phys Rev Applied* 2021; 15: 014015. DOI: 10.1103/PhysRevApplied.15.014015.
18. Qiao Z, Wan Z, Xie G, Wang J, Qian L, Fan D. Multi-vortex laser enabling spatial and temporal encoding. *PhotonIX* 2020; 1: 13. DOI: 10.1186/s43074-020-00013-x.
19. Fang X, Ren H, Gu M. Orbital angular momentum holography for high security encryption. *Nat Photonics* 2020; 14(2): 102-108. DOI: 10.1038/s41566-019-0560-x.
20. Wang X, Song Y, Pang F, Li Y, Zhang Q, Zhuang L, Guo X, Ju Y, He X, Yang S, Yang Y. Coding and decoding data by multiplexing vortex beams in free space. *Opt Commun* 2020; 472: 125909. DOI: 10.1016/j.optcom.2020.125909.
21. Ambrosio A, Marrucci L, Borbone F, Roviello A, Maddalena P., Light-induced spiral mass transport in azo-polymer films under vortex-beam illumination. *Nat Commun* 2012; 3: 989. DOI: 10.1038/ncomms1996.
22. Ni J, Huang C, Zhou LM, Gu M, Song Q, Kivshar Y, Qiu CW. Multidimensional phase singularities in nanophotonics. *Science* 2021; 374(6566): eabj0039. DOI: 10.1126/science.abj0039.
23. Porfirev A, Khonina S, Kuchmizhak A. Light-matter interaction empowered by orbital angular momentum: Control of matter at the micro-and nanoscale. *Progress in Quantum Electronics* 2023; 88: 100459. DOI: 10.1016/j.pquantelec.2023.100459.
24. Li P, Liu S, Peng T, Xie G, Gan X, Zhao J. Spiral autofocusing Airy beams carrying power-exponent-phase vortices. *Opt Express* 2014; 22(7): 7598-7606. DOI: 10.1364/OE.22.007598.
25. Lao G, Zhang Z, Zhao D. Propagation of the power-exponent-phase vortex beam in paraxial ABCD system. *Opt Express* 2016; 24(16): 18082-18094. DOI: 10.1364/OE.24.018082.
26. Khonina SN, Ustinov AV, Logachev VI, Porfirev AP. Properties of vortex light fields generated by generalized spiral phase plates. *Phys Rev A* 2020; 101: 043829. DOI: 10.1103/PhysRevA.101.043829.
27. Ustinov AV, Khonina SN, Khorin PA, Porfirev AP. Control of the intensity distribution along the light spiral generated by a generalized spiral phase plate. *J Opt Soc Am B* 2021; 38(2): 420-427. DOI: 10.1364/JOSAB.408884.
28. Ustinov AV, Khonina SN, Porfirev AP. Formation of inverse energy flux in the case of diffraction of linearly polarized radiation by conventional and generalized spiral phase plates. *Photonics* 2021; 8(7): 283. DOI: 10.3390/photonics8070283.
29. Novitsky A, Novitsky D. Negative propagation of vector Bessel beams. *J Opt Soc Am A* 2007; 24(9): 2844-2849. DOI: 10.1364/JOSAA.24.002844.
30. Vaveliuk P, Martinez-Matos O. Negative propagation effect in nonparaxial Airy beams. *Opt Express* 2012; 20(24): 26913-26921. DOI: 10.1364/OE.20.026913.
31. Kotlyar VV, Stafeev SS, Nalimov AG. Energy backflow in the focus of a light beam with phase or polarization singularity. *Phys Rev A* 2019; 99(3): 033840. DOI: 10.1103/PhysRevA.99.033840.
32. Zaitsev VD, Stafeev SS, Kotlyar VV. Formation of a Reverse Energy Flow by Focusing Light with Quartz Glass Micro-Objects. *Nanotechnol Russia* 2022; 17: 909-914. DOI: 10.1134/S2635167622060209
33. Han L, Qi J, Gao C, Li F. Controllable reverse energy flow in the focus of tightly focused hybrid vector beams. *Opt Express* 2004; 32(21): 36865-36874. DOI: 10.1364/OE.536888.
34. Khonina SN, Ustinov AV, Porfirev AP. Diatom optical element: a quantized version of the generalized spiral lens. *Opt Lett* 2022; 47(16): 3988-3991. DOI: 10.1364/OL.469113.
35. Ustinov AV, Logachev VI, Khonina SN. Calculation of the transmission function of a generalized spiral phase plate to form a given curve. *Opt Mem Neural Netw* 2024; 33(1): S34-S42. DOI: 10.3103/S1060992X24700280.

36. Abramowitz M, Stegun IA. Handbook on mathematical functions with formulas, graphs and mathematical tables. New York: Dover; 1964.
37. Olikier VI. Mathematical aspects of design of beam shaping surfaces in geometrical optics. In Book: Kirkilionis M, Krömker S, Rannacher R, Tomi F, eds. Trends in nonlinear analysis. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag; 2003: 193-224. DOI: 10.1007/978-3-662-05281-5_4.
38. Doskolovich LL, Dmitriev AY, Bezus EA, Moiseev MA. Analytical design of freeform optical elements generating an arbitrary-shape curve. Appl Opt 2013; 52(12): 2521-2526. DOI: 10.1364/AO.52.002521.
39. Whyte G, Courtial J. Experimental demonstration of holographic three-dimensional light shaping using a Gerchberg–Saxton algorithm. New J Phys 2005; 7(1): 117. DOI: 10.1088/1367-2630/7/1/117.
40. Lopez-Aguayo S, Kartashov YV, Vysloukh VA, Torner L. Method to generate complex quasi nondiffracting optical lattices. Phys Rev Lett 2010; 105: 013902. DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.013902.
41. Hsu W-F, Lin S-C. Iterative pixelwise approach applied to computer-generated holograms and diffractive optical elements. Appl Opt 2018; 57(1): A189-A196. DOI: 10.1364/AO.57.00A189.
42. Doskolovich LL, Mingazov AA, Bykov DA, Andreev ES, Bezus EA. Variational approach to calculation of light field eikonal function for illuminating a prescribed region. Opt Express 2017; 25: 26378–26392. DOI: 10.1364/OE.25.026378
43. Khorin PA, Volotovskiy SG. Calculation of a diffraction-free beam with the given transverse intensity distribution using an iterative algorithm. Proc SPIE 2023; 12743: 127430U. DOI: 10.1117/12.2674181
44. Vijayakumar A, Bhattacharya S. Design, fabrication and evaluation of diffractive optical elements for generation of focused ring patterns. Proc SPIE 2015; 9449: 944902. DOI: 10.1117/12.2077407.
45. Ortiz-Ambriz A, Lopez-Aguayo S, Kartashov YV, Vysloukh VA, Petrov D, Garcia-Gracia H, Gutiérrez-Vega JC, Torner L. Generation of arbitrary complex quasi-non-diffracting optical patterns. Opt Express 2013; 21(19): 22221-22231. DOI: 10.1364/OE.21.022221.
46. Khonina SN, Porfirev AP, Volotovskiy SG, Ustinov AV, Karpeev SV. Simple method of light field calculation for shaping of 3D light curves. Photonics 2023; 10(8): 941. DOI: 10.3390/photonics10080941.
47. Siemion A. The Magic of Optics—An Overview of Recent Advanced Terahertz Diffractive Optical Elements. Sensors. 2021; 21(1):100. DOI: 10.3390/s21010100

Сведения об авторах

Устинов Андрей Владимирович, 1968 года рождения, в 1991 году окончил Куйбышевский авиационный институт имени академика С.П. Королёва (КуАИ) по специальности «Прикладная математика». Кандидат физико-математических наук (2016 год), работает научным сотрудником в Институте систем обработки изображений, НИЦ "Курчатовский институт". Область научных интересов: дифракционная оптика, разработка программ моделирования работы оптических элементов; обработка изображений, в частности, гидродинамических процессов и биомедицинских изображений. E-mail: andr@ipsiras.ru

Логачев Валентин Иванович, аспирант кафедры технической кибернетики Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королёва, магистр по специальности «Оптика». Область научных интересов: дифракционная оптика, вихревые пучки. E-mail: walle.log@yandex.ru

Хонина Светлана Николаевна, доктор физико-математических наук, профессор Самарского университета; главный научный сотрудник Института систем обработки изображений, НИЦ "Курчатовский институт". Область научных интересов: дифракционная оптика, сингулярная оптика, модовые и поляризационные преобразования, оптическое манипулирование, оптическая и цифровая обработка изображений. E-mail: khonina@ipsiras.ru

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 30 января 2025 г. Окончательный вариант – 25 марта 2025 г.

Action of a generalized spiral phase plate with non-monotonic angular dependence of the phase

A.V. Ustinov¹, V.I. Logachev², S.N. Khonina^{1,2}

¹Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute", 443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151;

²Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

Abstract

A method for generating light curves with high efficiency using sector generalized spiral phase plates with a non-monotonic angular dependence of the phase is proposed. The proposed method is based on piecewise linear approximation of the phase function derivative and segmentation of a generalized spiral phase plate. The presented results demonstrate the possibility of forming light curves with a fairly arbitrary geometry, which expands the range of approaches to effectively forming light curves with a given intensity distribution.

Keywords: vortex lens, phase quantization, local foci, vortex beams detection.

Citation: Ustinov AV, Logachev VI, Khonina SN. Action of a generalized spiral phase plate with non-monotonic angular dependence of the phase. *Computer Optics* 2026; 50(1): 1671. DOI: 10.18287/COJ1671.

Acknowledgements: This work was performed within the framework of the State assignment of the National Research Center "Kurchatov Institute".

Authors' information

Andrey Vladimirovich Ustinov, (b. 1968) graduated from Kuibyshev Aviation Institute named after academician S.P. Korolyov (KuAI) on a specialty "Applied Mathematics" in 1991. Candidate of Physical and Mathematical Sciences (2016), works as the researcher in the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute". Research interests: diffractive optics; software design for modeling of optical elements operating; images processing, particularly images of hydrodynamic processes and biomedical images. E-mail: andr@ipsiras.ru

Valentin Ivanovich Logachev, postgraduate student of the Technical Cybernetics Department at Samara University, has a master's degree in optics. Research interests: diffractive optics; vortex beams. E-mail: walle.log@yandex.ru

Svetlana Nikolaevna Khonina, Doctor of Physical and Mathematical Sciences; Professor of Samara National Research University. Main researcher of the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute". Research interests: diffractive optics, singular optics, mode and polarization transformations, optical manipulating, optical and digital image processing. E-mail: khonina@ipsiras.ru

Received January 30, 2025. The final version – March 25, 2025.
