

Канонический обратный поток энергии при дифракции плоской волны на полуплоскости

А.А. Ковалёв^{1,2}, А.Г. Налимов^{1,2}, А.М. Телегин^{1,2}

¹ ИСОИ, НИЦ «Курчатовский институт», 443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, 443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

В работе показано, что при дифракции плоской волны на непрозрачном экране с прямоугольным краем на любом расстоянии от плоскости экрана вдоль оптической оси в плоскости, параллельной экрану, в прошедшем свете формируется множество полос, параллельных краю экрана, с отрицательным (обратным) каноническим потоком энергии. Причем локальный период следования этих полос уменьшается при удалении от края и первая полоса с обратным каноническим потоком энергии удаляется от края при увеличении расстояния вдоль оптической оси. Показано, что обратный поток формируется в тех областях картины дифракции, где модуляция фазы и интенсивности меньше длины волны, то есть там, где локальный волновой вектор, рассчитанный как градиент фазы, больше волнового вектора падающей волны.

Ключевые слова: линейная поляризация, продольный канонический (орбитальный) поток энергии, дифракция на прямолинейном крае.

Цитирование: Ковалёв, А.А. Канонический обратный поток энергии при дифракции плоской волны на полуплоскости / А.А. Ковалёв, А.Г. Налимов, А.М. Телегин // Компьютерная оптика. – 2026. – Т. 50, № 3. – 1731. – doi: 10.18287/COJ1731.

Citation: Kovalev AA, Nalimov AG, Telegin AM. Canonical energy backflow in diffraction of a plane wave by a half-plane. Computer Optics 2026; 50(3): 1731. doi: 10.18287/COJ1731.

Введение

Начиная с работ Игнатовского [1] и Ричардса и Вольфа [2] в оптике стали задумываться, почему при некоторых условиях вектор Пойнтинга [3] имеет отрицательные значения. Так как вектор Пойнтинга входит в дифференциальный и интегральный законы сохранения энергии [4], то его связывают с потоком энергии. С другой стороны, вектор Пойнтинга определен с точностью до ротора от любой аналитической функции, так как дивергенция от ротора всегда равна нулю [5]. Обратный поток (отрицательные значения вектора Пойнтинга) был обнаружен у векторных пучков Бесселя [6], у других векторных пучков [7–9], в остром фокусе на оптической оси [10, 11]. Но строгое моделирование показало, что этот обратный поток энергии не может перемещать микрочастицу в обратном направлении (оптический трактор) [12, 13]. В работах Бекшаева [14] было показано, что вектор Пойнтинга состоит из суммы двух векторов: орбитального потока энергии (канонический поток энергии) и потока спина. Канонический поток энергии пропорционален интенсивности, умноженной на градиент фазы, то есть направлен по волновому вектору светового поля [15]. А поток спина пропорционален ротору от спинного углового момента, и поэтому не может участвовать в переносе энергии. В работе [16] было показано, что отрицательные значения вектора Пойнтинга в остром фокусе возникают, когда поток спина направлен в обратном направлении оптической оси и больше по модулю, чем прямой канонический поток энергии.

В данной работе рассмотрена 2D-дифракция ТЕ-поляризованной плоской волны на непрозрачном экране с прямолинейным краем [4]. Эта задача имеет аналитическое решение через интегралы Френеля. Поэтому можно аналитически получить выражение для канонического потока энергии и найти параметры, при которых формируется обратный канонический поток энергии. Мы показали, что обратный канонический поток энергии формируется в тех местах картины дифракции, где модуляция интенсивности и фазы из-за дифракции на краю экрана меньше длины волны. В этих местах локальный волновой вектор больше волнового вектора падающей волны. В этом нет ничего странного, так как известно, что у вихревого светового поля вблизи центра вихря (нулевой точки интенсивности) азимутальная проекция волнового вектора может достигать гигантской величины [17–22]. Также в работе показано (для сравнения), что в сечении обычного гауссова пучка на периферии формируется обратный канонический поток энергии, но интенсивность в области обратного потока почти нулевая.

1. Дифракция Френеля на прямолинейном крае

Комплексная амплитуда при скалярной дифракции Френеля плоской монохроматической волны на прямоугольном крае имеет вид [4]:

$$E_y(x, z) = \frac{-ie^{ikz}}{2z} [(C(w) - S(w)) + i(1 + C(w) + S(w))] = \frac{e^{ikz}}{2z} \left(1 + \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}C(w) + \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}S(w) \right), \quad (1)$$

где k – волновое число, координата x в плоскости непрозрачного экрана (экран расположен при $x < 0$, и его край имеет координату $x = 0$), координата z перпендикулярна экрану (плоскость экрана находится при $z = 0$), вдоль координаты y ничего не меняется, E_y – линейная поляризация вдоль координаты y (ТЕ-поляризация), $w = x\sqrt{2/\lambda z}$, λ – длина волны. Интегралы Френеля в (1) имеют вид:

$$C(w) = \int_0^w \cos\left(\frac{\pi t^2}{2}\right) dt, \quad S(w) = \int_0^w \sin\left(\frac{\pi t^2}{2}\right) dt. \quad (2)$$

Хотя амплитуда светового поля получена как дифракция Френеля, выражение (1) можно использовать при любом малом z . Так как при стремлении z к нулю амплитуда поля (1) стремится к постоянному значению, то есть экран закрыл половину плоской волны с постоянной амплитудой, распределение интенсивности светового поля (1) будет иметь вид:

$$I(x, z) = |E_y(x, z)|^2 = \frac{1}{4z^2} [(C(w) - S(w))^2 + (1 + C(w) + S(w))^2] = \frac{1}{2z^2} \left[\left(\frac{1}{2} + C(w)\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + S(w)\right)^2 \right]. \quad (3)$$

Из (3) видно, что картина интенсивности будет иметь одинаковую структуру при любом z и будет только изменяться масштабно и уменьшаться по величине с ростом расстояния z . Так как $C(\infty) = S(\infty) = 1/2$, то из (3) также видно, что при $x \rightarrow \infty$ интенсивность будет стремиться к постоянному значению $I(x \rightarrow \infty, z) = z^{-2}$ при заданном z , а при $x = 0$ интенсивность всегда будет в 4 раза меньше, чем на бесконечности. Уравнение для нахождения экстремумов интенсивности найдем, приравняв производную интенсивности (3) к нулю:

$$\frac{\partial}{\partial w} I(w) = \frac{1}{2z^2} \frac{\partial}{\partial w} \left[\left(\frac{1}{2} + C(w)\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + S(w)\right)^2 \right] = \frac{1}{z^2} \left[\left(\frac{1}{2} + C(w)\right) \cos \frac{\pi w^2}{2} + \left(\frac{1}{2} + S(w)\right) \sin \frac{\pi w^2}{2} \right] = 0. \quad (4)$$

Из (4) получим трансцендентное уравнение для поиска экстремумов интенсивности:

$$\frac{2C(w)+1}{2S(w)+1} = -\operatorname{tg} \frac{\pi w^2}{2}. \quad (5)$$

Значение первого корня уравнения (5) можно приближенно оценить из таких соображений. Слева в (5) будет 1, при условии равенства $C(w) = S(w)$, а они равны примерно при $w = 1,26$ (смотри таблицы интегралов в [23]). А справа в (5) тангенс будет равен -1 при $w = 1,22$. Поэтому координату x_m первого (большого) локального максимума интенсивности можно приближенно найти из выражения:

$$x_m \approx 1,22 \sqrt{\frac{\lambda z}{2}}. \quad (6)$$

2. Канонический поток энергии при дифракции света на прямолинейном крае

Вектор Пойнтинга с точностью до несущественных констант состоит из двух векторов [15], которые описывают орбитальный поток энергии (канонический поток энергии) P_{or} и поток спина P_{sp} :

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_{or} + \mathbf{P}_{sp} = \operatorname{Im}(\mathbf{E}^* \cdot (\nabla) \mathbf{E}) + \frac{1}{2} (\nabla \times \mathbf{S}), \quad \mathbf{S} = \operatorname{Im}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}). \quad (7)$$

Продольную проекцию орбитального потока энергии, согласно (7), будем искать по формуле:

$$P_{or,z} = \operatorname{Im} \left(E_x^* \frac{\partial}{\partial z} E_x + E_y^* \frac{\partial}{\partial z} E_y + E_z^* \frac{\partial}{\partial z} E_z \right). \quad (8)$$

Так как в нашем 2D-случае дифракции с ТЕ-поляризацией остается только одна проекция вектора напряженности электрического поля (1), то подставляем ее в (8), получим:

$$P_{or,z} = \operatorname{Im} \left(E_y^* \frac{\partial}{\partial z} E_y \right) = \frac{1}{2z^3} \left\{ k z \left[\left(\frac{1}{2} + C(w)\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + S(w)\right)^2 \right] - \frac{w}{2} \left[\sin \frac{\pi w^2}{2} \left(\frac{1}{2} + C(w)\right) - \cos \frac{\pi w^2}{2} \left(\frac{1}{2} + S(w)\right) \right] \right\}. \quad (9)$$

Так как в (9) первое слагаемое в квадратных скобках всегда положительное, то отрицательные значения канонического потока энергии могут быть только тогда, когда и второе слагаемое в (9) в квадратных скобках тоже положительное и больше первого слагаемого. Найдем хоть одно значение параметров, входящих в (9), при которых значение выражения (9) отрицательное. Пусть, например, синус равен 1, а косинус нулю, тогда $\pi w^2/2 = \pi/2$, то есть $w = 1$. Отсюда найдем значение координаты x , в которой поток (9) может быть отрицательным:

$$x = \sqrt{\frac{\lambda z}{2}}. \quad (10)$$

Так как картина дифракции плоской волны на прямолинейном крае получается как интерференция прошедшей мимо экрана участка плоской волны и расходящейся от края цилиндрической волны (край становится

источником вторичной волны), то отрицательная проекция волнового вектора на ось z вдали от экрана может быть только при отрицательных значениях z (экран расположен при $z=0$). В этом случае свет края экрана распространяется в обратном направлении оси z . Это не обратный поток, а прямой поток энергии «назад». За экраном (при $z>0$) и плоская волна, и свет от края экрана распространяются в прямом направлении оси z . И если может быть обратный канонический поток энергии при $z>0$, то только из-за поверхностных (или затухающих) волн вблизи плоскости $z=0$. Поэтому выберем $z=\lambda/30$. При этом поперечная координата с учетом (10) будет равна: $x=0,13\lambda$. Значения интегралов Френеля при $w=1$ возьмем из таблиц [23]: $C(w)=0,78$, $S(w)=0,44$. Подставим эти значения в (9), получим отрицательную плотность канонического потока энергии:

$$P_{or,z}(x=0,13\lambda, z=\lambda/30) = \frac{1}{2z^3} \left\{ 0,21 \left[\left(\frac{1}{2} + 0,78 \right)^2 + \left(\frac{1}{2} + 0,44 \right)^2 \right] - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 0,78 \right) \right\} \approx \\ \approx -\frac{0,11}{2z^3} \approx -\frac{1500}{\lambda^3} \approx -10000 \text{ нм}^{-3}. \quad (11)$$

Таких значений координаты x , при которых канонический поток энергии (9) имеет локальный отрицательный экстремум, будет счетное число. Причем при увеличении x будет увеличиваться и w , второе слагаемое в (9) будет все больше превышать по модулю первое слагаемое в квадратных скобках в (9). Действительно, интегралы Френеля при больших $w \gg 1$ стремятся к половине: $C(\infty)=S(\infty)=1/2$, тогда вместо (9) при больших w можно записать:

$$P_{or,z}(x \rightarrow \infty, z) = \frac{1}{2z^3} \left[2kz - \frac{w}{2} \left(\sin\left(\frac{\pi w^2}{2}\right) - \cos\left(\frac{\pi w^2}{2}\right) \right) \right]. \quad (12)$$

Из (12) видно, что при увеличении расстояния от края величина отрицательного потока энергии растет, так как растет $w>0$. Также из (12) следует, что при условии, что синус равен 1, а косинус нулю, то есть в точках с координатами x_m будут находиться локальные минимумы потока энергии (9),

$$x_m = \sqrt{\lambda z \left(2m + \frac{1}{2} \right)}, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \quad (13)$$

если выполняется неравенство:

$$x_m > 4\pi z^{3/2} \sqrt{\frac{2}{\lambda}}. \quad (14)$$

Из (14) видно, что при малых z ($kz \ll 1$) первый локальный отрицательный минимум потока энергии будет находиться вблизи начала координат, $x_m < \lambda$, а при увеличении расстояния z поперечная координата (14), на которой будет первый отрицательный локальный минимум, будет удаляться от края экрана.

3. Распределение продольной проекции волнового вектора

Можно показать, что продольная проекция вектора канонического потока энергии (9) равна произведению интенсивности на производную фазы комплексной амплитуды светового поля (1), то есть:

$$P_{or,z} = |E_y|^2 \frac{\partial}{\partial z} \arg(E_y) = |E_y|^2 \left(k + \frac{w}{2z} \frac{\cos \frac{\pi w^2}{2} \left(\frac{1}{2} + S(w) \right) - \sin \frac{\pi w^2}{2} \left(\frac{1}{2} + C(w) \right)}{\left(\frac{1}{2} + C(w) \right)^2 + \left(\frac{1}{2} + S(w) \right)^2} \right). \quad (15)$$

Производная аргумента функции (1) по продольной координате z в (15) равна продольной проекции волнового вектора. То есть если второе слагаемое в круглых скобках в (15) положительное, то продольная проекция волнового вектора больше модуля этого волнового вектора. А это возможно, если в поле присутствуют поверхностные (затухающие) волны. Если второе слагаемое в круглых скобках в (15) отрицательное и больше по модулю, чем первое слагаемое k , то в этих точках формируется обратный канонический поток энергии. То есть обратный поток энергии формируется в тех областях распределения интенсивности, где локальный период модуляции интенсивности и фазы меньше длины волны. Причем чем меньше локальный период модуляции интенсивности и фазы (то есть фаза субволновая), тем больше по модулю обратный канонический поток энергии. Из (15) видно, что с ростом w или поперечной координаты x будет также расти вклад поверхностных волн локальным волновым вектором больше k и будет увеличиваться величина обратного канонического потока энергии.

4. Обратный канонический поток энергии у гауссова пучка

Чтобы показать, что обратный канонический поток явление универсальное, сравним две, казалось бы, очень разные задачи: дифракцию на краю и распространение параксиального гауссова пучка. Обратный канонический поток энергии имеет место на периферии и у обычного гауссова пучка с линейной поляризацией. Этот канонический обратный поток формируется вдали от оптической оси там, где интенсивность почти нулевая. Комплексная амплитуда гауссова пучка хорошо известна [24]:

$$E_g(r, z) = \frac{1}{q(z)} \exp\left(ikz - \frac{r^2}{w^2 q(z)}\right), \quad q(z) = 1 + i \frac{z}{z_0}. \quad (16)$$

В (16) w – радиус перетяжки гауссова пучка. Продольная проекция вектора канонического потока энергии (8), (15) равна произведению интенсивности пучка (16) на производную фазы по продольной координате:

$$P_{g,z} = |E_g|^2 \frac{\partial}{\partial z} \arg(E_g) = \frac{z_0^2}{z^2 + z_0^2} \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \times \left(k - \frac{z_0}{z^2 + z_0^2} - \frac{2r^2 z_0^2 z}{w^2(z^2 + z_0^2)^2}\right), \quad w^2(z) = w^2 \left(1 + \frac{z^2}{z_0^2}\right), \quad (17)$$

где $z_0 = kw^2/2$ – длина Рэлея. Из (17) следует, что проекция производной фазы гауссова пучка (16) по продольной координате будет отрицательная, если выражение в круглых скобках будет меньше нуля:

$$k - \frac{z_0}{z^2 + z_0^2} - \frac{2r^2 z_0^2 z}{w^2(z^2 + z_0^2)^2} < 0. \quad (18)$$

Условие (18) будет выполняться на расстоянии z от перетяжки, если радиус окружности r будет больше некоторой величины:

$$r > \frac{w}{z_0} \left[\frac{(z^2 + z_0^2)(k(z^2 + z_0^2) - z_0)}{2z} \right]^{1/2}. \quad (19)$$

Упростим выражение (19) для ясности, пусть $z = z_0$, тогда вместо (19) получим:

$$r > kw^2 = 2z_0. \quad (20)$$

Пусть радиус перетяжки гауссова пучка равен наименьшему значению, при котором еще работает параксиальное приближение [25]: $w = 2\lambda$. Тогда поперечная координата r , начиная с которой в сечении гауссова пучка будет иметь место обратный канонический поток, будет равна выражению: $r > 8\pi\lambda = 8,9w(z_0)$. Это выражение показывает, что радиус, с которого начинается обратный поток, почти в 9 раз больше, чем радиус перетяжки гауссова пучка на расстоянии Рэлея.

5. Дифракция на краю экрана: непараксиальное рассмотрение

Рассмотрим для сравнения непараксиальное распространение света после непрозрачного экрана с прямолинейным краем. Комплексная амплитуда света в 2D-случае будет описываться с помощью разложения по спектру плоских двумерных волн:

$$E_{np}(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\xi) \exp(ikz\sqrt{1 - \xi^2} + ikx\xi) d\xi, \quad (21)$$

где $A(\xi)$ – амплитуда спектра плоских волн, ξ – безразмерная величина. Для нахождения амплитуды $A(\xi)$ выполним обратное преобразование Фурье от начальной комплексной амплитуды светового поля:

$$A(\xi) = \frac{1}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} E(x, z=0) \exp(-ikx\xi) dx, \quad (22)$$

где амплитуда начального поля в (22), для случая непрозрачного экрана равна функции Хевисайда:

$$E(x, z=0) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases} \quad (23)$$

Подставляя (23) в (22), получим амплитуду спектра плоских волн для 2D непрозрачного экрана:

$$A(\xi) = \frac{1}{\lambda} \int_0^{\infty} \exp(-ikx\xi) dx = \frac{\delta(\xi)}{2} - \frac{i}{2\pi\xi}, \quad (24)$$

где $\delta(\xi)$ – дельта-функция Дирака. Подставляя (24) в (21), окончательно получим непараксиальное описание 2D-дифракции на прямолинейном крае:

$$E_{np}(x, z) = \frac{1}{2} e^{ikz} - \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(ikz\sqrt{1 - \xi^2} + ikx\xi)}{\xi} d\xi. \quad (25)$$

В (25) интеграл в пределах $-\infty < \xi < -1$ и $1 < \xi < \infty$ описывает вклад в световое поле затухающих волн, которые будут заметны при $z < \lambda$. При этом продольная проекция волнового вектора затухающей волны будет больше волнового вектора падающей волны:

$$k_z = k\sqrt{\xi^2 - 1} > k, \quad |\xi| > \sqrt{2}. \quad (26)$$

Поэтому вблизи начальной плоскости ($z=0$) следует ожидать отрицательные значения продольной проекции канонического потока энергии. Подставляя (25) в (8) и считая, что амплитуда (25) является линейно поляризованной ТЕ-волной с вектором поляризации вдоль координаты y , в (8) останется только одно слагаемое. Найдем выражение для продольной проекции канонического потока непараксиальной дифракции на краю плоской ТЕ-волны в начальной плоскости ($z=0$):

$$\begin{aligned}
P_{or,z} &= \operatorname{Im} \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-ikx\xi}}{\xi} d\xi \right) \times \left(\frac{ik}{2} + \frac{k}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{1-\xi^2} \frac{e^{ikx\xi}}{\xi} d\xi \right) = \\
&= \frac{k}{4} \left(1 + \frac{2}{\pi} \int_0^1 \sqrt{1-\xi^2} \frac{\sin(kx\xi)}{\xi} d\xi + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin(kx\xi)}{\xi} d\xi + \right. \\
&\quad \left. + \frac{4}{\pi^2} \int_0^1 \sqrt{1-\xi^2} \frac{\sin(kx\xi)}{\xi} d\xi \int_0^{\infty} \frac{\sin(kx\xi)}{\xi} d\xi \right) = \frac{k}{4} (1 + kx) \left(1 + \frac{2}{\pi} \int_0^1 \sqrt{1-\xi^2} \frac{\sin(kx\xi)}{\xi} d\xi \right).
\end{aligned} \quad (27)$$

В (27) последний интеграл меньше, чем $\pi kx/2$, так как подынтегральная функция $\sin(kx\xi)/\xi$ умножается на функцию $\sqrt{1-\xi^2}$ меньше 1 и так как интегральный синус без этой функции равен:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin(kx\xi)}{\xi} d\xi = \frac{\pi kx}{2}. \quad (28)$$

Поэтому при отрицательных поперечных координатах x , которые удовлетворяют условию $x < -1/k$, продольный канонический поток (27) будет отрицательный. Конечно, отрицательный поток не будет иметь место до минус бесконечности, а до той координаты $x < 0$, при которой последний интеграл в (27) становится отрицательным. В этом случае край оборванного плоского фронта становится источником цилиндрической волны, которая, распространяясь от края плоской волны вдоль начальной плоскости, формирует световое поле с волновым вектором, направленным в обратном направлении к оптической оси.

6. Результаты моделирования

На рис. 1 показаны 2D-распределения интенсивности (3) (а, в) и продольной составляющей канонического потока энергии (8) (б, г) в плоскости (x, y) и их сечения на расстояниях $z = \lambda/30$ (а, б) и $z = 2\lambda$ (в, г). Длина волны $\lambda = 532$ нм. Интенсивность рассчитывалась по формуле (3), а поток рассчитывался по общей формуле (8).

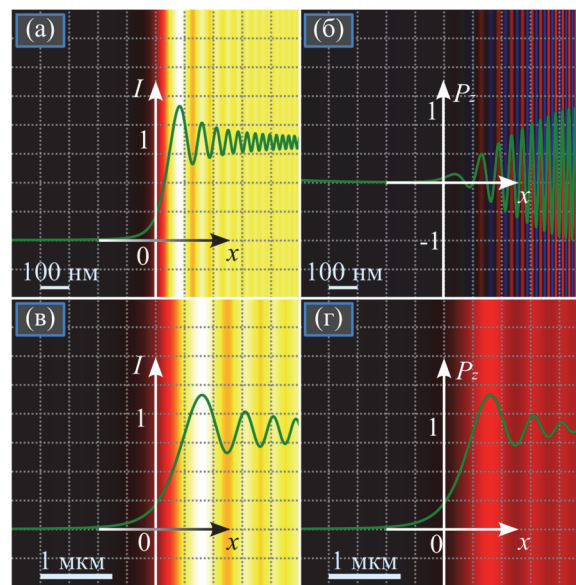


Рис. 1. Двумерные распределения интенсивности (3) (а, в) и продольной составляющей канонического потока энергии (8) (б, г) в плоскости (x, y) и их сечения на расстояниях $z = \lambda/30$ (а, б) и $z = 2\lambda$ (в, г)

Из рис. 1а, в видно, что интенсивность согласуется с формулой (3). При уменьшении расстояния z модуляция интенсивности в светлой области становится чаще. Причем при расстоянии z много меньше длины волны период колебаний интенсивности также меньше длины волны. Например, на рис. 1а на длине волны укладываются примерно 13 полупериодов модуляции интенсивности. На рис. 1б видно, что при малом z отрицательные значения канонического потока энергии начинаются почти сразу (на расстоянии 100 нм от края) и величина локальных отрицательных минимумов увеличивается по модулю с ростом поперечной координаты x , а локальный период их повторения уменьшается. При увеличении $z = 2\lambda$ на рис. 1в интенсивность по величине уменьшается из-за того, что картина интенсивности расходится (дифрагирует). Локальный период модуляции интенсивности увеличивается. На рис. 1г не видно обратного потока энергии, но он есть и появляется при больших значениях w или x согласно (10). Обратный канонический поток будет иметь место при любых z , но возникать он будет все дальше от прямолинейного края на расстояниях x , пропорциональных $\sqrt{\lambda z}$.

На рис. 2 показано распределение канонического потока вблизи начальной плоскости (в полутонах), а стрелками показано распределение волновых векторов (длина векторов одинаковая для наглядности).

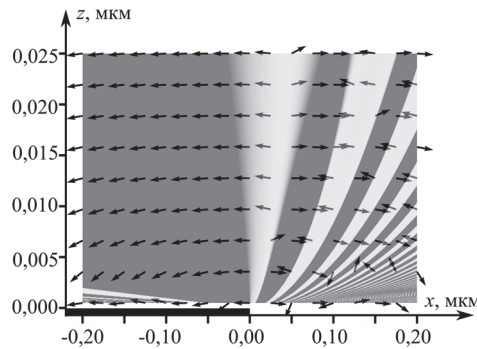


Рис. 2. Распределение канонического потока интенсивности в плоскости xz (показано в полутонах). Все вектора потока нормированы на единицу. Тёмные и светлые области означают отрицательный и положительный продольный канонический поток энергии. Чёрная линия в левой нижней части – это непрозрачный экран

Из рис. 2 видно, что имеется большая область отрицательного потока в полуплоскости $x < 0$ сразу за экраном. Но сам поток энергии в этой области почти нулевой (стрелки почти параллельны оси x). В правой полуплоскости, $x > 0$, возникают чередующиеся области с отрицательным и положительным продольным потоком (стрелки волновых векторов наклонены в прямом и обратном направлении оси z).

На рис. 3 и 4 показаны результаты моделирования дифракции 3D плоской полуволны FDTD-методом. Параметры моделирования: $\lambda = 532$ нм, сетка отсчетов – $\lambda/30$ по всем трем координатам, расчетная область – 10×10 мкм, плоская падающая волна с поляризацией E_y . Плоскость наблюдения (первый монитор) расположена в границах $-2 < x < 0$ мкм, $-2,5 < y < 2,5$ мкм, x, y – поперечные координаты, $z = 0$ – начальная плоскость. Источник плоской волны расположен в границах $0 < x < 8$ мкм, $-5,5 < y < 5,5$ мкм, $z = 0$. Второй монитор для взятия производной по z расположен в тех же границах по осям x, y и на расстоянии шага сетки $\lambda/30$ по оси z от первого монитора. Во всех плоскостях вокруг области расчета расположены PML-области с идеальным поглощением, ширина PML-областей – 0,5 мкм. На рис. 3 показана интенсивность $|E|^2$, на рис. 4 – продольная проекция канонического потока энергии, которая рассчитывалась по формуле:

$$P_{or} = \sum_{p=x,y,z} \text{Im}(E_p^* \nabla E_p). \quad (29)$$

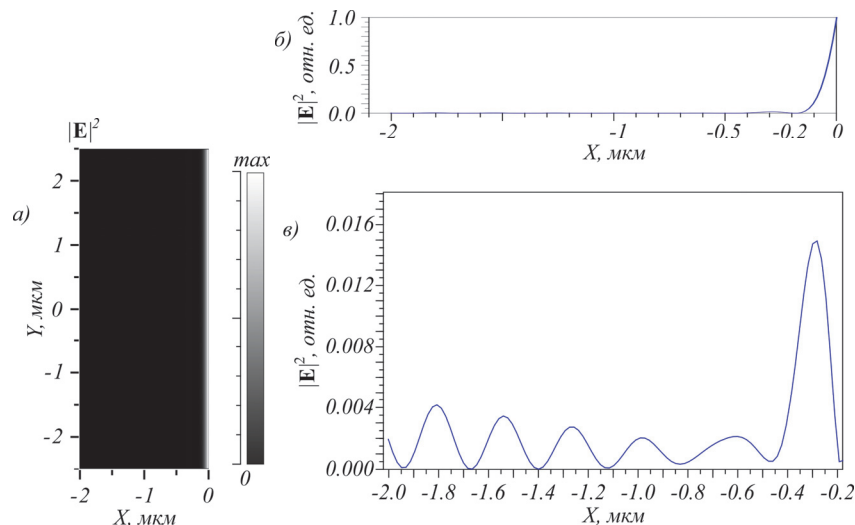


Рис. 3. 2D-распределение интенсивности в полутонах в относительных единицах в области тени (а) и ее сечение вдоль оси x при $y = 0$ (б) и его увеличенный вид (в)

Из рис. 3 видно, что в области тени имеют место лепестки интенсивности с периодом примерно 300 нм (меньше длины волны) и величина интенсивности в локальных максимумах меньше 1% от интенсивности падающей волны (от единицы). На рис. 4 показаны 2D-распределение продольной координаты канонического потока энергии в области тени в тех же размерах, что и интенсивность на рис. 3, и его сечение по оси x . Из рис. 4 видно, что в области тени (то есть при отрицательных значениях поперечной координаты x) имеет место обратный канонический поток энергии. Причем примерный период его модуляции такой же, как и период модуляции интенсивности на рис. 3в. Величина обратного потока, то есть наклон волнового вектора в отрицательную сторону оси z , небольшая. Результаты на рис. 4 подтверждают выводы теории, что при отрицательных значениях поперечной координаты (в области тени) будет обратный канонический поток энергии (27).

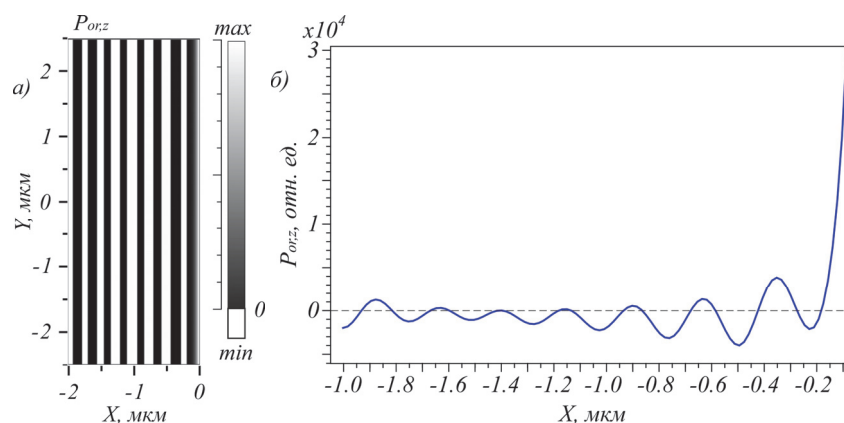


Рис. 4. 2D-распределение канонического потока энергии в области тени (а) и его сечение вдоль оси x при $y = 0$ (б)

Заключение

В работе получено аналитическое выражение (9) для продольной проекции канонического потока энергии света с ТЕ-поляризацией после прохождения светом непрозрачного экрана с прямолинейным краем, заполняющим полупространство. Из полученного выражения следует, что на любом расстоянии от экрана вдоль оптической оси в плоскости, параллельной экрану, формируется картина дифракции, у которой имеется множество полос, параллельных краю, на которых канонический поток энергии отрицательный. То есть в этих местах имеет место обратный канонический поток энергии. Так как в выражении для потока (9) есть сомножитель в виде производной фазы поля по продольной координате (15), то это означает, что волновой вектор поля направлен в обратном направлении к направлению оптической оси. Также из (15) следует, что обратный канонический поток энергии возникает в тех областях, где локальный период модуляции интенсивности и фазы меньше длины волны. В этих местах локальное волновое число больше, чем волновое число падающего поля, аналогично поверхностным (затухающим) волнам. В таких местах свет как бы проходит через субволновую неперiodическую решетку. При этом возникают поверхностные волны и обратные волны, то есть волны, у которых волновой вектор направлен в обратную сторону. В непараксиальном случае также имеет место канонический обратный поток энергии при отрицательных поперечных координатах в начальной плоскости там, где не было начальной волны. Мы показали это теоретически и с помощью строгого моделирования FDTD-методом при распространении половины плоской ТЕ-волны.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 26-12-00117 (в части теории) и в рамках Государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» (в части моделирования).

References

- [1] Ignatovsky VS. Diffraction by a lens having arbitrary opening. Trans Opt Inst Petrograd 1919; 1: 4-36.
- [2] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system. Proc R Soc Lond A 1959; 253: 358-379.
- [3] Poynting JH. On the transfer of energy in the electromagnetic field. Philos Trans R Soc Lond 1884; 175: 343-361. doi:10.1098/rstl.1884.0016.
- [4] Born M, Wolf E. Principles of optics [in Russian translation: Основы оптики]. Moscow: Nauka; 1973. 720 p.
- [5] Bliokh KY, Ostrovskaya EA, Alonso MA, Rodríguez-Herrera OG, Lara D, Dainty C. Spin-to-orbital angular momentum conversion in focusing, scattering, and imaging systems. Opt Express 2011; 19(27): 26132-26149.
- [6] Novitsky AV, Novitsky DV. Negative propagation of vector Bessel beams. J Opt Soc Am A 2007; 24(10): 2844-2851.
- [7] Salem MA, Bagci H. Energy flow characteristics of vector X-wave. Opt Express 2011; 19(9): 8526-8537.
- [8] Rondón-Ojeda I, Soto-Eguibar F. Properties of the Poynting vector for invariant beams: negative propagation in Weber beams. Wave Motion 2018; 78: 176-186.
- [9] Vaveliuk P, Martínez-Matos O. Negative propagation effect in nonparaxial Airy beams. Opt Express 2012; 20(24): 26913-26920.
- [10] Kotlyar VV, Stafeev SS, Nalimov AG. Energy backflow in the focus of a light beam with phase or polarization singularity. Phys Rev A 2019; 99(3): 033840. doi:10.1103/PhysRevA.99.033840.
- [11] Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG. Energy density and energy flux in the focus of an optical vortex: reverse flux of light energy. Opt Lett 2018; 43(12): 2921-2924. doi:10.1364/OL.43.002921.
- [12] Berry MV. Optical currents. J Opt A Pure Appl Opt 2009; 11(9): 094001.
- [13] Bekshaev AY. Subwavelength particles in an inhomogeneous light field: optical forces associated with the spin and orbital energy flows. J Opt 2013; 15(4): 044004.
- [14] Bekshaev AY, Soskin MS. Transverse energy flows in vectorial fields of paraxial beams with singularities. Opt Commun 2007; 271(2): 332-348.
- [15] Ghosh B, Daniel A, Gorzkowski B, Bekshaev AY, Lapkiewicz R, Bliokh KY. Canonical and Poynting currents in propagation and diffraction of structured light: tutorial. J Opt Soc Am B 2024; 41(5): 1276-1289.

- [16] Kotlyar VV, Stafeev SS. Orbital and spin energy flows in tight focus. *Optik* 2021; 245: 167703. doi:10.1016/j.ijleo.2021.167703.
- [17] Zheludev NI, Yuan G. Optical superoscillation technologies beyond the diffraction limit. *Nat Rev Phys* 2022; 4(1): 16-32. doi:10.1038/s42254-021-00382-7.
- [18] Aharonov Y, Albert DZ, Vaidman L. How the result of a measurement of a component of the spin of a spin-1/2 particle can turn out to be 100. *Phys Rev Lett* 1988; 60(14): 1351-1354. doi:10.1103/PhysRevLett.60.1351.
- [19] Berry MV. A note on superoscillations associated with Bessel beams. *J Opt* 2013; 15(4): 044006. doi:10.1088/2040-8978/15/4/044006.
- [20] Berry MV, Dennis MR. Natural superoscillations in monochromatic waves in D dimensions. *J Phys A Math Theor* 2009; 42(2): 022003. doi:10.1088/1751-8113/42/2/022003.
- [21] Chen G, Wen ZQ, Qiu CW. Superoscillation: from physics to optical applications. *Light Sci Appl* 2019; 8: 56. doi:10.1038/s41377-019-0163-9.
- [22] Rogers ETF, Zheludev NI. Optical super-oscillations: sub-wavelength light focusing and super-resolution imaging. *J Opt* 2013; 15(9): 094008. doi:10.1088/2040-8978/15/9/094008.
- [23] Abramowitz M, Stegun IA, eds. Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables [in Russian translation: Справочник по специальным функциям]. Moscow: Nauka; 1979. 830 p.
- [24] Allen L, Beijersbergen MW, Spreeuw RJC, Woerdman JP. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes. *Phys Rev A* 1992; 45(11): 8185-8189. doi:10.1103/PhysRevA.45.8185.
- [25] Agrawal GP, Pattanayak DN. Gaussian beam propagation beyond the paraxial approximation. *J Opt Soc Am* 1979; 69(4): 575-578.

Сведения об авторах

Ковалёв Алексей Андреевич, 1979 года рождения, в 2002 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (ныне Самарский университет) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2012 год), работает ведущим научным сотрудником лаборатории лазерных измерений ИСОИ, НИЦ Курчатовский институт. В списке научных работ более 300 статей. Область научных интересов: математическая теория дифракции, фотонно-кристаллические устройства. E-mail: alanko@ipsiras.ru ORCID: 0000-0002-0488-4267

Налимов Антон Геннадьевич, 1980 года рождения, окончил Самарский государственный аэрокосмический университет в феврале 2003 года по специальности «Физика». Окончил очную аспирантуру по специальности 01.04.05 «Оптика» в 2006 году. Работает на кафедре технической кибернетики в Самарском университете в должности доцента, в ИСОИ, НИЦ «Курчатовский институт» в должности старшего научного сотрудника. Кандидат физико-математических наук, соавтор 260 работ и 4 патентов. E-mail: anton@ipsiras.ru

Телегин Алексей Михайлович, в 2009 году окончил СГАУ с дипломом по специальности «Радиотехника», в 2012 году защитил диссертацию, к.ф.-м.н., доцент кафедры конструирования и технологии электронных систем и устройств Самарского университета, с.н.с. института космического приборостроения Самарского университета. Область научных интересов: космическое приборостроение. E-mail: talex85@mail.ru

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 03 июня 2026 г. Окончательный вариант – 26 июня 2026 г.

Canonical energy backflow in diffraction of a plane wave by a half-plane

A.A. Kovalev^{1,2}, A.G. Nalimov^{1,2}, A.M. Telegin^{1,2}

¹Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute", Molodogvardeyskaya Str. 151, Samara, 443001, Russia;

²Samara National Research University, Moskovskoye Shosse 34, Samara, 443086, Russia

Abstract

In this work, we show that during diffraction of a plane wave by an opaque screen with a rectangular edge, a set of light strips parallel to the screen edge are formed by a negative (reverse) canonical energy flux in the transmitted light. This result is observed at any distance from the screen plane along the optical axis in planes parallel to the screen. Moreover, the local period of these strips decreases with distance from the edge, and the first strip with a reverse canonical energy flux moves away from the edge with an increase in the distance along the optical axis. The reverse flow is shown to be formed in the diffraction pattern regions where the phase and intensity modulation is less than the wavelength. So, it is observed where the local wave vector expressed through the phase gradient is greater than the wave vector of the incident wave.

Keywords: linear polarization, longitudinal canonical (orbital) energy flux, diffraction on a half plane.

Citation: Kovalev AA, Nalimov AG, Telegin AM. Canonical energy backflow in diffraction of a plane wave by a half-plane. *Computer Optics* 2026; 50(3): 1731. doi: 10.18287/COJ1731.

Acknowledgements: The work was partly funded by the Russian Science Foundation under grant #26-12-00117 (Theoretical analysis) and NRC "Kurchatov Institute" within the government project (Numerical simulation).

Author's information

Alexey Andreevich Kovalev (b. 1979), graduated (2002) from Samara National Research University, majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths degree in 2012. He is a leading researcher of Laser Measurements laboratory at IPSI, NRC Kurchatov Institute. He is a co-author of more than 300 scientific papers. His current research interests are mathematical diffraction theory and photonic crystal devices. E-mail: alanko@ipsiras.ru
ORCID: 0000-0002-0488-4267

Anton Gennadyevich Nalimov (b. 1980), graduated from Samara State Aerospace University in February, 2003. Finished postgraduate study in 2006 with speciality 01.04.05 "Optics". A.G. Nalimov works on Technical Cybernetics department in Samara National Research University as an associate professor, works as a senior scientist in the Image Processing Systems Institute, NRC Kurchatov Institute, Samara, Russia. Candidate in Physics and Mathematics, coauthor of 260 papers and 4 inventions. E-mail: anton@ipsiras.ru

Aleksey Mikhailovich Telegin, in 2009 graduated from Samara State Aerospace University with a degree in "Radio Engineering", in 2012 he defended his thesis, Ph.D., associate professor of the Designing and Technology of Electronic Systems and Devices department, Samara University, senior researcher of Institute of Space Device Engineering, Samara University. Research interests: space instrumentation. E-mail: talex85@mail.ru

Received June 03, 2026. The final version – June 26, 2026.
