

Анализ формирования дополнительных дифракционных порядков на оптической оси для бинарных фраксиконов

А.В. Устинов¹, О.А. Дюкарева², С.Н. Хонина^{1,2}

¹ Институт систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт»,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

Рассмотрены бинарные осесимметричные фраксиконы, представляющие собой оптические элементы с различной степенной зависимостью от радиуса (которые также можно назвать обобщёнными линзами). Аналитически и численно исследовано формирование дополнительных осевых дифракционных порядков, связанных с бинаризацией и приводящих к сложным интерференционным распределениям на оптической оси. Показано, что степенная зависимость приводит к различной протяжённости формируемых осевых порядков и, соответственно, к различному характеру интерференционного взаимодействия. В частности, при квадратичной зависимости (линза) дифракционные порядки являются очень компактными, отделены друг от друга и не приводят к интерференции. При линейной зависимости (аксикон), наоборот, дифракционные порядки являются значительно протяжёнными вдоль оптической оси, что приводит к существенной интерференции в областях перекрытия. Вариации степенной зависимости позволяют формировать распределения, промежуточные между этими двумя крайними типами элементов. Это расширяет оптический инструментарий, в том числе востребованный при 3D-мультиплексировании лазерных пучков.

Ключевые слова: аксикон, обобщённая линза, фраксикон, бинаризация, осевые дифракционные порядки.

Цитирование: Устинов, А.В. Анализ формирования дополнительных дифракционных порядков на оптической оси для бинарных фраксиконов / А.В. Устинов, О.А. Дюкарева, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2026. – Т. 50, № 3. – 1783. – DOI: 10.18287/COJ1783.

Citation: Ustinov AV, Dyukareva OA, Khonina SN. Analysis of the formation of additional diffraction orders on the optical axis for binary fracxicons. Computer Optics 2026; 50(3): 1783. DOI: 10.18287/COJ1783.

Введение

Уже несколько десятков лет аксикон [1, 2] считается классическим оптическим элементом наравне с линзой. Одним из основных его применений является формирование бесселевых пучков, обладающих бездифракционными свойствами [3, 4]. В этом случае создаётся световой пучок, сохраняющий постоянный поперечный размер на очень большом расстоянии, значительно превышающем расстояние нерасходимости гауссова пучка. Такие пучки нашли применение во многих областях [5–9], включая оптический захват, обработку материалов, оптическую когерентную томографию, острую фокусировку, поляризационные преобразования, увеличение глубины резкости, метрологию и др.

К настоящему моменту разработаны и исследованы различные модификации классического конического аксикона и его дифракционных аналогов: логарифмические аксиконы [10, 11], аксиконы с нелинейным профилем [12–14], гибридные элементы [15–17], в частности, обеспечивающие действие, промежуточное между линзой и аксиконом, а также комбинированные элементы [18], в том числе вихревые аксиконы [19–21].

Хотя рефракционные аксиконы обеспечивают высокую энергетическую эффективность и слабую хроматическую зависимость, их изготовление сопряжено с определёнными трудностями из-за сложности технологии и отсутствия эффективных методов контроля конических поверхностей. При этом более сложные модификации рефракционных аксиконов производятся, как правило, лишь в микромасштабе [14, 20, 22–24].

Поэтому часто рассматриваются дифракционные аналоги аксиконов, реализация которых осуществляется с помощью голографических и дифракционных оптических элементов [19, 25–27], а также пространственных модуляторов света [28–30].

Причём часто для упрощения технологии изготовления или в связи с особенностями оптического устройства используются бинаризованные варианты. В частности, классический бинарный аксикон представляет собой бинарную радиальную решётку. Свойства пространственного спектра такой решётки были исследованы достаточно детально в различных работах [31–35].

Как правило, бинаризация приводит к потере эффективности в основном дифракционном порядке, так как часть энергии перераспределяется в более высокие дифракционные порядки. Часто это рассматривается как негативный фактор. Однако дополнительные дифракционные порядки также можно использовать в некоторых приложениях.

Очевидно, что появление дополнительных дифракционных порядков при бинаризации пропускающей функции оптического элемента будет также сказываться на распределении поля вдоль оптической оси. Особенно наглядным является пример бинарной линзы, когда вместо одного фокуса формируется множество локальных фокусов [36–39].

В случае бинаризации вихревой линзы дополнительные фокусы согласованы с кратными вихревыми фазами, что позволяет применять такие элементы для мультиплексирования и трёхмерного (внефокального) детектирования вихревых пучков [40–42].

Для бинарного аксикона появление дополнительных дифракционных порядков на оптической оси не столь очевидно и исследовалось лишь в нескольких работах [29, 43]. В данной работе мы детально исследуем эту проблему аналитически и численно для целого класса осесимметричных фазовых оптических элементов с различной степенной зависимостью от радиуса. Такие элементы мы условно называем фраксиконами [12, 13] или обобщёнными линзами [44, 45], так как аксикон и линза являются лишь частным случаем такого типа элементов.

Показана возможность получения на оптической оси распределений интенсивности с различной величиной («силой») интерференционного взаимодействия основного и дополнительных порядков. Изменение величины взаимодействия осуществляется вариацией показателя степени в фазовой зависимости. При квадратичной степени (линза) взаимодействия практически нет; при показателе больше 2 (обобщённая линза) оно слабое; в среднем диапазоне от 0 до 1 (сублинейный фраксикон) и от 1 до 2 (суперлинейный фраксикон) оно средней силы; наибольшее взаимодействие происходит при показателе, равном 1 (линейный аксикон).

1. Теоретический анализ

Рассмотрим пучки, формируемые дифракционными оптическими элементами (ДОЭ) со следующей комплексной функцией пропускания:

$$\tau(r) = \exp[-i(k\alpha_0 r)^q] = \exp(-i\alpha r^q); \quad r \leq R, \quad (1)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число для лазерного излучения с длиной волны λ , α_0 и q – положительные действительные безразмерные величины, r – радиальная координата во входной плоскости, R – радиус оптического элемента. Для удобства будем также использовать второй вид выражения (1), где $\alpha = (k\alpha_0)^q$ – размерный параметр.

Параметр q определяет тип ДОЭ, в частности, при $q = 1$ выражение (1) соответствует линейному аксикону, при $q = 2$ – параболической линзе.

Теоретический анализ распространения поля, сформированного ДОЭ (1), будем проводить в параксиальном приближении, используя преобразование Френеля (с учётом осевой симметрии):

$$E(\rho, z) = \frac{ik}{z} \exp(ikz) \exp\left(\frac{ik}{2z}\rho^2\right) \int_0^R \tau(r) \exp\left(\frac{ik}{2z}r^2\right) J_0\left(\frac{k}{z}\rho r\right) r dr, \quad (2)$$

где ρ – радиальная координата в плоскости на расстоянии z от входной плоскости.

Распределение на оптической оси ($\rho = 0$):

$$E(0, z) = \frac{ik}{z} \exp(ikz) \int_0^R \tau(r) \exp\left(\frac{ik}{2z}r^2\right) r dr. \quad (3)$$

1.1. Аналитическое выражение на оптической оси

Рассмотрим аналитические выражения распределения на оптической оси (3) для произвольного q ($0 < q < 2$), в том числе дробного.

Хотя для некоторых случаев существуют точные решения, например, для аксикона ($q = 1$) или линзы ($q = 2$) [45, 46], в общем случае (для произвольного q) можно получить только приближённое выражение на основе классического метода стационарной фазы [47].

Фазовая функция в подынтегральном выражении (3):

$$\psi(r) = -(k\alpha_0)^q r^q + \frac{kr^2}{2z} \quad (4)$$

имеет стационарную точку следующего вида:

$$r_0 = [(k\alpha_0)^q q \cdot (z/k)]^{\frac{1}{2-q}}. \quad (5)$$

Фазовая функция (4) в стационарной точке (5) равна:

$$\psi(r_0) = (-1 + q/2)(q\alpha_0^2)^{\frac{q}{2-q}} \cdot (kz)^{\frac{q}{2-q}}. \quad (6)$$

Граница тени определяется параметрами оптического элемента и его радиусом из условия $r_0 \leq R$ (стационарная точка должна лежать внутри отрезка интегрирования).

$$z^{max} = \frac{kR^{2-q}}{q(k\alpha_0)^q} = \frac{kR^{2-q}}{q\alpha}. \quad (7)$$

В области тени ($z > z^{max}$, $q < 2$ или $z < z^{max}$, $q > 2$) амплитуда принимается равной нулю. Пока не будет оговорено особо, считаем $q < 2$.

С учётом приведённых выше выкладок можно записать приближённое выражение для поля, формируемого элементом (1) на оптической оси:

$$E(0, z) \approx B_A \exp(ikz) (z\alpha_0^2)^{\frac{q}{2(2-q)}} \exp\left[-iB_\psi \cdot (z\alpha_0^2)^{\frac{q}{2-q}}\right], \quad 0 \leq z \leq z^{max}, \quad (8)$$

где

$$B_A = e^{-i\pi/4} \cdot \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{2-q}} q^{\frac{1}{2-q}} \cdot k^{\frac{q}{2(2-q)}}, \quad (9)$$

$$B_\psi = (1 - q/2) q^{\frac{q}{2-q}} \cdot k^{\frac{q}{2-q}}. \quad (10)$$

1.2. Бинаризация

Исследуем влияние бинаризации оптического элемента (1) на формирование распределения вдоль оптической оси.

Известно, что при квантовании гладкой фазовой функции оптического элемента на S уровней формируются дополнительные дифракционные порядки, что хорошо описывается разложением Гудмана–Сильвестри [48]:

$$\exp[i\psi_S(x)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp[i(Sn + 1)\psi(x)], \quad (11)$$

где $\psi(x)$ – исходная гладкая фазовая функция, $\psi_S(x)$ – квантованная по S уровням фазовая функция, c_n – коэффициенты разложения:

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T \exp[i\psi_S(x)] \exp\left[-i(Sn + 1)\psi(x) \frac{2\pi}{T}\right] dx, \quad (12)$$

где T – период квантованной функции.

В рассматриваемом случае $S=2$, и полагаем, что бинаризация выполняется следующим образом:

$$\psi_2(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x < \frac{T}{2}, \\ \pi, & \frac{T}{2} \leq x < T, \end{cases} \quad (13)$$

тогда коэффициенты разложения принимают следующие значения:

$$c_n = -\frac{i}{\pi n} (1 - (-1)^n). \quad (14)$$

Отметим, что, хотя ряд (11) записан для одномерной функции фазы, при достаточном количестве периодов (более двух) полученные коэффициенты разложения (14) являются корректными и для радиального случая [49].

Коэффициенты c_n не зависят от функции $\psi(x)$, если параметры бинаризации тоже от неё не зависят.

Из выражения (14) видно, что все чётные коэффициенты равны нулю. Отметим, однако, что если в (13) изменить порог, то они будут не равны нулю. Подставив значения коэффициентов, получим функцию пропускания бинарного элемента в виде

$$\exp[i\psi_2(x)] = -\frac{2i}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\exp[i(2n+1)\psi(x)]}{2n+1} = -\frac{2i}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\exp[i(2n+1)\psi(x)]}{2n+1} + \frac{2i}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\exp[-i(2n+1)\psi(x)]}{2n+1}. \quad (15)$$

Первая сумма соответствует *рассеивающим* элементам, поэтому далее её не будем рассматривать. Вторая сумма есть комбинация *собирающих* элементов с параметрами, зависящими от номера порядка, и весами $(2n+1)^{-1}$. Таким образом, действие *бинарного* элемента эквивалентно действию комбинации гладких элементов с кратными параметрами:

$$\tau^{bin}(r) = \frac{2i}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} c_{p_n} \exp(-i\alpha_{p_n} r^q), \quad (16)$$

где $p_n = (2n+1)$, $c_{p_n} = \frac{1}{p_n} = (2n+1)^{-1}$, $\alpha_{p_n} = p_n \cdot \alpha = (2n+1) \cdot \alpha$ – параметр элемента кратен исходному параметру α .

Отметим, что каждый дифракционный порядок формирует на оси световой отрезок, протяжённость которого в соответствии с выражением (7) также кратно уменьшается:

$$z_{p_n}^{max} = \frac{kR^{2-q}}{q\alpha_{p_n}} = \frac{kR^{2-q}}{q(2n+1)\alpha} = \frac{z_{max}}{(2n+1)}. \quad (17)$$

В следующем параграфе рассмотрены конкретные примеры элементов типа (1).

2. Численное моделирование и сравнительный анализ

Численное моделирование выполнялось на основе быстрого расчета интеграла Френеля с дискретизацией входной и выходной функций [50]. Параметры расчёта: длина волны освещающего пучка $\lambda = 532$ нм, $R = 3$ мм, $k = 11810$ мм⁻¹, параметры α и q варьировались.

2.1. Линейный аксикон ($q = 1$)

Пример линейного аксикона является самым простым для анализа. В этом случае оптический элемент описывается следующей функцией:

$$\tau(r) = \exp(-ik\alpha_0 r) = \exp(-i\alpha r), \quad r \leq R. \quad (18)$$

Для пропускающей функции (18) известно [45, 46] точное распределение на оптической оси, но в силу его громоздкости в данной работе удобнее использовать приближённое выражение (8), полученное в предыдущем параграфе:

$$E_{q=1}(0, z) \approx e^{-i\pi/4} \exp(ikz) \cdot \sqrt{2\pi kz} \cdot \alpha_0 \exp\left(-ik \frac{\alpha_0^2}{2} z\right), \quad 0 \leq z \leq R/\alpha_0. \quad (19)$$

В геометрикооптическом приближении при $z > R/\alpha_0$ находится область тени.

При бинаризации ряд (16) принимает следующий вид:

$$\tau_{q=1}^{bin}(r) = \frac{2i}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\exp(-i(2n+1)\alpha r)}{(2n+1)} = \frac{2i}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\exp(-ik(2n+1)\alpha_0 r)}{(2n+1)}. \quad (20)$$

То есть бинарный аксикон представляется комбинацией линейных аксиконов с параметрами, кратными исходному параметру $\alpha_{p_n} = (2n+1) \cdot \alpha$, что соответствует суперпозиции высоких нечётных порядков.

С геометрикооптической точки зрения каждое слагаемое по отдельности формирует на оси световой отрезок с кратно уменьшающейся длиной в соответствии с выражением (17). Комплексная амплитуда для каждого порядка имеет вид, аналогичный (19):

$$E_{q=1}^{p_n}(0, z) \approx e^{-i\pi/4} \exp(ikz) \cdot \sqrt{2\pi kz} \cdot \alpha_0 \exp\left(-ik(2n+1)^2 \frac{\alpha_0^2}{2} z\right), \quad 0 \leq z \leq R/[(2n+1)\alpha_0]. \quad (21)$$

Как видно, множители $(2n+1)$ в выражении $\alpha_{p_n} = (2n+1) \cdot \alpha$ и $(2n+1)^{-1}$ в (20) сократились. Таким образом, от порядка зависит только длина осевого отрезка и набег фазы (амплитуда одинаковая для всех порядков). Это особое свойство, присущее аксикону ($q = 1$).

Отметим, что различный набег фазы является существенным, когда мы рассматриваем слагаемые не по отдельности, а всю сумму сразу. Для примера ограничимся всего двумя слагаемыми порядков $p_n = 1$ и $p_n = 3$. В этом случае на участке $z_5 \leq z \leq z_3$ имеем:

$$E_1 + E_3 = e^{-i\pi/4} \exp(ikz) \cdot \sqrt{2\pi kz} \cdot \alpha_0 \cdot \left[\exp\left(-ik \frac{1}{2} \alpha_0^2 z\right) + \exp\left(-ik \frac{9}{2} \alpha_0^2 z\right) \right]. \quad (22)$$

Соответствующая интенсивность равна:

$$|E_1 + E_3|^2 = 2\pi \alpha_0^2 \cdot kz \cdot [4 \cos^2(2k\alpha_0^2 z)]. \quad (23)$$

Видно, что происходит интерференция двух порядков, причём особенно заметная за счёт того, что их амплитуды равны. Хотя $z_3 = z_1 / 3$, за счёт второго сомножителя мы можем получить величину, соответствующую $z = (4/3) z_1$, то есть на этом участке может быть интенсивность, которая на 1/3 больше, чем на правом конце всего освещённого отрезка.

Для участка, где происходит интерференция первого и третьего порядков ($z_5 \leq z \leq z_3$) в соответствии с выражением (23), минимумы интенсивности, равные нулю, будут в позициях:

$$z_{min}^l = \frac{\pi}{2k\alpha_0^2} \left(l + \frac{1}{2}\right); \quad l = 0, 1, 2, \dots, \quad (24)$$

а максимумы интенсивности будут в позициях

$$z_{max}^l = \frac{\pi}{2k\alpha_0^2} l; \quad l = 1, 2, \dots \quad (25)$$

Возможные значения l ограничены условием, что позиции должны быть в диапазоне $z_5 \leq z \leq z_3$.

На рис. 1 показаны результаты сравнительного расчёта для линейного и бинарного аксикона при $\alpha_0 = 0,003$; $\alpha = 35,43$ мм⁻¹. На рис. 1з, д видно появление участка интерференции первого и третьего порядков, формируемых бинарным аксиконом. Более детально осевое распределение интенсивности показано на рис. 2.

В геометрикооптическом приближении (7) и (17) границы световых отрезков для рассмотренных параметров имеют следующие значения: $z_1 = 1000$ мм, $z_3 = 333$ мм, $z_5 = 200$ мм, $z_7 = 143$ мм, $z_9 = 111$ мм, что близко к оценке сверху для полученных численных результатов (рис. 2).

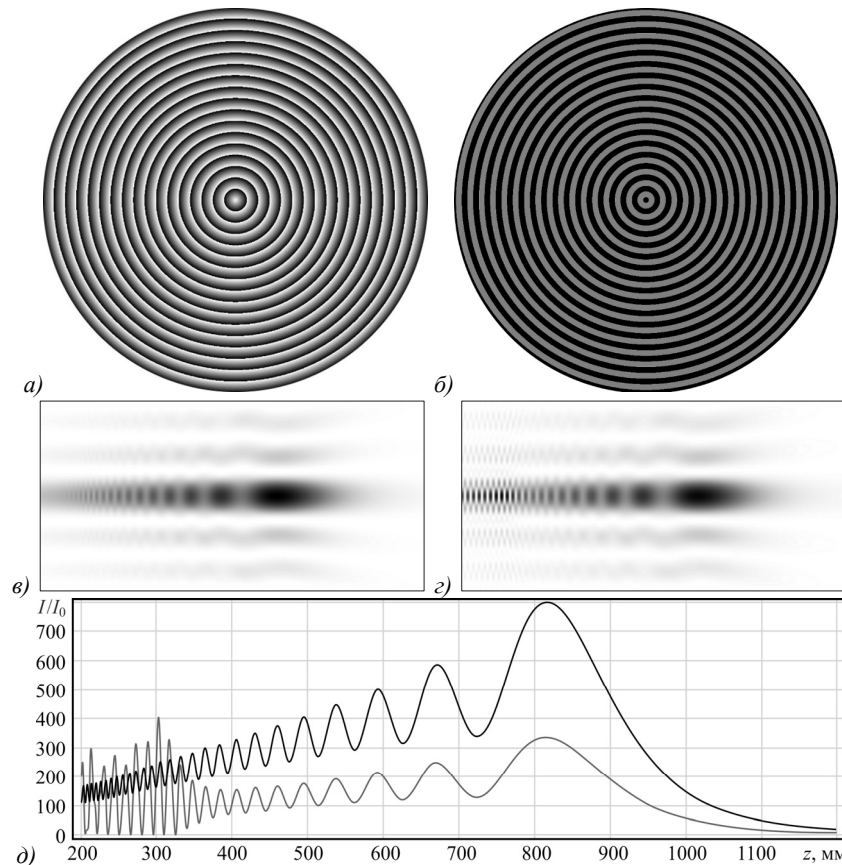


Рис. 1. Результаты расчёта для линейного (слева) и бинарного (справа) аксикона $q = 1$ ($\alpha = 35,43 \text{ мм}^{-1}$): фаза (а, б); распределения интенсивности вдоль оптической оси $z \in [200, 1200]$ мм, $y \in [-0,25, 0,25]$ мм (в, г) и соответствующие графики осевой интенсивности (д) (чёрная линия для линейного элемента и серая линия для бинарного)

Более детально области интерференции различных порядков показаны на рис. 2б. Видно, что все дифракционные порядки имеют одинаковую амплитуду (наслоились друг на друга). При этом в области интерференции первого и третьего порядков ($z_5 = 200 \text{ мм} \leq z \leq z_3 = 333 \text{ мм}$) видны чёткие осцилляции интенсивности для бинарного аксикона (рис. 2б, красный цвет). В соответствии с формулами (24)–(25) минимумы лежат в позициях $z_{min}^l = (l + 1/2) \cdot 14,78 \text{ мм}$, при этом $13 \leq l \leq 22$: всего 10 минимумов, а максимумы в позициях $z_{max}^l = l \cdot 14,78 \text{ мм}$, при этом $14 \leq l \leq 22$: всего 9 максимумов.

На рис. 2б мы действительно видим 9 максимумов и 9 (10-й не очень чёткий) минимумов в нужном диапазоне. Вблизи $z = z_5 = 200 \text{ мм}$ косинусоидальная картина начинает нарушаться, и в области $z_7 = 143 \text{ мм} \leq z \leq z_5 = 200 \text{ мм}$ форма «горбов» и «ям» начинает портиться: на горбе появляется маленькая яма, а в яме небольшой горб. Это происходит из-за того, что на этом участке имеется интерференция трёх порядков, а квадрат модуля суммы трёх экспоненциальных (фазовых) слагаемых содержит более одной косинусоиды. Далее картина становится ещё сложнее, так как добавляется ещё одно слагаемое.

2.2. Сублинейный фраксикон ($q = 0,5$)

Для $q = 0,5$ выражение для поля на оптической оси (8) принимает следующий вид:

$$E(0, z) \approx B_A \exp(ikz) (z\alpha_0^2)^{\frac{1}{6}} \exp \left[-iB_\Psi \cdot (z\alpha_0^2)^{\frac{1}{3}} \right], \quad 0 \leq z \leq z^{max}, \quad (26)$$

$$\text{где } B_A = e^{-i\pi/4} \cdot \left(\frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{3/2}} \right) \cdot \left(\frac{1}{2^{2/3}} \right) \cdot k^{1/6}, \quad B_\Psi = \left(\frac{3}{4} \right) \cdot \left(\frac{1}{2^{1/3}} \right) \cdot k^{1/3}.$$

Параметры расчёта: $\alpha_0 = 1,181$; $\alpha = 118,1 \text{ мм}^{-0,5}$. Результаты расчёта показаны на рис. 3.

Отметим, что в этом случае интенсивность на световом отрезке более равномерная, чем для аксикона. Хотя в общем результаты близки к полученным для линейного аксикона (параграф 2.1), но в зоне интерференции высоких порядков картина несколько иная (рис. 4).

Для рассмотренных параметров границы световых отрезков для различных порядков: $z_1 = 2kR^{3/2}/\alpha = 1039 \text{ мм}$, $z_3 = 346 \text{ мм}$, $z_5 = 208 \text{ мм}$, $z_7 = 148,5 \text{ мм}$, $z_9 = 117,6 \text{ мм}$.

Распределение интенсивности в области интерференции первого и третьего порядков ($z_5 = 208 \text{ мм} \leq z \leq z_3 = 346 \text{ мм}$) принимает следующий вид:

$$|E_1 + E_3|^2 = 2\pi \cdot \frac{1}{3 \cdot 2^{1/3}} (\alpha_0)^{2/3} (kz)^{1/3} \times \left[1 + 3^{-2/3} + 2 \cdot 3^{-1/3} \cos\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2^{1/3}} (3^{4/3} - 1) (\alpha_0)^{2/3} (kz)^{1/3}\right) \right]. \quad (27)$$

Здесь влияние третьего порядка *меньше*, чем первого ($3^{-2/3} < 1$), как и при прочих значениях $0 < q < 1$. Под знаком косинуса стоит величина $50,4 \cdot z^{1/3}$; показатель степени меньше единицы, поэтому ширина лепестков должна *возрастать* при увеличении z .

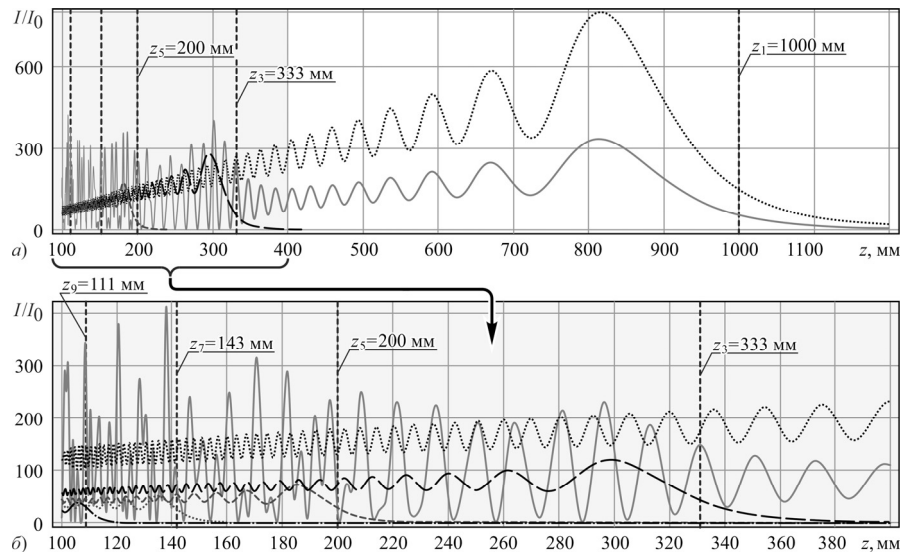


Рис. 2. Результаты расчёта осевой интенсивности для аксикона $q = 1$ ($\alpha = 35,43 \text{ мкм}^{-1}$): в диапазоне $z \in [100, 1200] \text{ мм}$ (а) и $z \in [100, 400] \text{ мм}$ (б) для различных порядков ($\alpha_1 = 35,43 \text{ мм}^{-1}$ – чёрная точечная линия, $\alpha_3 = 106,9 \text{ мм}^{-1}$ – серая пунктирная линия, $\alpha_5 = 177,15 \text{ мм}^{-1}$ – чёрная пунктирная линия, $\alpha_7 = 248,1 \text{ мм}^{-1}$ – серая точечная линия, $\alpha_9 = 318,87 \text{ мм}^{-1}$ – чёрная штрих-пунктирная линия), а также для бинарного элемента (серая линия)

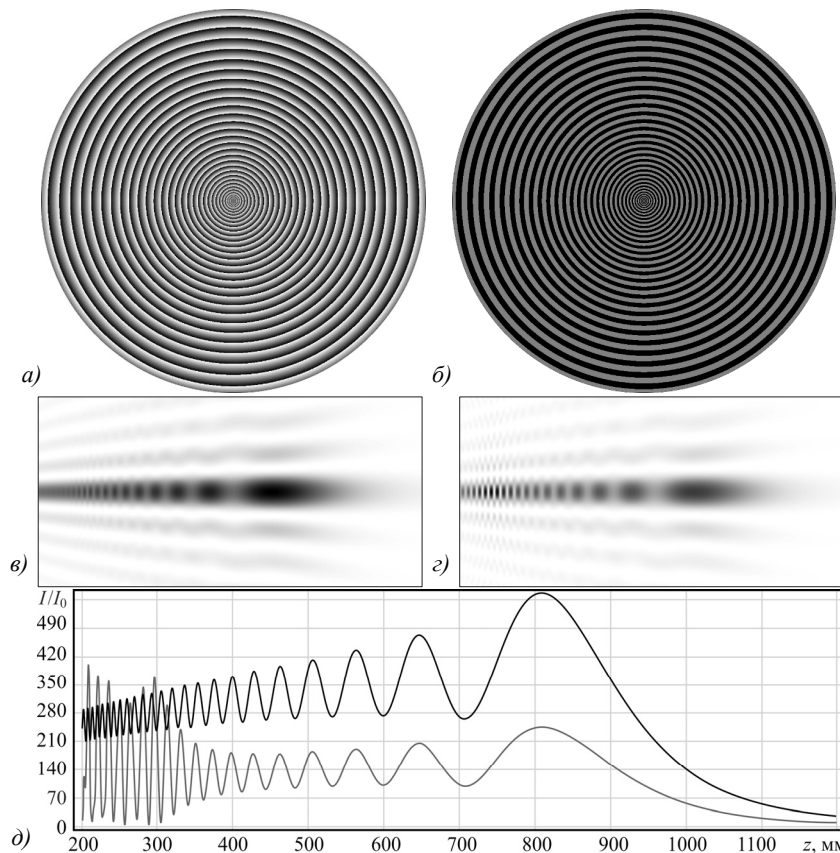


Рис. 3. Результаты расчёта для полутонного (слева) и бинарного (справа) фазикона $q = 0,5$ ($\alpha = 118,1 \text{ мм}^{-0,5}$): фаза (а, б); распределения интенсивности вдоль оптической оси $z \in [200, 1200] \text{ мм}$, $y \in [-0,25, 0,25] \text{ мм}$ (в, г) и соответствующие графики осевой интенсивности (д) (чёрная линия для линейного элемента и серая линия для бинарного)

В соответствии с выражением (27) минимумы лежат в таких позициях, что $50,4 \cdot z^{1/3} = (2l+1)\pi$; при этом $47 \leq l \leq 55$: всего 9 минимумов, а максимумы в таких позициях, что $50,4 \cdot z^{1/3} = 2l\pi$; при этом $48 \leq l \leq 56$: всего 9 максимумов.

На рис. 4 видно, что имеются эти 9 максимумов и минимумов в нужном диапазоне, причём в начале диапазона (ближе к входной плоскости) расстояние между соседними осцилляциями уменьшается.

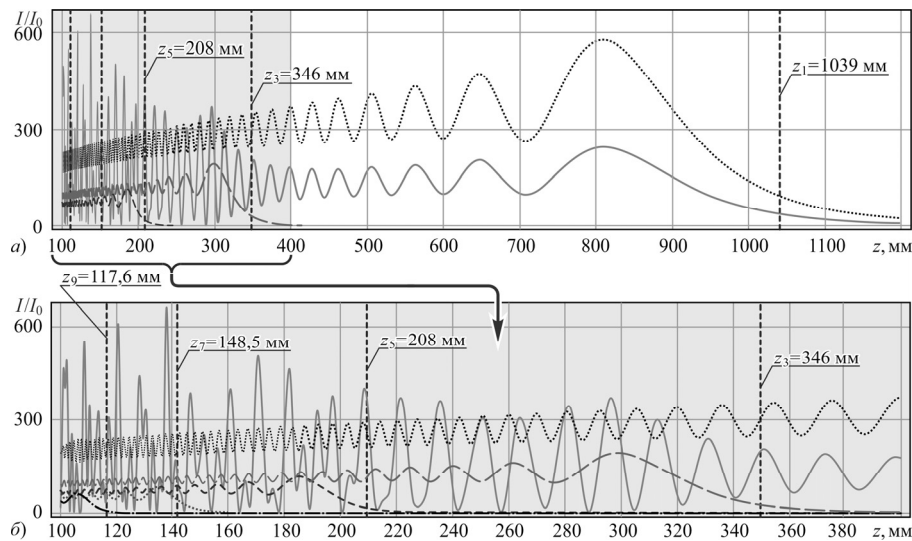


Рис. 4. Результаты расчёта осевой интенсивности для фраксикона $q = 0,5$ ($\alpha = 118,1 \text{ мм}^{-0,5}$): графики в диапазоне $z \in [100, 1200]$ мм (а) и $z \in [100, 400]$ мм (б) для различных порядков ($\alpha_1 = 118,1 \text{ мм}^{-0,5}$ – чёрная точечная линия, $\alpha_3 = 354,3 \text{ мм}^{-0,5}$ – серая пунктирная линия, длинный штрих, $\alpha_5 = 590,5 \text{ мм}^{-0,5}$ – серая пунктирная линия, короткий штрих, $\alpha_7 = 826,7 \text{ мм}^{-0,5}$ – серая точечная линия, $\alpha_9 = 1062,9 \text{ мм}^{-0,5}$ – чёрная штрихпунктирная линия), а также для бинарного элемента (серая линия)

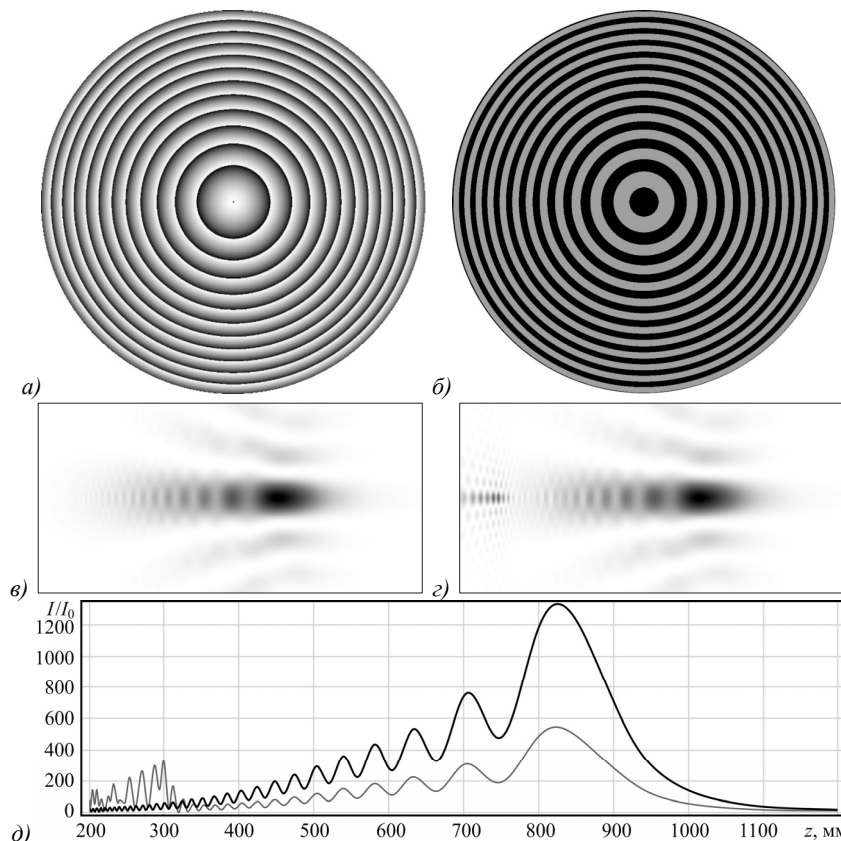


Рис. 5. Результаты расчёта для полутонного (слева) и бинарного (справа) фраксикона $q = 1,5$ ($\alpha = 14,35 \text{ мм}^{-1,5}$): фаза (а, б); распределения интенсивности вдоль оптической оси $z \in [200, 1200]$ мм, $y \in [-0,25, 0,25]$ мм (в, г) и соответствующие графики осевой интенсивности (д) (чёрная линия для линейного элемента и серая линия для бинарного)

2.3. Суперлинейный фраксикон ($q = 1,5$)

Выражение для поля на оптической оси (8) при $q = 1,5$ принимает следующий вид:

$$E(0, z) \approx B_A \exp(ikz)(z\alpha_0^2)^{\frac{3}{2}} \exp[-iB_\Psi \cdot (z\alpha_0^2)^3], \quad 0 \leq z \leq z^{\max}, \quad (28)$$

где $B_A = e^{-i\pi/4} \cdot \left(\frac{9\sqrt{\pi}}{2}\right) \cdot k^{3/2}$, $B_\Psi = \left(\frac{27}{32}\right) \cdot k^3$.

Параметры расчёта: $\alpha_0 = 0,0005$, $\alpha = 14,35 \text{ мм}^{-1,5}$. Результаты расчёта показаны на рис. 5.

Отметим, что в этом случае интенсивность на световом отрезке довольно неравномерная и имеется значительное её падение в начальной части. Это приводит к менее заметным результатам интерференции высоких порядков для бинарного фраксикона. Более детально осевое распределение интенсивности показано на рис. 6.

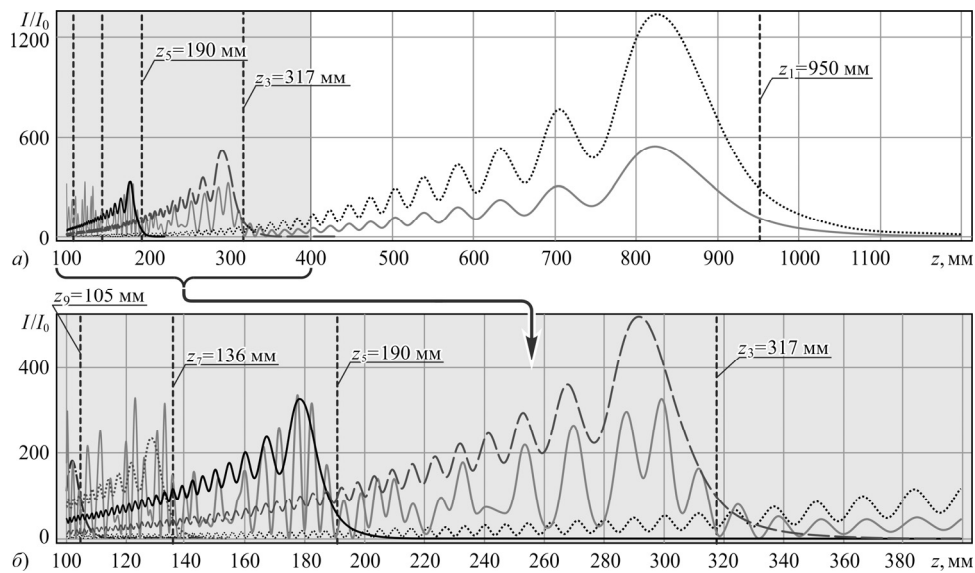


Рис. 6. Результаты расчёта осевой интенсивности для фраксикона $q = 1,5$ ($\alpha = 14,35 \text{ мм}^{-1,5}$): в диапазоне $z \in [100, 1200]$ мм (а) и $z \in [100, 400]$ мм (б) для различных порядков ($\alpha_1 = 14,35 \text{ мм}^{-1,5}$ – чёрная точечная линия, $\alpha_3 = 43,05 \text{ мм}^{-1,5}$ – серая линия, длинный штрих, $\alpha_5 = 71,75 \text{ мм}^{-1,5}$ – серая штриховая линия, короткий штрих, $\alpha_7 = 100,45 \text{ мм}^{-1,5}$ – серая точечная линия, $\alpha_9 = 127,35 \text{ мм}^{-1,5}$ – чёрная штрихпунктирная линия), а также для бинарного элемента (серая линия)

Для рассмотренных параметров границы световых отрезков для различных порядков: $z_1 = 2kR^{1/2}/(3\alpha) = 950 \text{ мм}$, $z_3 = 317 \text{ мм}$, $z_5 = 190 \text{ мм}$, $z_7 = 136 \text{ мм}$, $z_9 = 105 \text{ мм}$.

Распределение интенсивности в области интерференции первого и третьего порядков ($z_5 = 190 \text{ мм} \leq z \leq z_3 = 317 \text{ мм}$) принимает следующий вид:

$$|E_1 + E_3|^2 = \pi \cdot \frac{81}{4} (\alpha_0)^6 (kz)^3 \cdot \left[10 + 6 \cos\left(\frac{27}{32} (3^4 - 1) (\alpha_0)^6 (kz)^3\right) \right]. \quad (29)$$

Здесь влияние третьего порядка *больше*, чем первого, что характерно для значений $1 < q < 2$. Под знаком косинуса стоит величина $1,74 \cdot 10^{-6} \cdot z^3$; показатель степени больше единицы, поэтому ширина лепестков должна *убывать* при увеличении z .

В соответствии с выражением (29) минимумы лежат в таких позициях, что $1,74 \cdot 10^{-6} \cdot z^3 = (2l+1)\pi$; при этом $2 \leq l \leq 9$: всего 8 минимумов, а максимумы в таких позициях, что $1,74 \cdot 10^{-6} \cdot z^3 = 2l\pi$; при этом $2 \leq l \leq 8$: всего 7 максимумов.

На рис. 6 в заданном диапазоне z действительно имеются эти 7 максимумов и 8 минимумов, и мы видим, что расстояние между соседними осцилляциями уменьшается с увеличением расстояния.

2.4. Параболическая линза ($q = 2$)

В этом случае (а также при q , близком к 2) теоретический анализ, выполненный в параграфе 1, неприменим, но формула (7) для положения максимума *остается* верной и даёт позицию фокуса. Случай $q = 2$ необходимо рассматривать отдельно, что и было сделано ранее в [45, 46].

Численные результаты (рис. 7) получены при следующих параметрах расчёта: $\alpha_0 = 0,000217$, $\alpha = 6,56 \text{ мм}^{-2}$, основной фокус равен 900 мм.

Все дополнительные дифракционные порядки (локальные фокусы), которые появляются при бинаризации линзы, хорошо отделены друг от друга и не перекрываются. Позиции фокусов: $z_1 = k/(2\alpha) = 900 \text{ мм}$, $z_3 = 300 \text{ мм}$, $z_5 = 180 \text{ мм}$, $z_7 = 129 \text{ мм}$, $z_9 = 100 \text{ мм}$, что полностью согласуется с рис. 7.

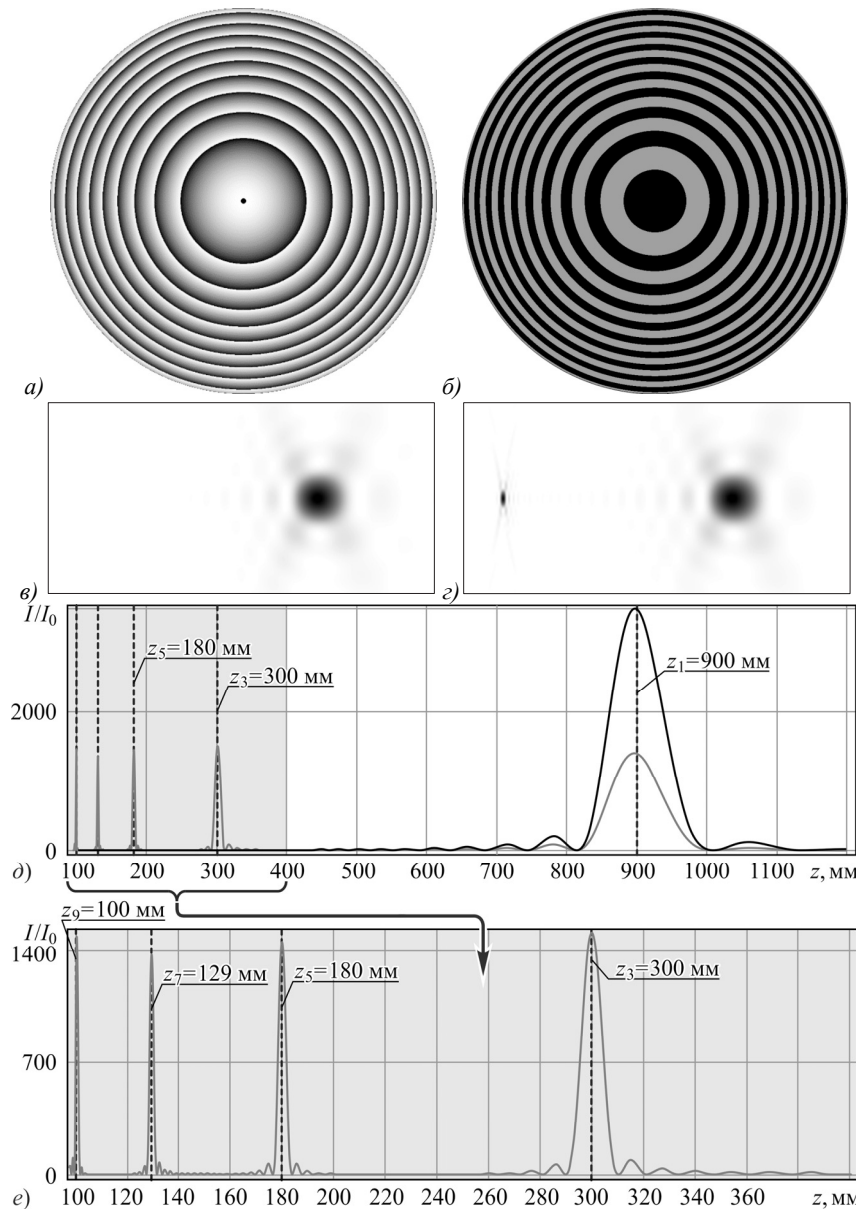


Рис. 7. Результаты расчёта для полутоновой (слева) и бинарной (справа) линзы ($q = 2$, $\alpha = 6,56 \text{ мм}^{-2}$): фаза (а, б); распределения интенсивности вдоль оптической оси $z \in [200, 1200] \text{ мм}$, $y \in [-0,25, 0,25] \text{ мм}$ (в, г), а также в поперечных плоскостях (при $z = 300 \text{ мм}$, $z = 600 \text{ мм}$, $z = 900 \text{ мм}$) и соответствующие интенсивности на оптической оси при $z \in [200, 1200] \text{ мм}$ (д) и $z \in [100, 400] \text{ мм}$ (е) (чёрная линия для полутонного элемента и серая линия для бинарного)

2.5. Обобщённая линза ($q = 3$)

Сначала покажем, что аналитические формулы из параграфа 1, полученные в предположении $0 < q < 2$, можно применять также при $q > 2$.

В частности, выражение для стационарной точки в уравнении (5) сохраняется.

Выражение (7) для границы тени тоже сохраняется, но из-за того, что показатель $2 - q$ отрицательный, то тень будет в начальной области ($0 \leq z \leq z^{\max}$), а освещённый участок будет правее тени в области $z^{\max} \leq z \leq \infty$. Остальные формулы также верны с учётом отрицательного значения $2 - q$.

С учётом вышесказанного выражение для поля на оптической оси (8) при $q = 3$ принимает следующий вид:

$$E(0, z) \approx B_A \exp(ikz) (z\alpha_0^2)^{-\frac{3}{2}} \exp[-iB_\Psi \cdot (z\alpha_0^2)^{-3}], \quad z^{\max}, \quad (30)$$

$$\text{где } B_A = e^{-i\pi/4} \cdot \left(\frac{\sqrt{2\pi}}{3i}\right) \cdot k^{-3/2}, \quad B_\Psi = -\left(\frac{1}{54}\right) \cdot k^{-3}.$$

Параметры расчёта: $\alpha_0 = 0,000106$; $\alpha = 2 \text{ мм}^{-3}$. Результаты расчёта показаны на рис. 8.

Для рассмотренных параметров левые границы световых отрезков для различных порядков: $z_1 = k/(3\alpha R) = 656 \text{ мм}$, $z_3 = 219 \text{ мм}$, $z_5 = 131 \text{ мм}$, $z_7 = 94 \text{ мм}$.

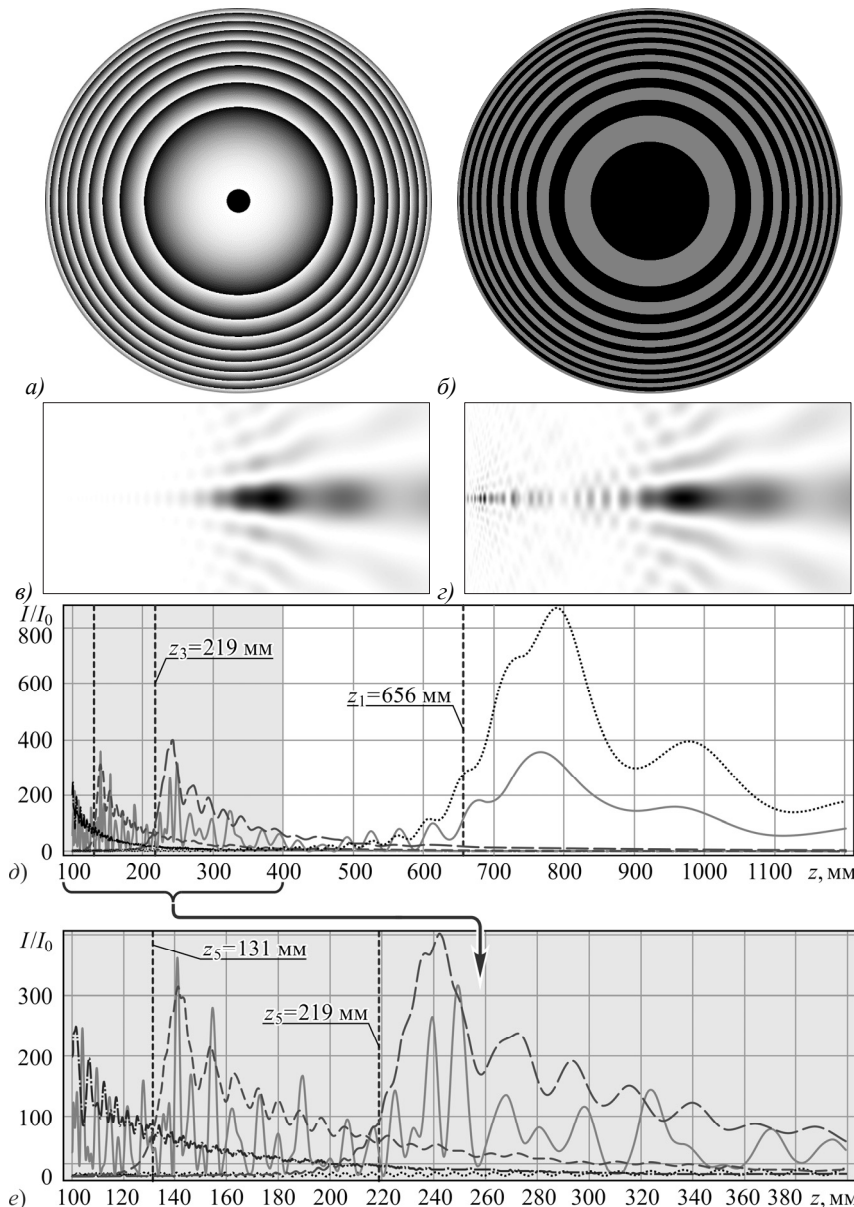


Рис. 8. Результаты расчёта для полутонной (слева) и бинарной (справа) обобщённой линзы ($q = 3$, $\alpha = 2$): фаза (а, б); распределения интенсивности вдоль оптической оси $z \in [200, 1200]$ мм, $y \in [-0,25, 0,25]$ мм (в, г), а также в поперечных плоскостях (при $z = 200$ мм, $z = 400$ мм, $z = 800$ мм) и соответствующие графики осевой интенсивности (д), а также осевая интенсивность (е) при $z \in [100, 400]$ мм для различных порядков ($\alpha 1 = 2$ мм⁻³ – чёрная точечная линия, $\alpha 3 = 6$ мм⁻³ – серая линия, длинный штрих, $\alpha 5 = 10$ мм⁻³ – серая штриховая линия, короткий штрих, $\alpha 7 = 14$ мм⁻³ – фиолетовый цвет), а также для бинарного элемента (серая линия)

Распределение интенсивности в области интерференции первого и третьего порядков ($z_1 = 656$ мм $\leq z \leq \infty$) принимает следующий вид:

$$|E_1 + E_3|^2 = \pi \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{(\alpha_0)^6} \cdot \frac{1}{(kz)^3} \cdot \left[1 + \frac{1}{81} + \frac{2}{9} \cdot \cos \left(\frac{4}{243} \cdot \frac{1}{(\alpha_0)^6} \cdot \frac{1}{(kz)^3} \right) \right]. \quad (31)$$

Здесь влияние третьего порядка *меньше*, чем первого ($1/81 < 1$), как и при прочих значениях $q > 2$.

Под знаком косинуса стоит величина $6,91 \cdot 10^9 \cdot z^{-3}$; показатель степени меньше единицы, поэтому ширина лепестков должна *возрастать* при увеличении z . А так как он ещё и меньше нуля, то количество лепестков, несмотря на неограниченность отрезка, будет *конечным*. Конечно, это выражение следует понимать с оговоркой, так как *нет* отрезка, в котором имеются только 1-й и 3-й порядки. Мы *условно* рассматриваем участок $z > z_1$, пренебрегая влиянием порядков *выше третьего*.

Очевидно, что с ростом z число под знаком косинуса стремится к нулю, а сам косинус – к единице. Максимумы находятся в таких позициях, что $6,91 \cdot 10^9 \cdot z^{-3} = 2l\pi$; при этом $l=0$ соответствует $z \rightarrow \infty$. Так как при $z = z_1$ $(6,91 \cdot 10^9 \cdot z^{-3}) / 2\pi = 3,896$, наибольшее возможное l равно *трём*. Если подставить числовые значения,

то $z_{\max} = 1032/\sqrt[3]{l}$. Расстояние между максимумами убывает с ростом l , то есть растёт с ростом z . Три максимума лежат в точках 1032 мм ($l=1$), 819 мм, 715 мм ($l=3$).

Аналогично минимумы находятся в таких позициях, что $6,91 \cdot 10^9 \cdot z^{-3} = (2l+1)\pi$; то есть в позициях $z = 1300/\sqrt[3]{(2l+1)}$. Четыре минимума лежат в точках 1300 мм ($l=0$), 901 мм, 760 мм, 680 мм ($l=3$).

Заключение

Мы рассмотрели эффекты, которые возникают при бинарном преобразовании фазы осесимметричных фраксиконов (также называемых обобщёнными линзами). Показано, как из-за бинаризации на оптической оси формируются дополнительные дифракционные порядки. Взаимодействие этих порядков приводит к интерференционным распределениям интенсивности на оптической оси.

Степень интерференционного взаимодействия основного и дополнительных порядков зависит от двух факторов: размера области перекрытия и относительной амплитуды порядков. Эти величины определяются значением показателя степени в выражении функции фазы. Поэтому наибольшее взаимодействие происходит для показателя 1 (линейный аксикон), когда одновременно и размер области перекрытия большой, и амплитуды порядков равны. При отходе от этого значения взаимодействие ослабевает. При убывании показателя от 1 до 0 (сублинейный фраксикон) растёт вклад основного порядка. При возрастании показателя от 1 до 2 (суперлинейный фраксикон) вклад меняется неравномерно: вначале вклад основного порядка падает, потом начинает расти, при показателе 2 (параболическая линза) амплитуды снова равны, и далее вклад основного порядка продолжает расти. Наименьшее взаимодействие имеет место при показателе 2 (параболическая линза): несмотря на равенство амплитуд, область перекрытия очень мала.

В дальнейшем планируется рассмотреть поперечные распределения поля в сечениях, где есть или нет взаимодействия порядков. Также будет обсуждаться задача, как из комбинации порядков выделить один предопределённый порядок.

Благодарности

Работа проведена в рамках выполнения государственного задания НИЦ «Курчатовский институт».

References

- [1] McLeod JH. The axicon: a new type of optical element. J Opt Soc Am 1954; 44(8): 592-597. doi:10.1364/JOSA.44.000592.
- [2] Jaroszewicz Z, Burvall A, Friberg AT. Axicon – the most important optical element. Opt Photonics News 2005; 16(4): 34-39. doi:10.1364/OPN.16.4.000034.
- [3] Durnin J, Miceli JJ Jr, Eberly JH. Diffraction-free beams. Phys Rev Lett 1987; 58(15): 1499-1501.
- [4] Bouchal Z. Nondiffracting optical beams: physical properties, experiments, and applications. Czechoslov J Phys 2003; 53: 537-578. doi:10.1023/A:1024802801048.
- [5] McGloin D, Dholakia K. Bessel beams: diffraction in a new light. Contemp Phys 2005; 46(1): 15-28. doi:10.1080/0010751042000275259.
- [6] Chu X, Sun Q, Wang J, Lu P, Xie W, Xu X. Generating a Bessel-Gaussian beam for the application in optical engineering. Sci Rep 2016; 5: 18665. doi:10.1038/srep18665.
- [7] Yi L, Sun L, Ding W. Multifocal spectral-domain optical coherence tomography based on Bessel beam for extended imaging depth. J Biomed Opt 2017; 22(10): 106016. doi:10.1117/1.JBO.22.10.106016.
- [8] Stoian R, Bhuyan MK, Zhang G, Cheng G, Meyer R, Courvoisier F. Ultrafast Bessel beams: advanced tools for laser materials processing. Adv Opt Technol 2018; 7(3): 165-174. doi:10.1515/aot-2018-0009.
- [9] Khonina SN, Kazanskiy NL, Karpeev SV, Butt MA. Bessel beam: significance and applications – a progressive review. Micromachines 2020; 11(11): 997. doi:10.3390/mi11110997.
- [10] Chi W, George N. Electronic imaging using a logarithmic sphere. Opt Lett 2001; 26(12): 875-877. doi:10.1364/OL.26.000875.
- [11] Golub I, Chebbi B, Shaw D, Nowacki D. Characterization of a refractive logarithmic axicon. Opt Lett 2010; 35(16): 2828-2830. doi:10.1364/OL.35.002828.
- [12] Khonina SN, Volotovskiy SG. Fracxicon – diffractive optical element with conical focal domain. Computer Optics 2009; 33(4): 401-411.
- [13] Khonina SN, Ustinov AV. Very compact focal spot in the near-field of the fractional axicon. Opt Commun 2017; 391: 24-29. doi:10.1016/j.optcom.2016.12.034.
- [14] Gorelick S, Paganin DM, Marco A. Axilenses: refractive micro-optical elements with arbitrary exponential profiles. APL Photonics 2020; 5(10): 106110. doi:10.1063/5.0022720.
- [15] Koronkevich VP, Mikhaltsova IA, Churin EG. Lensacon. Appl Opt 1995; 34(25): 5761-5772. doi:10.1364/AO.34.005761.
- [16] Parigger C, Tang Y, Plemmons DH. Spherical aberration effects in lens axicon doublets: theoretical study. Appl Opt 1997; 36(31): 8214-8221. doi:10.1364/AO.36.008214.
- [17] Khonina SN, Kazanskiy NL, Ustinov AV, Volotovskiy SG. The lensacon: nonparaxial effects. J Opt Technol 2011; 78(11): 724-729. doi:10.1364/JOT.78.000724.
- [18] Khonina SN, Kazanskiy NL, Khorin PA, Butt MA. Modern types of axicons: new functions and applications. Sensors 2021; 21(19): 6690. doi:10.3390/s21196690.
- [19] Khonina SN, Kotlyar VV, Soifer VA, Shinkaryev MV, Uspleniev GV. Trochoson. Opt Commun 1992; 91(3-4): 158-162. doi:10.1016/0030-4018(92)90430-Y.

- [20] Zukauskas A, Malinauskas M, Brasselet E. Monolithic generators of pseudo-nondiffracting optical vortex beams at the microscale. *Appl Phys Lett* 2013; 103(18): 181122. doi:10.1063/1.4828662.
- [21] Musigmann M, Jahns J, Bock M, Grunwald R. Refractive-diffractive dispersion compensation for optical vortex beams with ultrashort pulse durations. *Appl Opt* 2014; 53(31): 7304-7311. doi:10.1364/AO.53.007304.
- [22] Sanchez-Padilla B, Žukauskas A, Aleksanyan A, Balčytis A, Malinauskas M, Juodkasis S, Brasselet E. Wrinkled axicons: shaping light from cusps. *Opt Express* 2016; 24(21): 24075-24082. doi:10.1364/OE.24.024075.
- [23] Khonina SN, Krasnov SV, Ustinov AV, Degtyarev SA, Porfirev AP, Kuchmizhak A, Kudryashov SI. Refractive twisted micro-axicons. *Opt Lett* 2020; 45(6): 1334-1337. doi:10.1364/OL.386223.
- [24] Moreno E, Colombier J-P. Axicon lenses with chiral-focusing properties: modeling by means of analytical functions. *Opt Lasers Eng* 2023; 163: 107437. doi:10.1016/j.optlaseng.2022.107437.
- [25] Vasara A, Turunen J, Friberg AT. Realization of general nondiffracting beams with computer-generated holograms. *J Opt Soc Am A* 1989; 6(11): 1748-1754. doi:10.1364/JOSAA.6.001748.
- [26] Cox AJ, Dibble DC. Holographic reproduction of a diffraction-free beam. *Appl Opt* 1991; 30(11): 1330-1332. doi:10.1364/AO.30.001330.
- [27] Paterson C, Smith R. Higher-order Bessel waves produced by axicon-type computer-generated holograms. *Opt Commun* 1996; 124(1-2): 121-130. doi:10.1016/0030-4018(95)00637-0.
- [28] Davis JA, Guertin J, Cottrell DM. Diffraction-free beams generated with programmable spatial light modulators. *Appl Opt* 1993; 32(31): 6368-6370. doi:10.1364/AO.32.006368.
- [29] Davis JA, Carcole E, Cottrell DM. Intensity and phase measurements of nondiffracting beams generated with a magneto-optic spatial light modulator. *Appl Opt* 1996; 35(4): 593-598. doi:10.1364/AO.35.000593.
- [30] Khonina SN, Porfirev AP. 3D transformations of light fields in the focal region implemented by diffractive axicons. *Appl Phys B* 2018; 124(9): 191. doi:10.1007/s00340-018-7060-4.
- [31] Fedotowsky A, Lehovc K. Far field diffraction patterns of circular gratings. *Appl Opt* 1974; 13(11): 2638-2642. doi:10.1364/AO.13.002638.
- [32] Bélanger P-A, Rioux M. Ring pattern of a lens-axicon doublet illuminated by a Gaussian beam. *Appl Opt* 1978; 17(7): 1080-1088. doi:10.1364/AO.17.001080.
- [33] Amidror I. Fourier spectrum of radially periodic images. *J Opt Soc Am A* 1997; 14(4): 816-826. doi:10.1364/JOSAA.14.000816.
- [34] Amidror I. The Fourier-spectrum of circular sine and cosine gratings with arbitrary radial phases. *Opt Commun* 1998; 149(1-3): 127-134. doi:10.1016/S0030-4018(98)80006-0.
- [35] Khonina SN, Porfirev AP, Ustinov AV. Diffractive axicon with tunable fill factor for focal ring splitting. *Proc SPIE* 2017; 10233: 102331P. doi:10.1117/12.2265017.
- [36] Wood RW. Phase-reversal zone-plates and diffraction telescopes. *Lond Edinb Philos Mag J Sci Ser 5* 1898; 45(277): 511-522. doi:10.1080/14786449808621159.
- [37] Rastani K, Marrakchi A, Habiby SF, Hubbard WM, Gilchrist H, Nahory RE. Binary phase Fresnel lenses for generation of two-dimensional beam arrays. *Appl Opt* 1991; 30(11): 1347-1354. doi:10.1364/AO.30.001347.
- [38] Davis JA, Field AM, Cottrell DM. Subharmonic focal-length intensities formed by Fresnel lenses. *Appl Opt* 1994; 33(35): 8194-8196. doi:10.1364/AO.33.008194.
- [39] Khonina SN, Ustinov AV, Skidanov RV, Porfirev AP. Local foci of a parabolic binary diffraction lens. *Appl Opt* 2015; 54(18): 5680-5685. doi:10.1364/AO.54.005680.
- [40] Yu J, Zhou C, Jia W, Hu A, Cao W, Wu J, Wang S. Generation of dipole vortex array using spiral Dammann zone plates. *Appl Opt* 2012; 51(28): 6799-6804. doi:10.1364/AO.51.006799.
- [41] Porfirev AP, Fomchenkov SA, Gridin GE, Khonina SN. Binary diffractive optics for 3D-demultiplexing of OAM beams. *J Phys: Conf Ser* 2018; 1124: 051015. doi:10.1088/1742-6596/1124/5/051015.
- [42] Kazanskiy NL, Khonina SN, Karpeev SV, Porfirev AP. Diffractive optical elements for multiplexing structured laser beams. *Quantum Electron* 2020; 50(7): 629-635. doi:10.1070/QEL17276.
- [43] Niggel L, Lanzl T, Maier M. Properties of Bessel beams generated by periodic gratings of circular symmetry. *J Opt Soc Am A* 1997; 14(1): 27-33. doi:10.1364/JOSAA.14.000027.
- [44] Ustinov AV, Khonina SN. Fraxicon as hybrid element between the parabolic lens and the linear axicon. *Computer Optics* 2014; 38(3): 402-411. doi:10.18287/0134-2452-2014-38-3-402-411.
- [45] Ustinov AV, Khonina SN. Generalized lens: calculation of distribution on the optical axis. *Computer Optics* 2013; 37(3): 307-315. doi:10.18287/0134-2452-2013-37-3-307-315.
- [46] Ustinov AV, Karsakov AV, Khonina SN. Comparative analysis of parabolic lens and axicon in geometric and scalar paraxial optical models. *Vestnik SGAU* 2012; 4(35): 230-239. doi:10.18287/2541-7533-2012-0-4(35)-229-239.
- [47] Fedoruk MV. Asymptotics integral and series [In Russian]. Moscow: Nauka; 1987.
- [48] Goodman JW, Silvestri AM. Some effects of Fourier-domain phase quantization. *IBM J Res Dev* 1970; 14(5): 478-484. doi:10.1147/rd.145.0478.
- [49] Ustinov AV, Porfir'ev AP, Khonina SN. Effect of the fill factor of an annular diffraction grating on the energy distribution in the focal plane. *J Opt Technol* 2017; 84(9): 580-587. doi:10.1364/JOT.84.000580.
- [50] Khonina SN, Ustinov AV, Volotovskiy SG, Ananin MA. Fast calculation algorithms for diffraction of radially-vortical laser fields on the microaperture. *Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences* 2010; 12(1): 15-25.

Сведения об авторах

Устинов Андрей Владимирович, 1968 года рождения, в 1991 году окончил Куйбышевский авиационный институт имени академика С.П. Королёва (КуАИ) по специальности «Прикладная математика». Кандидат

физико-математических наук (2016 год), работает научным сотрудником в Институте систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт». Область научных интересов: дифракционная оптика, разработка программ моделирования работы оптических элементов; обработка изображений, в частности, гидродинамических процессов и биомедицинских изображений. E-mail: andr@ipsiras.ru

Дюкарева Ольга Андреевна, аспирант кафедры технической кибернетики Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королёва, магистр по специальности «Прикладная математика и информатика». E-mail: dukarevaola@gmail.com

Хонина Светлана Николаевна, доктор физико-математических наук, профессор Самарского университета; главный научный сотрудник Института систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт». Область научных интересов: дифракционная оптика, сингулярная оптика, модовые и поляризационные преобразования, оптическое манипулирование, оптическая и цифровая обработка изображений. E-mail: khonina@ipsiras.ru

Поступила в редакцию 30 июля 2025 г. Окончательный вариант – 26 сентября 2025 г.

Analysis of the formation of additional diffraction orders on the optical axis for binary fracxicons

A.V. Ustinov¹, O.A. Dyukareva², S.N. Khonina^{1,2}

¹ Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute", Molodogvardeiskaya Str. 151, Samara, 443001, Russia;

² Samara National Research University, Moskovskoye Shosse 34, Samara, 443086, Russia

Abstract

Binary axisymmetric fracxicons, which are optical elements with different power-law dependence on the radius (which can also be called generalized lenses), are considered. The formation of additional axial diffraction orders associated with binarization and leading to complex interference distributions on the optical axis is studied analytically and numerically. It is shown that the power-law dependence leads to different lengths of the formed axial orders and, accordingly, to different nature of the interference interaction. In particular, with a quadratic dependence (lens), the diffraction orders are very compact, separated from each other and do not lead to interference. With a linear dependence (axicon), on the contrary, the diffraction orders are significantly extended along the optical axis, which leads to significant interference in the overlap regions. Variations of the power dependence allow the formation of distributions intermediate between these two extreme types of elements. Our findings expand the optical toolkit, including that which is required for 3D multiplexing of laser beams

Keywords: axicon, generalized lens, fracxicon, binarization, axial diffraction orders.

Citation: Ustinov AV, Dyukareva OA, Khonina SN. Analysis of the formation of additional diffraction orders on the optical axis for binary fracxicons. *Computer Optics* 2026; 50(3): 1783. DOI: 10.18287/COJ1783.

Acknowledgements: The work was funded under the government project of the National Research Center "Kurchatov Institute".

Author's information

Andrey Vladimirovich Ustinov, (b. 1968) graduated from Kuibyshev Aviation Institute named after academician S.P. Korolyov (KuAI) on a specialty "Applied Mathematics" in 1991. Candidate of Physical and Mathematical Sciences (2016), works as the researcher in the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute". Research interests: diffractive optics; software design for modeling of optical elements operating; images processing, particularly images of hydrodynamic processes and biomedical images. E-mail: andr@ipsiras.ru

Olga Andreevna Dyukareva, postgraduate student of Technical Cybernetics department at Samara University, has a master's degree in Applied Mathematics and Computer Science. E-mail: dukarevaola@gmail.com

Svetlana Nikolaevna Khonina, Doctor of Physical and Mathematical Sciences; Professor of Samara National Research University. Main researcher of the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute". Research interests: diffractive optics, singular optics, mode and polarization transformations, optical manipulating, optical and digital image processing. E-mail: khonina@ipsiras.ru

Received July 30, 2025. The final version – September 26, 2025.
