

Дизайн ДОО, устойчивого к ошибке позиционирования, для оптической классификации изображений

Д.В. Сошников^{1,2}, Л.Л. Досколович^{1,2}, Г.А. Мотз^{1,2}, Н.В. Головастиков^{1,2}, Е.А. Безус^{1,2}, Д.А. Быков^{1,2}

¹ Институт систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт»,

443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,

443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

Предложен метод расчета дифракционных оптических элементов, устойчивых к ошибке позиционирования, для решения задачи классификации. В рамках метода ошибка решения задачи классификации представляется функционалом, зависящим от фазовой функции рассчитываемого элемента и от случайного вектора, задающего ошибку позиционирования в виде поперечного смещения элемента относительно оптической оси. Далее математическое ожидание этого функционала используется в качестве функционала ошибки в градиентном методе расчета дифракционного оптического элемента, при этом для производных функционала ошибки получены явные выражения. С использованием метода рассчитан дифракционный оптический элемент для классификации изображений рукописных цифр. В рамках численного моделирования показаны хорошие рабочие характеристики рассчитанного элемента (точность классификации – более 96 % при значении «контраста», характеризующего величину энергии в области предсказанного класса по сравнению с энергиями в областях других классов, более 13 %) для смещений на 2 пикселя по обеим осям координат, что соответствует сдвигу центра элемента на расстояние до 17 длин волн.

Ключевые слова: дифракционный оптический элемент, фазовая функция, задача классификации изображений, скалярная теория дифракции, оптимизация, градиентный метод.

Цитирование: Сошников, Д.В. Дизайн ДОО, устойчивого к ошибке позиционирования, для оптической классификации изображений / Д.В. Сошников, Л.Л. Досколович, Г.А. Мотз, Н.В. Головастиков, Е.А. Безус, Д.А. Быков // Компьютерная оптика. – 2026. – Т. 50, № 1. – 1693 – DOI: 10.18287/COJ1693.

Citation: Soshnikov DV, Doskolovich LL, Motz GA, Golovastikov NV, Bezus EA, Bykov DA. Design of DOE robust to positioning errors for optical classification purposes. Computer Optics 2026; 50(1): 1693. DOI: 10.18287/COJ1693.

Введение

Искусственные нейронные сети достигли больших успехов в решении различных задач машинного обучения, включающих классификацию и анализ изображений, задачи медицинской диагностики, распознавание речи, решение различных обратных задач и т.д. Это, в свою очередь, послужило толчком к интенсивному развитию научного направления, посвященного оптической реализации нейронных сетей [1 – 5]. Большой интерес при этом вызывают дифракционные нейронные сети (ДНС), выполненные в виде каскада последовательно расположенных фазовых дифракционных оптических элементов (ДОО) [6 – 22]. Следует отметить, что научное направление, посвященное дизайну ДОО (в т. ч. каскадных) для решения различных задач по преобразованию и фокусировке лазерного излучения, имеет долгую историю и активно развивается уже более 50 лет [23 – 31]. В то же время применение каскадных ДОО для оптического решения задач машинного обучения началось только в 2018 году, после публикации работы [6]. В этой основополагающей работе был введен термин «дифракционная нейронная сеть» и продемонстрирована возможность оптического решения задач классификации с помощью каскадных ДОО. В последующих работах было рассмотрено применение ДНС (каскадных ДОО) для решения различных задач классификации [7, 8, 10 – 13, 16 – 19], распознавания объектов и видео [12, 14], выделения главного объекта на изображении [8], реализации различных линейных математических преобразований [10, 17, 20, 21], имитации функций изображающих систем [22].

При практической реализации ДНС одной из проблем является требование к высокой точности позиционирования образующих её ДОО. В этой связи во многих работах экспериментальные исследования ДНС выполняются на терагерцовой платформе [6, 9, 11, 21]. В частности, в базовой работе [6] экспериментальные исследования ДНС в виде каскада из пяти ДОО для решения задачи классификации рукописных цифр выполнялись с терагерцовым источником с длиной волны 0,75 мм. При такой длине волны было относительно несложно позиционировать ДОО с малыми ошибками как по сравнению с длиной волны, так и с размером пикселя дифракционного микрорельефа ДОО, который составлял 0,4 мм. Отметим, что ДОО в [6] помещались в держатель со слотами, обеспечивающий точность позиционирования 0,1 мм.

Для излучения видимого диапазона точность позиционирования ДОО становится значительно более серьезной проблемой [10, 12, 13]. В частности, в работе [13] теоретически и экспериментально исследована ДНС, состоящая из пяти ДОО с размером пикселя микрорельефа 4 мкм, для классификации рукописных цифр при длине

волны 632,8 нм. В данной работе показано, что случайные ошибки позиционирования ДОЭ в виде поперечных смещений в один пиксель приводят к сильному снижению точности классификации (с 91,2 % до 67,6 %). Отметим, что для позиционирования ДОЭ в [13] использовались высокоточные моторизованные платформы с шагом перемещений по осям координат в 1 мкм. В результате была экспериментально достигнута точность классификации в 88 % (против 91,2 % при численном моделировании).

По мнению авторов настоящей статьи, наиболее перспективным методом «борьбы» с проблемой точности позиционирования элементов ДНС является использование специальных методов дизайна, учитывающих ошибки позиционирования ДОЭ. В частности, в работе [11] был предложен метод обучения ДНС, в котором положения ДОЭ задавались со случайными ошибками. При этом было показано, что такой подход позволяет избежать резкого снижения точности классификации при относительно больших поперечных смещениях ДОЭ, составляющих около 8,5 длин волн. В то же время в данной работе не было приведено математического обоснования такой стратегии обучения. Кроме того, результаты данной работы были также ориентированы на терагерцовый диапазон.

В подавляющем большинстве работ расчет ДНС осуществляется в рамках скалярной теории дифракции и с использованием приближения тонкого оптического элемента. В рамках таких приближений связь комплексных амплитуд входного и выходного поля описывается линейным оператором. Поскольку многослойная нейронная сеть без функций нелинейности эквивалентна однослойной линейной нейронной сети, то использование каскада ДОЭ вместо одного ДОЭ далеко не всегда является оправданным. В частности, в работе [16] авторы показали, что при правильно выбранных параметрах одиночный ДОЭ может решать задачи классификации с высокой точностью, не только не уступающей, а даже превышающей точности классификации, полученные для сложных каскадных ДОЭ. Например, одиночный ДОЭ из работы [16] решает задачу классификации рукописных цифр с точностью более 97 %, в то время как, например, в описанной выше работе [13] точность классификации для каскада из 5 ДОЭ составляет только 91,2 %. В то же время ошибки позиционирования оказывают большое влияние на рабочие характеристики не только каскадных, но и одиночных ДОЭ.

В настоящей работе рассмотрен градиентный метод расчета одиночного ДОЭ для решения задачи классификации с учётом случайной ошибки позиционирования. В методе ошибка решения задачи классификации сначала представляется функционалом, который зависит не только от фазовой функции ДОЭ, но и от случайного вектора, описывающего поперечные смещения ДОЭ относительно оптической оси. Далее математическое ожидание этого функционала рассматривается в качестве функционала ошибки. Для производных этого функционала получены явные выражения и рассмотрено их вычисление по методу Монте–Карло. С использованием градиентного метода при длине волны 632,8 нм рассчитаны ДОЭ с размером пикселя в 4 мкм для классификации изображений рукописных цифр. Результаты численного моделирования показывают, что ДОЭ, рассчитанный с учетом смещений, сохраняет хорошие рабочие характеристики при поперечных смещениях на 1–2 пикселя по обоим координатам (на расстояние до 17 длин волн). При этом ДОЭ, рассчитанный без учета их смещений, имеет худшие рабочие характеристики и при смещениях на 2 пикселя становится неработоспособным.

Статья организована следующим образом. В параграфе 1 рассмотрена постановка задачи расчета ДОЭ для оптической классификации изображений и затем рассчитаны производные функционала ошибки общего вида без учета ошибки позиционирования ДОЭ. В параграфе 2 на основе результатов параграфа 1 сформулирован метод расчета ДОЭ с учетом ошибки позиционирования в виде поперечного смещения ДОЭ. В последнем параграфе представлены результаты расчета ДОЭ с учетом и без учета ошибки позиционирования и выполнено сравнение их рабочих характеристик.

1. Задача расчета ДОЭ без учета ошибки позиционирования

Рассмотрим задачу расчета ДОЭ, предназначенного для решения некоторой задачи классификации изображений (рис. 1). Для описания геометрии задачи введем три плоскости $z = f_m, m = 0, 1, 2$, где $f_0 < f_1 < f_2$, и обозначим $\mathbf{u}_m = (u_m, v_m)$, $m = 0, 1, 2$ декартовы координаты в этих плоскостях. Будем считать, что в 1-й (входной) плоскости $z = f_0$ при длине волны λ генерируются световые поля, соответствующие изображениям объектов из N различных классов. Обозначим $w_{0,j}(\mathbf{u}_0)$ комплексную амплитуду поля, сформированную во входной плоскости из изображения объекта j -го класса. Будем считать, что данное поле распространяется до плоскости $z = f_1$, в которой расположен ДОЭ с фазовой функцией $\varphi(\mathbf{u}_1)$, $\mathbf{u}_1 \in G$, проходит через ДОЭ, а затем распространяется до 3-й (выходной) плоскости $z = f_2$. Далее комплексные амплитуды световых полей, формируемых в рассматриваемых плоскостях f_m , будем обозначать $w_{m,j}(\mathbf{u}_m)$, где нижние индексы обозначают индекс плоскости и класс входного изображения.

Предположим, что распространение световых полей в свободном пространстве (от входной плоскости до плоскости ДОЭ и от ДОЭ до выходной плоскости) описывается интегралом Френеля–Кирхгофа в рамках скалярной теории дифракции, а прохождение светового поля через ДОЭ описывается в приближении тонкого оптического элемента как умножение на функцию комплексного пропускания (ФКП) ДОЭ, которая имеет вид

$$T(\mathbf{u}_1) = \exp\{i\varphi(\mathbf{u}_1)\}, \mathbf{u}_1 \in G. \quad (1)$$

В этом случае комплексная амплитуда поля в выходной плоскости будет иметь вид

$$w_{2,j}(\mathbf{u}_2) = \text{Pr}_{f_1 \rightarrow f_2} \left(T(\mathbf{u}_1) \text{Pr}_{f_0 \rightarrow f_1} \left(w_{0,j}(\mathbf{u}_0) \right) \right), \tag{2}$$

где $\text{Pr}_{f_m \rightarrow f_{m+1}}$ – оператор распространения света в свободном пространстве из плоскости $z = f_m$ в плоскость $z = f_{m+1}$:

$$\text{Pr}_{f_m \rightarrow f_{m+1}} \left(w_{0,j}(\mathbf{u}_m) \right) = C_m \iint w_{0,j}(\mathbf{u}_m) \exp \left\{ i \frac{k_0}{2d_m} (\mathbf{u}_{m+1} - \mathbf{u}_m)^2 \right\} d^2 \mathbf{u}_m, \tag{3}$$

где $C_m = k_0 \exp(ik_0 d_m) (2\pi i d_m)^{-1}$, $k_0 = 2\pi / \lambda$ – волновое число, $d_m = f_{m+1} - f_m$ – расстояния между плоскостями.

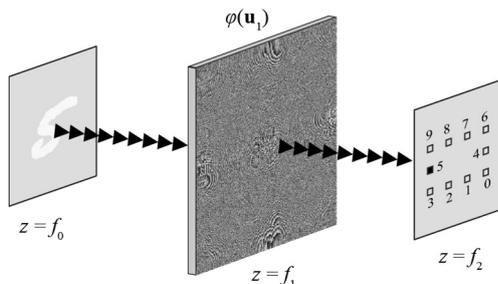


Рис. 1. Геометрия задачи расчета ДОО для решения задачи классификации

Будем считать, что в выходной плоскости $z = f_2$ заданы N пространственно разделенных «целевых областей» $G_k, k = 1, \dots, N$, соответствующих N различным классам решаемой задачи классификации. При каждом входном изображении в данных областях формируется некоторое распределение «энергий» $E_k, k = 1, \dots, N$, определяемых в виде интегралов от сформированного распределения интенсивности $I_{2,j}(\mathbf{u}_2) = |w_{2,j}(\mathbf{u}_2)|^2$ по целевым областям:

$$E_k = I_{2,j}(\mathbf{u}_2) \chi_k(\mathbf{u}_2) d^2 \mathbf{u}_2, \tag{4}$$

где $\chi_k(\mathbf{u}_2)$ – индикаторная функция множества G_k . Для решения задачи классификации требуется, чтобы при «входном сигнале» $w_{0,j}(\mathbf{u}_0)$, соответствующем изображению объекта j -го класса, ДОО формировал такое распределение интенсивности в выходной плоскости, для которого максимум из формируемых энергий $E_k, k = 1, \dots, N$, достигается в j -й целевой области G_j [6 – 8]. При этом расчет ДОО сводится к расчету его фазовой функции $\varphi(\mathbf{u}_1)$.

Следуя работам [6 – 8, 10 – 13], для решения описанной задачи расчета ДОО будем использовать стохастический градиентный метод в методологии нейронных сетей. Приведем сначала общее описание метода. Будем считать, что для расчета (обучения) ДОО используется обучающая выборка, содержащая набор входных распределений (комплексных амплитуд полей), соответствующих изображениям объектов различных классов. На каждом шаге метода из обучающей выборки случайным образом выбирается набор распределений (т.н. батч), для него рассчитываются производные функционала ошибки $\varepsilon(\varphi)$, зависящего от фазовой функции и описывающего требуемое функционирование ДОО, и далее осуществляется шаг по направлению антиградиента. Без ограничения общности будем считать, что батч соответствует набору входных распределений $w_{0,j}(\mathbf{u}_0)$, который содержит изображения объектов из всех N классов. Для описания вычислений, выполняемых для батча, запишем функционал ошибки в явном виде. Пусть ошибка классификации входного пучка $w_{0,j}(\mathbf{u}_0)$, представляющего объект j -го класса, задается некоторым функционалом ошибки $\varepsilon_j(\varphi)$. Поскольку классификация осуществляется на основе анализа распределения энергий E_k , вычисляемых по формуле (4), то функционал $\varepsilon_j(\varphi)$ в общем случае должен иметь вид

$$\varepsilon_j(\varphi) = D_j [E_1, \dots, E_N], \tag{5}$$

где $D_j [E_1, \dots, E_N]$ – некоторая функция, описывающая отклонение формируемого распределения энергий от требуемого распределения, при котором максимум энергии достигается в требуемой j -й целевой области. Тогда функционал ошибки для батча, содержащего распределения $w_{0,j}(\mathbf{u}_0), j = 1, \dots, N$, можно представить в виде суммы указанных функционалов

$$\varepsilon(\varphi) = \sum_{j=1}^N \varepsilon_j(\varphi). \tag{6}$$

Для данного функционала несложно найти производную Фреше $\delta\varepsilon(\varphi)/\delta\varphi$. Действительно, поскольку функционал (6) равен сумме функционалов, то его производная равна сумме производных:

$$\frac{\delta\varepsilon(\varphi)}{\delta\varphi} = \sum_{j=1}^N \frac{\delta\varepsilon_j(\varphi)}{\delta\varphi}. \tag{7}$$

Для вычисления производных $\delta\varepsilon_j/\delta\varphi$ в (7) рассмотрим приращение функционала $\varepsilon_j(\varphi)$, вызванное приращением $\Delta\varphi$ фазовой функции ДОЭ:

$$\Delta\varepsilon_j(\varphi) = \varepsilon_j(\varphi + \Delta\varphi) - \varepsilon_j(\varphi). \tag{8}$$

Аналогично [18, 19], данное приращение несложно представить в виде

$$\Delta\varepsilon_j(\varphi) = 2 \operatorname{Re} \left[(\Delta w_{2,j}(\mathbf{u}_2)) F_{2,j}^*(\mathbf{u}_2) d^2 \mathbf{u}_2 \right], \tag{9}$$

где $\Delta w_{2,j}(\mathbf{u}_2)$ – приращение комплексной амплитуды поля в выходной плоскости, вызванное приращением фазы $\Delta\varphi$, а функция $F_{2,j}(\mathbf{u}_2)$ имеет вид

$$F_{2,j}(\mathbf{u}_{n+1}) = w_{2,j}(\mathbf{u}_2) \left(\sum_{k=1}^N \chi_k(\mathbf{u}_2) \frac{\partial D_j}{\partial E_k} \right). \tag{10}$$

Согласно (2), (3), приращение $\Delta w_{2,j}(\mathbf{u}_2)$ имеет следующий вид:

$$\Delta w_{2,j}(\mathbf{u}_2) = \frac{k_0 \exp\{ik_0 d_2\}}{2\pi i d_2} \times \Delta(w_{0,1}(\mathbf{u}_1) T(\mathbf{u}_1)) \exp\left\{i \frac{k_0}{2d_2} (\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1)^2\right\} d^2 \mathbf{u}_1. \tag{11}$$

Подставляя (11) в (9) и меняя порядок интегрирования, представим приращение функционала ошибки в виде

$$\Delta\varepsilon_j(\varphi) = 2 \operatorname{Re} w_{1,j}(\mathbf{u}_1) \Delta T(\mathbf{u}_1) F_{1,j}^*(\mathbf{u}_1) d^2 \mathbf{u}_1, \tag{12}$$

где функция

$$F_{1,j}(\mathbf{u}_1) = C_2^* F_{2,j}(\mathbf{u}_2) \exp\left\{-i \frac{k_0}{2d_2} (\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1)^2\right\} d^2 \mathbf{u}_2 \tag{13}$$

представляет собой результат обратного распространения поля $F_{2,j}(\mathbf{u}_2)$ из выходной плоскости $z = f_2$ в плоскость расположения ДОЭ $z = f_1$. Поскольку

$$\Delta T = \exp\{i(\varphi + \Delta\varphi)\} - \exp\{i\varphi\} = Ti\Delta\varphi + o(\Delta\varphi), \tag{14}$$

то главная линейная часть приращения (12) может быть записана в виде следующего скалярного произведения:

$$\delta\varepsilon_j(\varphi) = 2 \operatorname{Re} (\Delta\varphi(\mathbf{u}_1)) i w_{1,j}(\mathbf{u}_1) T(\mathbf{u}_1) F_{1,j}^*(\mathbf{u}_1) d^2 \mathbf{u}_1 = \Delta\varphi(\mathbf{u}_1), -2 \operatorname{Im}[w_{1,j}(\mathbf{u}_1) T(\mathbf{u}_1) F_{1,j}^*(\mathbf{u}_1)], \tag{15}$$

где угловые скобки обозначают скалярное произведение функций. Согласно (15), производная Фреше функционала (5) имеет вид

$$\delta\varepsilon_j(\varphi)/\delta\varphi = -2 \operatorname{Im}[w_{1,j}(\mathbf{u}_1) T(\mathbf{u}_1) F_{1,j}^*(\mathbf{u}_1)]. \tag{16}$$

Таким образом, расчет градиента функционала для батча осуществляется по формулам (7), (16). Отметим, что, вместо градиентного метода, можно использовать его «улучшенные» варианты, например, метод адаптивной оценки моментов (англ. Adaptive Moment Estimation, ADAM) [32].

2. Задача расчета ДОЭ с учетом ошибки позиционирования

В данном параграфе мы рассмотрим метод решения задачи классификации в предположении, что ДОЭ позиционирован в оптической системе с некоторыми ошибками. Зададим ошибку позиционирования ДОЭ в плоскости его расположения $z = f_1$ двумерным случайным вектором $\mathbf{U}_1^s = (U_1^s, V_1^s)$, где U_1^s, V_1^s – случайные величины, описывающие поперечное смещение ДОЭ по осям координат u_1 и v_1 . В этом случае функция комплексного пропускания ДОЭ примет вид

$$T^s(\mathbf{u}_1) = T(\mathbf{u}_1 - \mathbf{U}_1^s) = \exp\{i\varphi(\mathbf{u}_1 - \mathbf{U}_1^s)\}. \tag{17}$$

Отметим, что для простоты мы рассматриваем только поперечные смещения, поскольку известно, что смещение ДОО вдоль оптической оси влияет на его рабочие характеристики значительно меньше [13].

При ФКП ДОО, заданной в виде (17), комплексные амплитуды полей $w_{2,j}(\mathbf{u}_2)$, формируемые в выходной плоскости, также будут зависеть от ошибок позиционирования, т.е. будут являться функциями от случайного вектора $\mathbf{U}_1^s = (U_1^s, V_1^s)$. Соответственно, функционалы ошибок (5) и (6) также будут зависеть от случайных смещений $\mathbf{U}_1^s = (U_1^s, V_1^s)$. Чтобы подчеркнуть эту зависимость, запишем данные функционалы в виде $\varepsilon(\varphi; \mathbf{U}_1^s)$ и $\varepsilon_j(\varphi; \mathbf{U}_1^s)$. При фиксированной фазовой функции $\varphi(\mathbf{u}_1)$ указанные функционалы будут являться случайными величинами.

Для расчета ДОО, устойчивого к ошибке позиционирования в виде поперечных смещений, предлагается представить функционал ошибки в виде математического ожидания $\Phi(\varphi) = E[\varepsilon(\varphi; \mathbf{U}_1^s)]$. Соответственно, задачу расчета ДОО, устойчивого к ошибке позиционирования, сформулируем как задачу минимизации функционала

$$\Phi(\varphi) = \sum_{j=1}^N E[\varepsilon_j(\varphi; \mathbf{U}_1^s)] = \sum_{j=1}^N \Phi_j(\varphi) \rightarrow \min_{\varphi}. \tag{18}$$

Пусть случайный вектор \mathbf{U}_1^s задается плотностью вероятности $f(\mathbf{u}_1^s)$. В этом случае математические ожидания $\Phi_j(\varphi) = E[\varepsilon_j(\varphi; \mathbf{U}_1^s)]$ примут вид

$$\Phi_j(\varphi) = \int \varepsilon_j(\varphi; \mathbf{u}_1^s) f(\mathbf{u}_1^s) d^2\mathbf{u}_1^s. \tag{19}$$

Производная функционала ошибки (18) равна сумме производных составляющих его слагаемых

$$\frac{\delta\Phi(\varphi)}{\delta\varphi} = \sum_{j=1}^N \frac{\delta\Phi_j(\varphi)}{\delta\varphi}. \tag{20}$$

Дифференцируя (19), запишем производную функционала $\Phi_j(\varphi)$ в виде

$$\frac{\delta\Phi_j(\varphi)}{\delta\varphi} = \frac{\delta\varepsilon_j(\varphi; \mathbf{u}_1^s)}{\delta\varphi} f(\mathbf{u}_1^s) d^2\mathbf{u}_1^s. \tag{21}$$

Заметим, что производные $\delta\varepsilon_j / \delta\varphi$ в (21) могут быть вычислены по ранее полученной для производных функционала общей формуле (16), только расчет полей $w_{1,j}(\mathbf{u}_1)$, $F_{1,j}(\mathbf{u}_1)$, входящих в данную формулу, нужно производить для смещенного ДОО с функцией комплексного пропуска $T^s(\mathbf{u}_m) = T(\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_1^s)$.

Согласно (21), расчет производных $\delta\Phi_j / \delta\varphi$ требует вычисления двойного интеграла, что является вычислительно сложной задачей. Поэтому для вычисления данного интеграла предлагается использовать метод Монте-Карло [33]. В рамках этого метода рассматриваются L независимых реализаций $\mathbf{u}_{1,l}^s, l = 1, \dots, L$, случайного вектора $\mathbf{U}_1^s = (U_1^s, V_1^s)$ и затем за оценку производной $\delta\Phi_j / \delta\varphi$ принимается величина

$$Der_j(\varphi) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \frac{\delta\varepsilon_j(\varphi; \mathbf{u}_{1,l}^s)}{\delta\varphi}. \tag{22}$$

Согласно (22), для приближенного вычисления производной (21) функционала (19) нужно для случайным образом смещенных ДОО, имеющих ФКП $T^s(\mathbf{u}_m) = T(\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_{1,l}^s)$, L раз вычислить «обычные» производные по формуле (16) и затем усреднить полученный результат. Отметим, что приведенную оценку производной (22) можно рассматривать как реализацию случайной величины с математическим ожиданием, совпадающим (при каждом значении \mathbf{u}_1) с точной производной $\delta\Phi_j(\varphi) / \delta\varphi$, и дисперсией, обратно пропорциональной числу реализаций L .

Таким образом, в настоящей работе для расчета устойчивых к поперечным смещениям ДОО предлагается использовать стохастический градиентный метод, рассмотренный в предыдущем параграфе, в котором расчет производных функционалов ошибки осуществляется по приближенным формулам (22).

Отметим, что, помимо поперечных смещений, в предлагаемом методе при необходимости могут быть учтены и другие ошибки позиционирования, например, продольные смещения или случайные ошибки, описывающие

поворот ДОО вокруг оптической оси. При этом указанные ошибки можно было бы также ввести во входной и выходной плоскостях для описания ошибок позиционирования входных изображений объектов и детекторов (целевых областей G_k). Также отметим, что в рассмотренном выше методе вместо функционала ошибки в виде математического ожидания $\Phi(\varphi) = E[\varepsilon(\varphi; \mathbf{U}_1^s)]$ (момента 1-го порядка) можно было бы использовать критерий более сложного вида, например, в виде момента 2-го порядка

$$\Phi_2(\varphi) = E[\varepsilon^2(\varphi; \mathbf{U}_1^s)] = \sum_{j=1}^N E[\varepsilon_j^2(\varphi; \mathbf{U}_1^s)] = \sum_{j=1}^N \Phi_{2,j}(\varphi). \quad (23)$$

Производные указанного функционала могут быть вычислены аналогичным образом с использованием метода Монте-Карло.

3. Примеры расчета

В данном параграфе мы рассмотрим примеры расчета ДОО для оптического решения задачи классификации изображений рукописных цифр из базы данных MNIST без учета и с учетом ошибок позиционирования в виде поперечных смещений. Отметим, что данная задача классификации рассматривается в большом количестве работ и её можно назвать бенчмарком, используемым для проверки эффективности предлагаемых методов.

Для расчета ДОО были выбраны следующие параметры. Поля $w_{0,j}(\mathbf{u}_0)$, представляющие амплитудные изображения входных цифр, задавались в центре входной плоскости на сетке из 28×28 отсчетов (именно такой размер имеют изображения цифр в базе данных MNIST) с шагом $d_0 = 8$ мкм при длине волны падающего излучения $\lambda = 632,8$ нм. Фазовая функция ДОО была задана на сетке 512×512 также с шагом $d = 4$ мкм. В этом случае размер стороны апертуры ДОО составляет 2,048 мм. Расстояния от входной плоскости до ДОО и от ДОО до выходной плоскости были выбраны одинаковыми и равными 10 мм.

Для решения задачи классификации в выходной плоскости было задано 10 целевых областей G_k (по числу цифр). Данные области схематично показаны на рис. 1 и соответствуют квадратам с размером стороны 50 мкм, расположенным по периметру прямоугольной области с размером 600×400 мкм.

В качестве функционалов ошибки ε_j , представляющих ошибки классификации различных цифр, будем использовать функционал перекрестной энтропии в комбинации с функцией softmax [7, 11, 16, 18], имеющий следующий вид:

$$\varepsilon_j(\varphi) = D_j[E_1, \dots, E_N] = -\ln \left[\frac{\exp(\gamma S_j)}{\sum_{k=1}^N \exp(\gamma S_k)} \right] = -\ln[p_j], \quad (24)$$

где $S_m = E_m / S$ – энергии в целевых областях, нормированные на «полную» энергию $S = \sum_{k=1}^N E_k$, $\gamma > 0$ – некоторый фиксированный параметр, а $p_j = \exp(\gamma S_j) / \sum_{k=1}^N \exp(\gamma S_k)$ – значения «вероятности», получаемые из функции softmax. Производные функционала (24) вычисляются по общей формуле (16), где, согласно формулам (13) и (10), функция $F_{1,j}(\mathbf{u}_1)$ вычисляется через обратное распространение поля:

$$F_{2,j}(\mathbf{u}_2) = \frac{\gamma}{2S} w_{2,j}(\mathbf{u}_2) \times \left[\sum_{k=1}^N \chi_k(\mathbf{u}_2) \left(p_k - \sum_{m=1}^N p_m S_m + S_j \right) - \chi_j(\mathbf{u}_2) \right]. \quad (25)$$

Для оценки влияния поперечных смещений на работу ДОО методом адаптивных моментов [32] был рассчитан ДОО без учета ошибки позиционирования. Для расчета использовалась стандартная обучающая выборка, содержащая 60000 изображений цифр. Расчет ДОО проводился с обучением по батчу, каждый батч содержал 20 случайно выбранных изображений цифр. Производная функционала ошибки (6), (24) вычислялась по формулам (16), (13), (25), а расчет комплексных амплитуд полей, входящих в выражения для производных, осуществлялся численно по методу углового спектра [34, 35]. При расчете ДОО было сделано 12000 итераций, что потребовало около 100 минут на персональном компьютере с процессором Intel® Core™ i9–10920X CPU @ 3.50GHz. Фазовая функция рассчитанного ДОО приведена на рис. 2а.

После процесса обучения выполнялось тестирование работы ДОО на стандартной тестовой выборке из 10000 изображений цифр. Результаты тестирования в виде матриц ошибок и матриц энергий приведены на рис. 3а,б. Элемент (j, k) матрицы ошибок представляет долю (в процентах) объектов j -го класса (изображений цифры « j »), которые в процессе тестирования были распознаны как элементы k -го класса (как изображения цифры « k »). При этом диагональные элементы данной матрицы представляют точности классификации различных цифр. Над матрицей ошибок указана общая точность классификации (т.е. отношение числа правильно распознанных цифр к общему числу цифр в тестовой выборке), которая составляет 97,83 %.

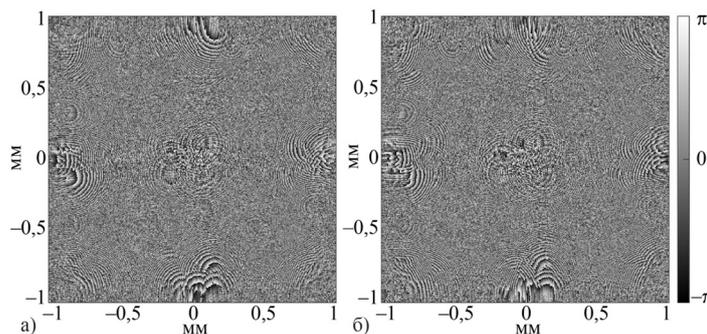


Рис. 2. Фазовые функции ДОО, рассчитанные без учета смещений (а) и с учетом смещений (б)

Элемент (j, k) матрицы энергий представляет среднюю энергию, рассчитанную по тестовой выборке, которая попадает в k -ую целевую область при входных объектах j -го класса. При практическом применении ДОО важной характеристикой является значение «контраста», показывающее, насколько энергия в области рассматриваемого класса превышает энергию в областях других классов. Контраст для объектов j -го класса определим в виде

$$K_{\min} = \min_j K_j, \tag{26}$$

где $\bar{E}_{j,k}$ – элементы матрицы энергий. Предварительные экспериментальные исследования (не приведены в настоящей статье) показывают, что для устойчивого выделения «истинных максимумов» энергий при экспериментальной реализации ДОО необходимо, чтобы при теоретическом расчете значения K_j превосходили по крайней мере 10%. Над матрицей энергий (рис. 3б) приведено минимальное значение контраста $K \min_j K_{j\min}$, которое в рассматриваемом случае составляет 17,95% и превышает указанное пороговое значение.

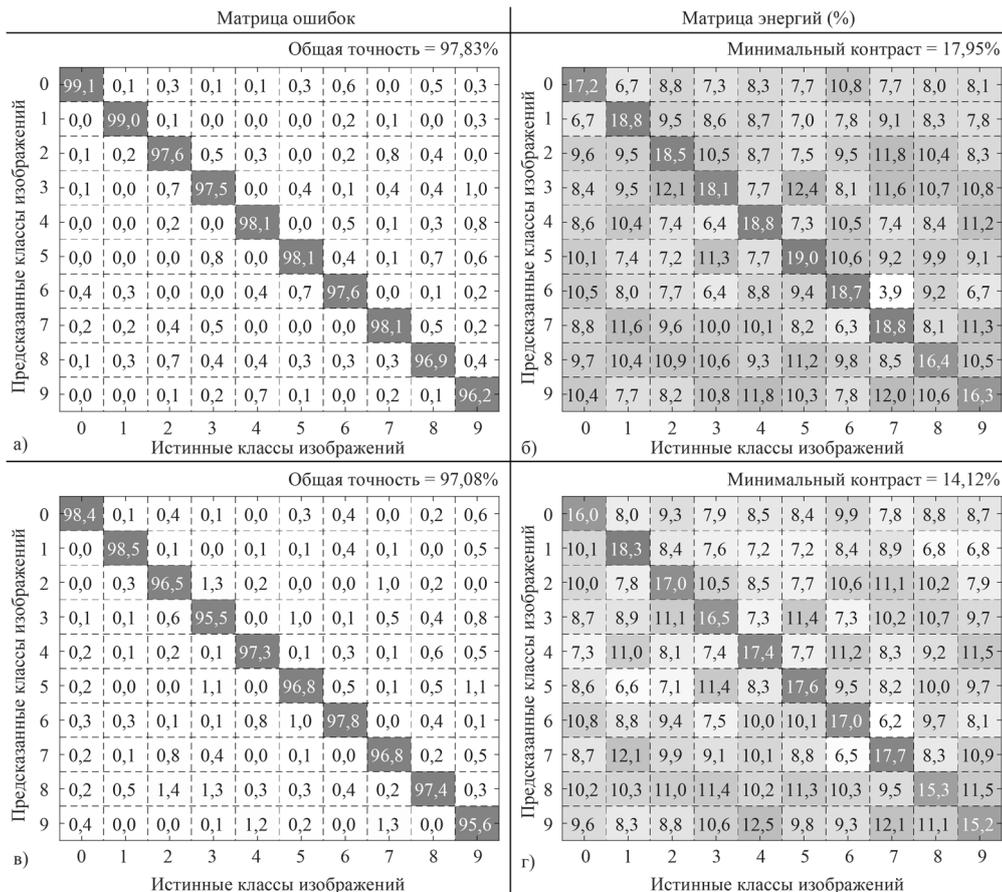


Рис. 3. Матрицы ошибок и матрицы энергий для ДОО, рассчитанных без учета смещений (а, б) и с учетом смещений (в, г)

Исследуем теперь, как будут изменяться рабочие характеристики ДОО при его поперечных смещениях. В табл. на рис. 4а,б показаны значения общей точности и минимального контраста (МК), рассчитанные при различных смещениях ДОО, задаваемых векторами

$$\mathbf{u}_{i,j}^s = (id, jd), i, j = -2, -1, 0, 1, 2, \tag{27}$$

где $d=4$ мкм – размер пикселя (шаг дискретизации фазовой функции ДОЭ). Значения (i, j) , определяющие величины смещений по осям координат, указаны снизу и слева от таблиц. При этом значения в центре таблиц ($i=j=0$) соответствуют общей точности и МК для несмещенного ДОЭ. При расчете элементов таблиц при $i \neq 0, j \neq 0$ рассчитанный ДОЭ (рис. 2а) смещался на вектор (27) (т.е. его ФКП полагалась равной $T_1^s(\mathbf{u}_1) = \exp\{i\varphi_1(\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_{i,j}^s)\}$) и затем по тестовой выборке рассчитывались значения общей точности и МК. Назовем смещениями на один и на два пикселя наборы векторов смещений (27), для которых $\max(|i|, |j|) = 1$ и $\max(|i|, |j|) = 2$ соответственно. Можно видеть, что при смещении на один пиксель (восемь центральных клеток таблиц вокруг клетки $i = j = 0$) общая точность снижается на 1 – 5 % (минимальное значение составляет 92,7%), а максимальное снижение МК превышает 8,5 %, так что минимальный контраст в одной из клеток становится менее 10 %. При смещении на два пикселя (16 периферийных клеток таблиц) общая точность снижается еще сильнее (минимальное значение падает до 68,4%), а МК в более чем половине клеток становится менее 2 %. Таким образом, можно считать, что смещение ДОЭ на два пикселя делает его неработоспособным.

Далее методом адаптивных моментов был рассчитан ДОЭ с учетом смещений. При расчете ДОЭ смещения описывались непрерывным случайным вектором, равномерно распределенным в квадрате со стороной $d = 16$ мкм. В соответствии с описанием метода в параграфе 2 для расчета производных функционалов (20), (21) для каждого батча генерировалось $L = 4$ независимых реализации $\mathbf{u}_{i,l}^s, l = 1, 2, 3, 4$ случайного вектора $\mathbf{U}_1^s = (U_1^s, V_1^s)$. Для данных реализаций для ДОЭ с ФКП $T_1^s(\mathbf{u}_1) = \exp\{i\varphi_1(\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_{i,l}^s)\}$ рассчитывались производные функционалов ошибки (24)

по формулам (16), (25) и затем по формуле (22) вычислялась оценка производной. Фазовая функция ДОЭ, рассчитанного методом адаптивных моментов при таком вычислении производных, показана на рис. 2б. На рис. 3в, г показаны полученные по результатам тестирования матрица ошибок и матрица энергий. Общая точность и МК для рассчитанного ДОЭ составляют 97,08 % и 14,11 %. По сравнению с ДОЭ, рассчитанным без учета смещений, снижения общей точности классификации и МК являются относительно небольшими и составляют 0,75 % и 3,84 %. В табл. на рис. 4в, г приведены значения общей точности и МК, рассчитанные при различных поперечных смещениях ДОЭ, задаваемых формулой (27). Как и ранее, для расчета данных таблиц рассчитанный ДОЭ (рис. 2б) смещался на вектор (27) и затем по тестовой выборке для него рассчитывались значения общей точности и МК. Сравнивая рис. 4а–б и рис. 4в–г, можно видеть, что для ДОЭ, рассчитанного с учетом ошибки позиционирования, смещения существенно меньше влияют на рабочие характеристики. В частности, при смещениях на два пикселя минимальная общая точность и минимальное значение МК составляют 93,5 % и 11,9 % (против 68,4 % и 0,1 % для ДОЭ, рассчитанного без учета смещений). Таким образом, ДОЭ, рассчитанный с учетом смещений, сохраняет хорошие рабочие характеристики и при относительно больших смещениях в 2 пикселя.

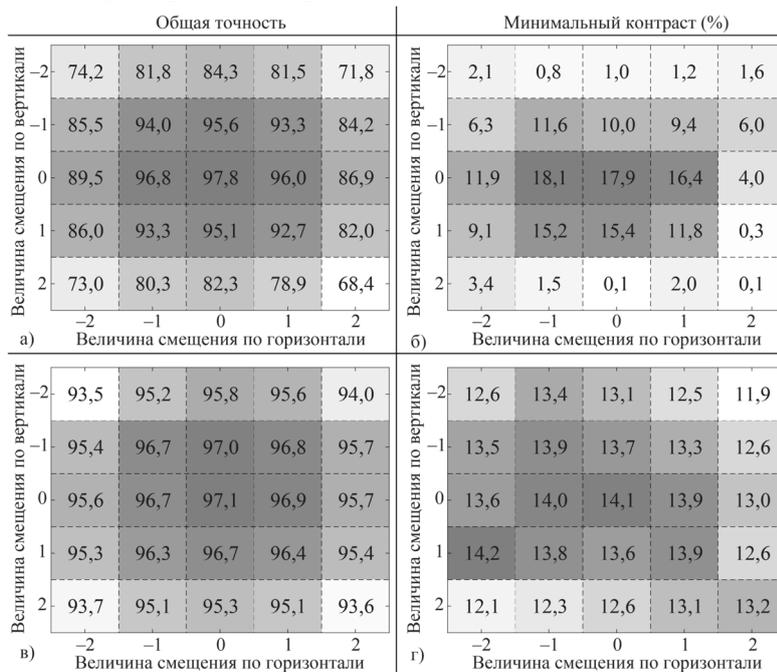


Рис. 4. Таблицы общей точности и минимального контраста при различных смещениях для ДОЭ, рассчитанных без учета смещений (а, б) и с учетом смещений (в, г)

4. Обобщение метода расчета на случай каскадных ДОО

Представленный в параграфе 2 метод расчета ДОО, устойчивого к ошибкам позиционирования, несложно обобщить на дизайн каскадных ДОО. В случае каскадного ДОО производные функционала ошибки, заданного в виде математического ожидания от «обычного» функционала (см. формулу (18)), также могут быть вычислены по методу Монте–Карло. Для расчета производных по методу Монте–Карло ДОО, образующие каскад, нужно задавать со случайно выбранными смещениями, затем при смещенных ДОО нужно рассчитать «обычные» производные (расчет обычных производных для каскадного ДОО детально рассмотрен в [18]) и затем усреднить рассчитанные производные для получения оценки производных функционала ошибки в виде математического ожидания. На основе описанного обобщения метода были выполнены исследования рабочих характеристик каскадов из двух ДОО, рассчитанных без учета и с учетом ошибок позиционирования (для краткости данные исследования не приведены в статье). При этом было получено, что каскад из двух ДОО, рассчитанных без учета поперечных смещений, по сравнению с одиночным ДОО (рис. 4а, б) обладает еще большей чувствительностью по отношению к ошибкам позиционирования и имеет заметно худшие рабочие характеристики при смещениях обоих ДОО на один и два пикселя. Важно также отметить, что каскад из двух ДОО, рассчитанный с учетом ошибок смещений, хотя и сохраняет свою работоспособность при смещениях ДОО на 1 и 2 пикселя, но не позволяет улучшить рабочие характеристики одиночного ДОО (рис. 4в, г), рассчитанного с учетом ошибок смещений. По-видимому, это обусловлено тем, что «выигрыш», полученный за счет дополнительных параметров второго ДОО, «тратится» на компенсацию более высокой чувствительности каскада ДОО к ошибкам позиционирования.

Заключение

Рассмотрен градиентный метод расчета фазового ДОО для решения задачи классификации с учётом ошибок позиционирования в виде случайных поперечных смещений. В предложенном методе ошибка решения задачи классификации сначала была представлена функционалом, который зависел не только от фазовой ДОО, но и от случайного вектора, описывающего поперечные смещения ДОО. Затем математическое ожидание этого функционала, зависящее уже только от фазовой функции ДОО, было использовано в качестве функционала ошибки в задаче расчета ДОО с учетом поперечных смещений. Для производной этого функционала ошибки получены явные выражения. Показано, что вычисление производных данного функционала по методу Монте–Карло соответствует методу обучения, в котором ДОО задается со случайными поперечными смещениями.

С использованием предложенного градиентного метода для длины волны 632,8 нм рассчитаны ДОО с размером пикселя (шага дискретизации фазы ДОО) в 4 мкм. Результаты численного моделирования показывают, что ДОО, рассчитанный с учетом смещений, сохраняет хорошие рабочие характеристики (точность классификации более 96 % и минимальный контраст более 13 %) при смещениях на 2 пикселя по обеим осям координат, что соответствует смещению центра ДОО на расстояние до 17 длин волн. При этом ДОО, рассчитанный без учета смещений ДОО, оказывается фактически неработоспособным при указанных смещениях.

Важно отметить, что, наряду с поперечными смещениями, в предлагаемом методе могут быть также учтены и другие ошибки позиционирования, в частности, продольные смещения или повороты ДОО вокруг оптической оси. Кроме того, предложенный метод может быть обобщен на задачи расчета ДОО, предназначенных для решения других задач, например, для оптической реализации математических преобразований, описываемых линейными операторами. Модификация метода в этом случае будет состоять только в изменении вида используемого функционала ошибки: вместо функционала, описывающего ошибку классификации, следует использовать функционал, описывающий ошибку вычисления требуемого линейного оператора.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (государственное задание Самарскому университету FSSS–2024–14) в части расчета ДОО с учетом ошибки позиционирования и при поддержке Российского научного фонда (проект № 24–19–00080) в части получения производных функционалов ошибки.

References

- [1] Shen Y, Harris N, Skirlo S, et al. Deep learning with coherent nanophotonic circuits. *Nat Photon* 2017; 11: 441–446. DOI: 10.1038/nphoton.2017.93.
- [2] Harris NC, Carolan J, Bunandar D, et al. Linear programmable nanophotonic processors. *Optica* 2018; 5: 1623–1631. DOI: 10.1364/OPTICA.5.001623.
- [3] Zhu HH, Zou J, Zhang H, et al. Space-efficient optical computing with an integrated chip diffractive neural network. *Nat Commun* 2022; 13: 1044. DOI: 10.1038/s41467-022-28702-0.
- [4] Zhang H, Gu M, Jiang XD, et al. An optical neural chip for implementing complex-valued neural network. *Nat Commun* 2021; 12: 457. DOI: 10.1038/s41467-020-20719-7.
- [5] Zhang J, Wu B, Cheng J, et al. Compact, efficient, and scalable nanobeam core for photonic matrix–vector multiplication. *Optica* 2024; 11: 190–196. DOI: 10.1364/OPTICA.506603.

- [6] Lin X, Rivenson Y, Yardimci NT, et al. All-optical machine learning using diffractive deep neural networks. *Science* 2018; 361: 1004–1008. DOI: 10.1126/science.aat8084.
- [7] Chang J, Sitzmann V, Dun X, et al. Hybrid optical–electronic convolutional neural networks with optimized diffractive optics for image classification. *Sci Rep* 2018; 8: 12324. DOI: 10.1038/s41598-018-30619-y.
- [8] Yan T, Wu J, Zhou T, et al. Fourier–space Diffractive Deep Neural Network. *Phys Rev Lett* 2019; 123: 023901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.123.023901.
- [9] Luo Y, Mengü D, Yardimci NT, et al. Design of task–specific optical systems using broadband diffractive neural networks. *Light Sci Appl* 2019; 8: 112. DOI: 10.1038/s41377-019-0223-1.
- [10] Zhou T, Fang L, Yan T, et al. In situ optical backpropagation training of diffractive optical neural networks. *Photon Res* 2020; 8: 940–953. DOI: 10.1364/PRJ.389553.
- [11] Mengü D, Zhao Y, Yardimci NT, et al. Misalignment resilient diffractive optical networks. *Nanophotonics* 2020; 9(13): 4207–4219. DOI: 10.1515/nanoph-2020-0291.
- [12] Zhou T, Lin X, Wu J, et al. Large–scale neuromorphic optoelectronic computing with a reconfigurable diffractive processing unit. *Nat Photonics* 2021; 15: 367–373. DOI: 10.1038/s41566-021-00796-w.
- [13] Chen H, Feng J, Jiang M, et al. Diffractive Deep Neural Networks at Visible Wavelengths. *Engineering* 2021; 7(10): 1483–1491. DOI: 10.1016/j.eng.2020.07.032.
- [14] Ferdman B, Saguy A, Xiao D, Shechtman Y. Diffractive optical system design by cascaded propagation. *Opt Express* 2022; 30: 27509–27530. DOI: 10.1364/OE.465230.
- [15] Zheng S, Xu S, Fan D. Orthogonality of diffractive deep neural network. *Opt Lett* 2022; 47: 1798–1801. DOI: 10.1364/OL.449899.
- [16] Zheng MJ, Shi L, Zi J. Optimize performance of a diffractive neural network by controlling the Fresnel number. *Photon Res* 2022; 10: 2667–2676. DOI: 10.1364/PRJ.474535.
- [17] Wang T, Ma SY, Wright LG, et al. An optical neural network using less than 1 photon per multiplication. *Nat Commun* 2022; 13: 123. DOI: 10.1038/s41467-021-27774-8.
- [18] Soshnikov DV, Doskolovich LL, Motz GA, et al. Design of Cascaded Diffractive Optical Elements for Optical Beam Shaping and Image Classification Using a Gradient Method. *Photonics* 2023; 10: 766. DOI: 10.3390/photonics10070766.
- [19] Soshnikov DV, Doskolovich LL, Byzov EV. Gradient method for designing cascaded DOEs and its application in the problem of classifying handwritten digits. *Computer Optics* 2023; 47(5): 691–701. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1314.
- [20] Kulce O, Mengü D, Rivenson Y, Ozcan A. All-optical synthesis of an arbitrary linear transformation using diffractive surfaces. *Light Sci Appl* 2021; 10: 196. DOI: 10.1038/s41377-021-00623-5.
- [21] Li J, Gan T, Bai B, et al. Massively parallel universal linear transformations using a wavelength–multiplexed diffractive optical network. *Adv Photonics* 2023; 5(1): 016003. DOI: 10.1117/1.AP.5.1.016003.
- [22] Mengü D, Tabassum A, Jarrahi M, et al. Snapshot multispectral imaging using a diffractive optical network. *Light Sci Appl* 2023; 12: 86. DOI: 10.1038/s41377-023-01135-0.
- [23] Lohmann AW, Paris DP. Binary Fraunhofer Holograms, Generated by Computer. *Appl Opt* 1967; 6: 1739–1748. DOI: 10.1364/AO.6.001739.
- [24] Fienup JR. Phase retrieval algorithms: a comparison. *Appl Opt* 1982; 21: 2758–2769. DOI: 10.1364/AO.21.002758.
- [25] Soifer VA, Kotlyar VV, Doskolovich LL. Iterative methods for diffractive optical elements computation. London: Taylor & Francis; 1997. DOI: 10.1201/9781482272918.
- [26] Ripoll O, Kettunen V, Herzig HP. Review of iterative Fourier transform algorithms for beam shaping applications. *Opt Eng* 2004; 43: 2549–2556. DOI: 10.1117/1.1804543.
- [27] Latychevskaia T. Iterative phase retrieval in coherent diffractive imaging: practical issues. *Appl Opt* 2018; 57: 7187–7197. DOI: 10.1364/AO.57.007187.
- [28] Deng X, Chen RT. Design of cascaded diffractive phase elements for three–dimensional multiwavelength optical interconnects. *Opt Lett* 2000; 25: 1046–1048. DOI: 10.1364/ol.25.001046.
- [29] Alkan Gülses A, Jenkins BK. Cascaded diffractive optical elements for improved multiplane image reconstruction. *Appl Opt* 2013; 52: 3608–3616. DOI: 10.1364/AO.52.003608.
- [30] Wang H, Piestun R. Dynamic 2D implementation of 3D diffractive optics. *Optica* 2018; 5: 1220–1228. DOI: 10.1364/OPTICA.5.001220.
- [31] Doskolovich LL, Mingazov AA, Byzov EV, et al. Hybrid design of diffractive optical elements for optical beam shaping. *Opt Express* 2021; 29: 31875–31890. DOI: 10.1364/OE.439641.
- [32] Kingma DP, Ba J. Adam: A method for stochastic optimization. Preprint arXiv:1412.6980, 2015.
- [33] Robert CP, Casella G. Monte Carlo Statistical Methods. 2nd ed. Berlin: Springer; 2004.
- [34] Schmidt JD. Numerical Simulation of Optical Wave Propagation with Examples in MATLAB. Bellingham: SPIE; 2010.
- [35] Cubillos M, Jimenez E. Numerical simulation of optical propagation using sinc approximation. *J Opt Soc Am A* 2022; 39: 1403–1413. DOI: 10.1364/JOSAA.461355.

Сведения об авторах

Сошников Даниил Вадимович, в 2024 году с отличием окончил магистратуру Самарского университета по специальности «Прикладные математика и физика». Лаборант-исследователь НИИ-35 Самарского университета. Аспирант кафедры технической кибернетики. E-mail: soshnikov.d.v@mail.ru

Досколович Леонид Леонидович, в 1989 году с отличием окончил Куйбышевский авиационный институт (КуАИ, ныне – Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва). Доктор физико-математических наук (2001 год), профессор, главный научный сотрудник Отделения института систем обработки изображений НИЦ «Курчатовский институт». Специалист в области нанофотоники, дифракционной оптики, неизображающей оптики. E-mail: leonid@ipsiras.ru

Мотз Георгий Александрович, в 2024 году окончил магистратуру Самарского университета по специальности «Информатика и вычислительная техника». Лаборант-исследователь НИЛ-35 Самарского университета. Аспирант кафедры технической кибернетики. E-mail: motzga@mail.ru

Головастикова Никита Владимирович, в 2014 году с отличием окончил магистратуру Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (СГАУ). Кандидат физико-математических наук (2018 г.), заведующий лабораторией НИЛ-602, доцент кафедры технической кибернетики Самарского университета. E-mail: nikita.golovastikov@gmail.com

Безус Евгений Анатольевич в 2009 году с отличием окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (СГАУ). Кандидат физико-математических наук (2012 г.), старший научный сотрудник НИЛ-35, доцент кафедры технической кибернетики Самарского университета и Отделения института систем обработки изображений НИЦ «Курчатовский институт». Области научных интересов: нанофотоника, плазмоника, электромагнитная теория дифракции. E-mail: evgeni.bezus@gmail.com

Быков Дмитрий Александрович, в 2009 году с отличием окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (СГАУ). Доктор физико-математических наук (2017 г.), старший научный сотрудник Отделения института систем обработки изображений НИЦ «Курчатовский институт». Области научных интересов: оптика резонансных дифракционных структур, электромагнитная теория дифракции, неизображающая оптика. E-mail: bykovd@gmail.com

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 01 марта 2025 г. Окончательный вариант – 25 июля 2025 г.

Design of DOE robust to positioning errors for optical classification purposes

D.V. Soshnikov^{1,2}, L.L. Doskolovich^{1,2}, G.A. Motz^{1,2}, N.V. Golovastikov^{1,2}, E.A. Bezus^{1,2}, D.A. Bykov^{1,2}

¹Image Processing Systems Institute, NRC “Kurchatov Institute”,
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151;

²Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

Abstract

A method for calculating diffractive optical elements for solving classification problems that are robust to positioning errors is proposed. In the method, the classification error is represented as a functional depending on the phase function of the element being designed and a random vector representing the positioning error as lateral displacement of the element relative to the optical axis. The mathematical expectation of this functional is then used as the error functional in the gradient method for diffractive optical element calculation. Explicit expressions for the derivatives of the error functional are derived. Using this method, a diffractive optical element for classifying handwritten digits is calculated. Numerical simulations show good performance of the designed element (classification accuracy exceeds 96% while relative contrast between energy focused in the classified class and target class exceeds 13%) with lateral displacements of 2 pixels in lateral direction, which corresponds to the center of the element shifting up to 17 wavelengths.

Keywords: diffractive optical element, phase function, image classification, scalar diffraction theory, optimization, gradient method.

Citation: Soshnikov DV, Doskolovich LL, Motz GA, Golovastikov NV, Bezus EA, Bykov DA. Design of DOE robust to positioning errors for optical classification purposes. *Computer Optics* 2026; 50(1): 1693. DOI: 10.18287/COJ1693.

Acknowledgements: The work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (state assignment to Samara University FSSS–2024–14) in the part related to the calculation of DOEs considering positioning errors, and by the Russian Science Foundation (project No. 24–19–00080) in the part related to deriving the derivatives of error functionals.

Author's information

Daniil Vadimovich Soshnikov graduated with honors (2024) from Samara National Research University with a major in Applied Mathematics and Physics. Laboratory assistant and postgraduate student at Samara University. E-mail: soshnikov.d.v@mail.ru

Leonid Leonidovich Doskolovich graduated with honors (1989) from S.P. Korolyov Kuibyshev Aviation Institute (presently, Samara National Research University). Doctor in Physics & Maths (2001). Principal researcher the Image Processing Systems Institute, NRC “Kurchatov Institute”. Research interests: nanophotonics, diffractive optics, and non-imaging optics. E-mail: leonid@ipsiras.ru

Georgy Alexandrovich Motz graduated (2024) from Samara National Research University with a major in Computer Science and Computing Hardware. Laboratory assistant and postgraduate student at Samara University. E-mail: motzga@mail.ru

Nikita Vladimirovich Golovastikov graduated with honors (2014) from Samara State Aerospace University (SSAU). Candidate in Physics and Mathematics (2018). Head of research laboratory at Samara University. Research interests: optics of resonant diffractive structures, nanophotonics, electromagnetic diffraction theory. E-mail: nikita.golovastikov@gmail.com

Evgeni Anatolievich Bezus graduated with honors (2009) from Samara State Aerospace University (SSAU). Candidate in Physics and Mathematics (2012). Senior researcher at Samara University. Research interests: nanophotonics, plasmonics and electromagnetic diffraction theory. E-mail: evgeni.bezus@gmail.com

Dmitry Alexandrovich Bykov graduated with honors (2009) from Samara State Aerospace University (SSAU). Doctor of Physics and Mathematics (2017). Senior researcher at the Diffractive Optics Laboratory of the Image Processing Systems Institute, NRC “Kurchatov Institute”. Research interests: optics of resonant diffractive structures, electromagnetic diffraction theory, and nonimaging optics. E-mail: bykovd@gmail.com

Received March 01, 2025. The final version – July 25, 2025.
