Совпадение продольных компонент векторов Пойнтинга и канонического потока энергии в остром фокусе оптического вихря с азимутальной поляризацией

В.В. Котляр [1,2], С.С. Стафеев [1,2], Е.В. Телегина [1]
[1] Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, 443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34;
[2] Институт систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт», 443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151

Аннотация

В работе теоретически показано, что в остром фокусе оптического вихря с азимутальной поляризацией продольная компонента вектора Пойнтинга совпадает с продольной компонентой вектора канонического потока энергии. Это происходит потому, что у оптического вихря с азимутальной поляризацией при распространении и фокусировке нет продольной компоненты вектора напряженности электрического поля и поэтому нет продольной компоненты вектора потока спина. Численно показано, что в самой плоскости фокуса и вблизи нее имеются субволновые области, в которых продольная компонента канонического потока энергии отрицательная, то есть в этих областях имеет место обратный поток энергии. В этих областях с обратным потоком энергии волновой вектор направлен в обратном направлении по отношению к направлению распространения света. Обратный поток энергии возникает на кольцах, где интенсивность равна нулю. Вблизи колец с нулевой интенсивностью продольная проекция локального волнового вектора достигает больших значений (больше волнового числа).

Ключевые слова: острая фокусировка, вектор Пойнтинга, поток энергии, канонический поток, азимутальная поляризация, оптический вихрь.

Цитирование: **Котляр, В.В.** Совпадение продольных компонент векторов Пойнтинга и канонического потока энергии в остром фокусе оптического вихря с азимутальной поляризацией / В.В. Котляр, С.С. Стафеев, Е.В. Телегина // Компьютерная оптика. – 2026. – Т. 50, № 5. – 1855. – doi: 10.18287/COJ1855.

Citation: Kotlyar VV, Stafeev SS, Telegina EV. Coincidence of the longitudinal components of the Poynting vector and the canonical energy flow in the sharp focus of an optical vortex with azimuthal polarization. Computer Optics 2026; 50(5): 1855. doi: 10.18287/COJ1855.

Введение

В современной оптике имеются вопросы, ответы на которые до конца пока не понятны. Например, как понимать отрицательные значения продольной проекции вектора Пойнтинга? В работе Б. Ричардса и Э. Вольфа [1] 1959 года показано, что в плоскости острого фокуса для начального светового поля с линейной поляризацией имеют место отрицательные значения продольной компоненты вектора Пойнтинга. Максимальное отрицательное значение вектора Пойнтинга составляло около 1 % от максимального положительного значения. Авторы [1] назвали поведение света в области отрицательных значений вектора Пойнтинга обратным потоком энергии. Сомнения в том, что отрицательные значения продольной компоненты вектора Пойнтинга всегда указывают на обратный поток энергии, возникли после работы А. Бекшаева и М. Соскина 2007 года [2]. В [2] показано, что вектор Пойнтинга является суммой двух векторов: вектора орбитального потока энергии (канонического потока энергии) и потока спина. Вектор орбитального потока энергии для скалярного светового поля пропорционален плотности энергии света (интенсивности), умноженной на градиент фазы. Поток спина пропорционален ротору от вектора спинового углового момента. То есть вектор Пойнтинга имеет спиновую составляющую, которая не переносит энергии. Это следует из того, что в дифференциальный закон сохранения энергии входит дивергенция от вектора Пойнтинга, а дивергенция от ротора любой функции равна нулю. Поэтому если у векторного светового поля имеется спин, например, области с круговой или эллиптической поляризацией, то отрицательные значения вектора Пойнтинга нельзя считать проявлением обратного потока энергии. У света с начальной линейной поляризацией, как в работе [1], в остром фокусе возникают все три компоненты вектора напряженности электрического поля, которые дают ненулевой вклад в продольную проекцию вектора потока спина. И поэтому нельзя отождествлять вектор Пойнтинга с каноническим потоком энергии. Известны работы, в которых были найдены отрицательные значения вектора Пойнтинга в остром фокусе для других типов векторных полей [3 – 5]. Также отрицательные значения продольной компоненты вектора Пойнтинга были найдены у некоторых непараксиальных векторных пучков [6, 7]. Но так как у рассмотренных векторных полей в фокусе и векторных пучков в [3 – 7] были все три проекции электрического

вектора, то нельзя отождествлять отрицательные значения вектора Пойнтинга с обратным потоком энергии. Другое дело непараксиальные 2D световые поля. У таких световых полей с ТЕ-поляризацией при распространении имеется всего одна компонента электрического вектора, и поэтому продольная проекция вектора Пойнтинга совпадает с продольной компонентой канонического потока энергии. Поэтому у 2D непараксиальных световых полей были найдены обратные канонические потоки энергии [8 – 10]. В [11] также показано наличие обратного потока вблизи фокуса с эффектом суперосцилляций для 2D светового поля, прошедшего суперлинзу. Но и для некоторых 3D векторных полей вектор Пойнтинга может совпадать с вектором канонического потока энергии. Такое совпадение будет, например, у световых полей, у которых нет продольной компоненты электрического вектора. Один тип таких векторных полей, у которых нет продольной компоненты электрического вектора, рассмотрен в данной работе.

В данной работе мы показали теоретически, что в остром фокусе оптического вихря с произвольным целым топологическим зарядом и с азимутальной поляризацией продольные компоненты векторов Пойнтинга и канонического потока энергии совпадают. Поэтому найденные в работе области отрицательных значений вектора Пойнтинга в виде колец с центром на оптической оси для оптических вихрей с азимутальной поляризацией можно отождествить с областями обратного потока энергии. В этих областях продольная компонента волнового вектора отрицательная и направлена против оптической оси.

1. Вектор Пойнтинга и вектор канонического потока энергии в остром фокусе

Рассмотрим острую фокусировку с помощью апланатической системы (идеальной сферической линзы) оптического вихря с топологическим зарядом n и с азимутальной поляризацией. Вектор Джонса такого светового поля в начальной плоскости будет иметь вид:

$$\mathbf{E} = A(\theta)e^{in\psi}\begin{pmatrix}-\sin\psi\\ \cos\psi\end{pmatrix}. \tag{1}$$

В (1) ψ — азимутальный угол в сечении пучка, $A(\theta)$ — амплитуда света, зависящая только от радиальной переменной r, которая связана с полярным углом наклона к оптической оси θ выражением $r = f\sin\theta$, f – фокусное расстояние сферической линзы. Световое поле в остром фокусе апланатической системы в дальнейшем будем описывать в рамках теории Ричардса–Вольфа [1]. Геометрия решаемой задачи показана на рис. 1. В работе [12] получены выражения для проекций вектора напряженности электрического поля в остром фокусе оптического вихря с азимутальной поляризацией:

$$\begin{aligned}
&E_x = -\tfrac{1}{2}i^{n-1}\left[e^{i(n+1)\varphi}\left(I_{0,n+1} + e^{-i2\varphi}I_{2,n-1}\right) + e^{i(n-1)\varphi}\left(I_{0,n-1} + e^{i2\varphi}I_{2,n+1}\right)\right],\\
&E_y = \tfrac{1}{2}i^{n}\left[e^{i(n+1)\varphi}\left(I_{0,n+1} - e^{-i2\varphi}I_{2,n-1}\right) - e^{i(n-1)\varphi}\left(I_{0,n-1} - e^{i2\varphi}I_{2,n+1}\right)\right],\\
&E_z = 0.
\end{aligned} \tag{2}$$

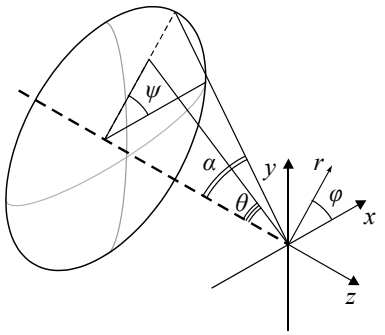


Рис. 1. Геометрия решаемой задачи

Из (2) видно, что оптический вихрь с азимутальной поляризацией в плоскости острого фокуса имеет только поперечные составляющие электрического вектора и не имеет продольной составляющей. Эта особенность будет использована в дальнейшем. Вектор Пойнтинга

$$\mathbf{P} = \tfrac{1}{c}Re(\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}), \tag{3}$$

где $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ – вектора напряженности электрического и магнитного световых полей, c – скорость света в вакууме, $\times$– знак векторного умножения, Re – действительная часть, * – комплексное сопряжение, является суммой двух векторов [13]: вектора орбитального потока энергии (канонический поток энергии) $\mathbf{P}_{or}$ и потока спина $\mathbf{P}_{sp}$:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_{or} + \mathbf{P}_{sp} = \tfrac{1}{\omega}\mathrm{Im}(\mathbf{E}^* \cdot (\nabla)\mathbf{E}) + \tfrac{1}{2}(\nabla \times \mathbf{S}),\ \ \mathbf{S} = \tfrac{1}{\omega}\mathrm{Im}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}). \tag{4}$$

В (4) $\mathbf{S}$ – вектор спинового углового момента (СУМ), ω – циклическая частота света. Поперечные проекции вектора СУМ в (4) имеют вид:

$$S_x = \frac{2}{\omega}\mathrm{Im}\left(E_y^* E_z\right),\ \ S_y = \frac{2}{\omega}\mathrm{Im}(E_z^* E_x). \tag{5}$$

Из (5) видно, что поперечные проекции вектора СУМ в фокусе содержат продольную проекцию E_z, которая для светового поля (1) равна нулю (2). Поэтому и сами поперечные проекции СУМ равны нулю. И продольная проекция ротора от вектора СУМ также будет равна нулю:

$$(\nabla \times \mathbf{S})_z = \frac{\partial S_y}{\partial x} - \frac{\partial S_x}{\partial y} = 0. \tag{6}$$

Это означает, что для векторных световых полей, у которых в фокусе нет продольной проекции электрического вектора, также в фокусе нет и продольной проекции потока спина $P_{sp,z} = 0$. Поэтому для таких векторных световых полей продольные компоненты векторов Пойнтинга P_z (3) и канонического потока энергии $P_{or,z}$ будут совпадать. Покажем это более подробно. Проекция канонического потока энергии на продольную ось, как следует из (4), будет иметь вид:

$$P_{or,z} = \frac{1}{\omega}\mathrm{Im}\left(E_x^* \frac{\partial}{\partial z}E_x + E_y^* \frac{\partial}{\partial z}E_y + E_z^* \frac{\partial}{\partial z}E_z\right). \tag{7}$$

Подставим в (7) выражения из (2), получим:

$$P_{or,z}(r) = \frac{k}{2\omega}\left[\left(I_{0,n-1} + I_{2,n-1}\right)\left(\bar{I}_{0,n-1} + \bar{I}_{2,n-1}\right) + \left(I_{0,n+1} + I_{2,n+1}\right)\left(\bar{I}_{0,n+1} + \bar{I}_{2,n+1}\right)\right]. \tag{8}$$

где интегралы $I_{\nu,\mu}$ и $\bar{I}_{\nu,\mu}$ немного отличаются друг от друга и имеют вид:

$$I_{\nu,\mu} = 2kf\int_0^\alpha \sin^{\nu+1}\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos^{3-\nu}\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos^{1/2}(\theta)A(\theta)e^{ikz\cos\theta}J_\mu(kr\sin\theta)d\theta. \tag{9}$$

$$\bar{I}_{\nu,\mu} = 2kf\int_0^\alpha \sin^{\nu+1}\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos^{3-\nu}\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos^{3/2}(\theta)A(\theta)e^{ikz\cos\theta}J_\mu(kr\sin\theta)d\theta. \tag{10}$$

В (9) и (10) $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число монохроматического света с длиной волны λ, α – максимальный угол наклона θ лучей к оптической оси, определяющий числовую апертуру апланатической линзы $\mathrm{NA} = \sin\alpha$, $J_\mu(\xi)$ – функция Бесселя первого рода μ-го порядка. Из (9) и (10) видно, что интегралы зависят только от радиальной переменной r. Поэтому распределение канонического потока энергии (8) имеет круговую симметрию. Продольная проекция вектора Пойнтинга (3) в фокусе векторного поля (1) имеет вид [12]:

$$P_z(r) = \frac{1}{2c}\left[\left(I_{0,n-1} + I_{2,n-1}\right)\left(I_{0,n-1} - I_{2,n-1}\right) + \left(I_{0,n+1} + I_{2,n+1}\right)\left(I_{0,n+1} - I_{2,n+1}\right)\right]. \tag{11}$$

В (11) входят только интегралы (9). Из сравнения (8) и (11) видно: чтобы доказать, что выражения (8) и (11) равны, надо доказать, что выполняются следующие соотношения:

$$\begin{aligned} I_{0,n-1} - I_{2,n-1} &= \bar{I}_{0,n-1} + \bar{I}_{2,n-1}. \\ I_{0,n+1} - I_{2,n+1} &= \bar{I}_{0,n+1} + \bar{I}_{2,n+1}. \end{aligned} \tag{12}$$

Второй индекс у интегралов (9) и (10) равен порядку функции Бесселя. В первом выражении в (12) второй индекс одинаковый у всех интегралов и равен n-1, а во втором выражении в (12) у всех интегралов второй индекс также одинаковый. Поэтому вместо справедливости двух выражений в (12) докажем справедливость более общего выражения с произвольным вторым индексом:

$$I_{0,\mu} - I_{2,\mu} = \bar{I}_{0,\mu} + \bar{I}_{2,\mu}. \tag{13}$$

Используя явный вид интегралов (9) и (10), вместо (13) получим:

$$\begin{aligned} &2kf\int_0^\alpha \left[\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos^3\left(\frac{\theta}{2}\right) - \sin^3\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]\cos^{\frac{1}{2}}(\theta)A(\theta)e^{ikz\cos\theta}J_\mu(kr\sin\theta)d\theta = \\ &= kf\int_0^\alpha (\sin\theta\cos\theta)\cos^{\frac{3}{2}}(\theta)A(\theta)e^{ikz\cos\theta}J_\mu(kr\sin\theta)d\theta = \\ &= 2kf\int_0^\alpha \left[\sin^3\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos^3\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]\cos^{\frac{3}{2}}(\theta)A(\theta)e^{ikz\cos\theta}J_\mu(kr\sin\theta)d\theta. \end{aligned} \tag{14}$$

Продольную компоненту канонического потока энергии (8) для светового поля только с поперечными составляющими (2) можно записать в более понятном виде:

$$P_{or,z} = \frac{1}{\omega}|E_x|^2\frac{\partial}{\partial z}(\arg E_x) + \frac{1}{\omega}\left|E_y\right|^2\frac{\partial}{\partial z}\left(\arg E_y\right). \tag{15}$$

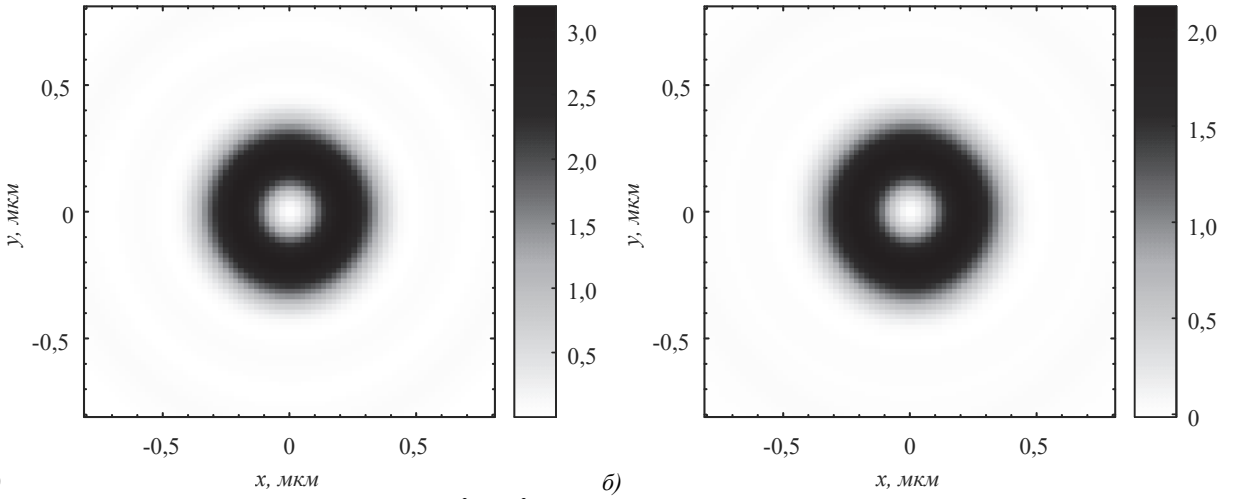
То есть продольный поток энергии пропорционален распределениям интенсивностей и производным фаз по продольной координате z каждой составляющей электрического вектора. В тех точках плоскости фокуса, где производные фаз отрицательные, возникает обратный поток энергии. Продольные производные фаз равны проекциям волновых векторов [14]:

$$k_{x,z} = \frac{\partial}{\partial z}(\arg E_x),\ k_{y,z} = \frac{\partial}{\partial z}(\arg E_y). \quad (16)$$

Поэтому обратный поток энергии в фокусе означает, что в этой части плоскости фокуса волновой вектор направлен в обратную сторону, так как имеет отрицательную проекцию на оптическую ось.

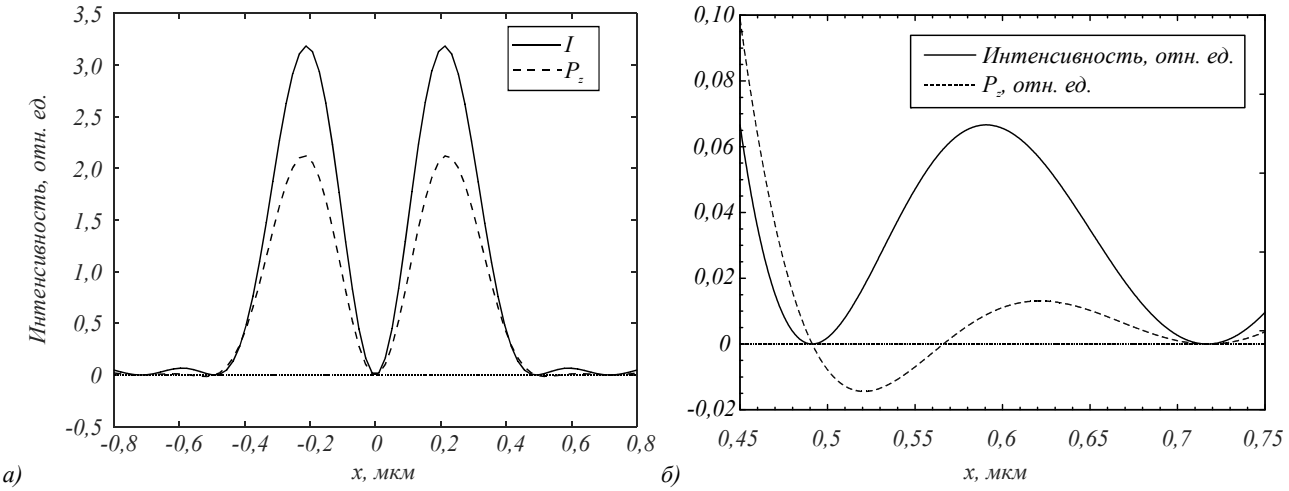
2. Результаты моделирования

С помощью формул Ричардса–Вольфа моделировалась фокусировка азимутально поляризованного векторного пучка с длиной волны 532 нм. Волновой фронт фокусируемой волны считался плоским. Числовая апертура NA = 0,95, длина волны λ = 532 нм. На рис. 2 и 3 показаны результаты фокусировки апланатическим объективом плоской волны (n = 0) с азимутальной поляризацией.



а) *б)*

Рис. 2. Распределение интенсивности $I = |E_x|^2+|E_y|^2$ (а) и продольной компонента вектора Пойнтинга P_z в плоскости фокуса пучка (1) с азимутальной поляризацией (n = 0)



а) *б)*

Рис. 3. Радиальные сечения интенсивности (сплошная кривая) и продольной компоненты вектора Пойнтинга (пунктирная кривая) из рис. 2 в фокусе (а) и увеличенная часть этих сечений вблизи зоны обратного потока энергии (вблизи двух первых нулей интенсивности) в плоскости фокуса (б)

Из рис. 2 видно, что картина интенсивности и потока энергии похожи друг на друга и имеют круговую симметрию. А из рис. 3 видно, обратный поток небольшой (примерно 1 % от максимального прямого потока) и возникает он вблизи нуля интенсивности. Обратный поток возникает не только в плоскости фокуса, но и вблизи нее. На рис. 4 показано продольное распределение проекции вектора Пойнтинга P_z в плоскости yz вблизи фокуса в интервале примерно $-2\lambda < z < 2\lambda$ для начального поля (1) при n = 0 (без вихря) (а) и распределение знаков: белый цвет – поток энергии положительный, черный цвет – поток энергии отрицательный (*б*). Из рис. 4 видно, что обратный поток (черный цвет) возникает не только в плоскости фокуса при z = 0, но и на оптической оси на расстояниях почти двух длин волн до и после плоскости фокуса. Аналогичные картины продольной проекции вектора Пойнтинга в плоскости yz и области с обратным потоком энергии (б) показаны на рис. 5 при n = 2 и на рис. 6 при n = 3. Из рис. 5 и 6 видно, что для вихревых пучков в плоскости фокуса обратного потока нет, но зато увеличивается приосевая область обратного потока энергии до и после фокуса.

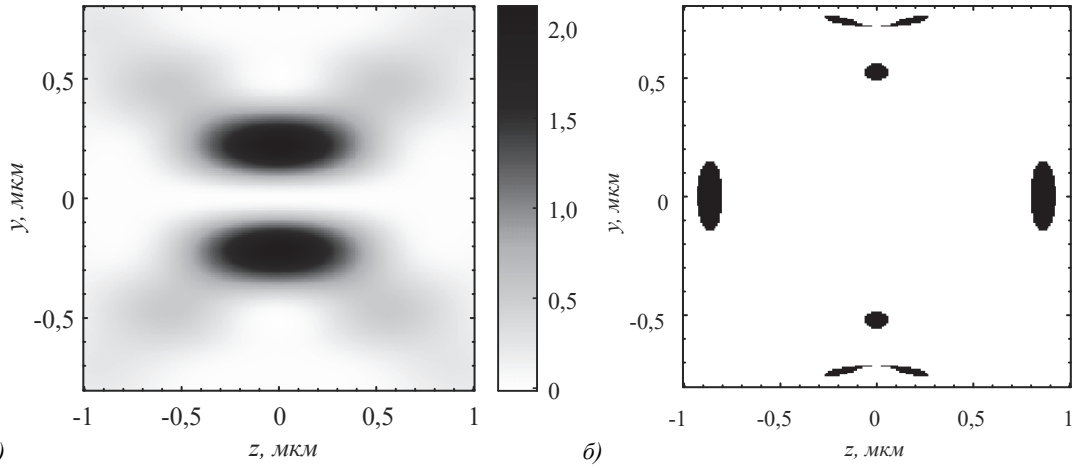


Рис. 4. Распределение продольной проекции вектора Пойнтинга в плоскости yz (а) и положительный (белый цвет) и отрицательный (черный цвет) знаки продольной проекции вектора Пойнтинга (б) для начального поля (1) при n = 0

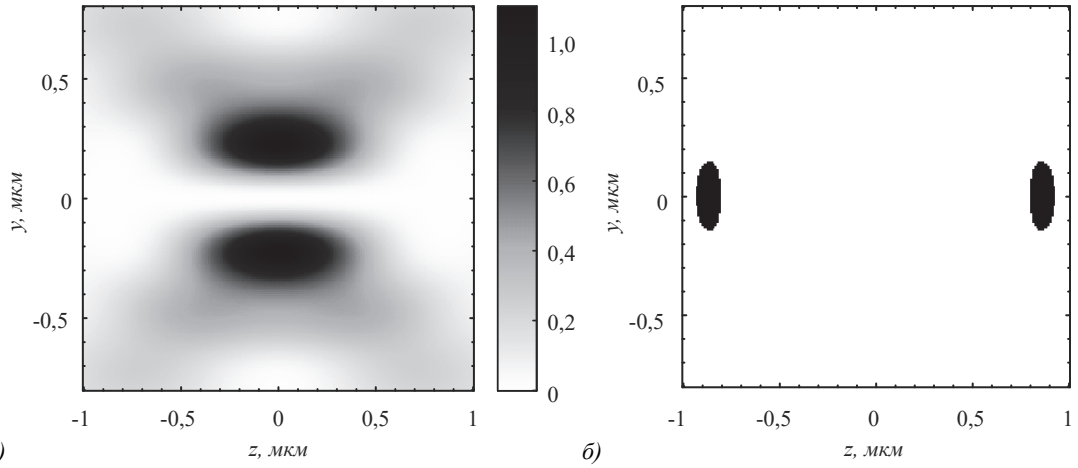


Рис. 5. Распределение продольной проекции вектора Пойнтинга в плоскости yz (а) и положительный (белый цвет) и отрицательный (черный цвет) знаки продольной проекции вектора Пойнтинга (б) для начального поля (1) при n = 2

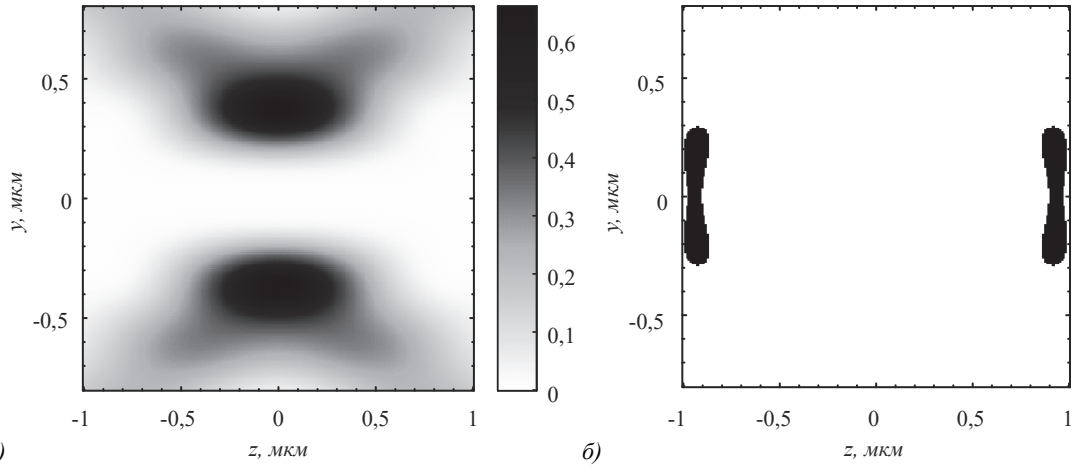


Рис. 6. Распределение продольной проекции вектора Пойнтинга в плоскости yz (а) и положительный (белый цвет) и отрицательный (черный цвет) знаки продольной проекции вектора Пойнтинга (б) для начального поля (1) при n=3

3. Обсуждение результатов

Из рис. 3*б* видно, что обратный поток в плоскости фокуса для поля с азимутальной поляризацией и без вихря возникает на окружности с радиусом, при котором интенсивность равна нулю. Это согласуется с теорией. В [12] получено выражение для распределения интенсивности в плоскости фокуса для оптического вихря с азимутальной поляризацией:

$$I(r) = \frac{1}{2}\left[\left(I_{0,n-1} + I_{2,n-1}\right)^2 + \left(I_{0,n+1} + I_{2,n+1}\right)^2\right]. \quad (17)$$

При отсутствии оптического вихря ($n = 0$) выражение для интенсивности (17) упрощается:

$$I(r) = \frac{1}{2}\left(I_{0,1} + I_{2,1}\right)^2. \tag{18}$$

Также упрощается при отсутствии оптического вихря и выражение для потока энергии (11):

$$P_z(r) = \frac{1}{c}\left(I_{0,1}^2 - I_{2,1}^2\right). \tag{19}$$

Из сравнения (18) и (19) видно, что интенсивность равна нулю на радиусе r_1, когда два интеграла в (18) равны по модулю и имеют разные знаки: $I_{0,1} = -I_{2,1}$. На этом радиусе r_1 также будет равен нулю и поток энергии (19). Из (19) также видно, что обратный поток энергии наблюдается на кольцах, радиусы которых удовлетворяют неравенству: $r_1 < r < r_2$. Наибольший из двух радиусов в этом неравенстве r_2, как видно из (19), определяется равенством $I_{0,1} = I_{2,1}$, при котором поток энергии равен нулю: $P_z(r_2) = 0$. Интересно, что при меньшем радиусе r_1 и интенсивность, и поток энергии равны нулю, а при большем радиусе r_2 равен нулю только поток энергии (19), а интенсивность (18) не равна нулю. Это означает, что на радиусе r_2 поток энергии является поперечным (у волнового вектора нет продольной проекции). Далее представим поток энергии (19) для азимутального поля через интенсивность и производную фазы по z азимутальной составляющей поля (2). При $n = 0$ вместо (2) получим:

$$\begin{aligned} E_x &= -\sin\varphi\left(I_{0,1} + I_{2,1}\right), \\ E_y &= \cos\varphi\left(I_{0,1} + I_{2,1}\right). \end{aligned} \tag{20}$$

В полярных координатах вместо (20) получим:

$$\begin{aligned} E_r &= 0, \\ E_\varphi &= I_{0,1} + I_{2,1}. \end{aligned} \tag{21}$$

Из (21) видно, что в фокусе поля (1) с азимутальной поляризацией и без вихря имеется только одна проекция электрического вектора (азимутальная), поэтому поток энергии (19) можно записать в виде:

$$P_z(r) = \frac{1}{c}\left(I_{0,1} + I_{2,1}\right)\left(I_{0,1} - I_{2,1}\right) = \frac{1}{c}\left(I_{0,1} + I_{2,1}\right)^2 \frac{\left(I_{0,1} - I_{2,1}\right)}{I_{0,1} + I_{2,1}} = I\,\frac{\partial}{\partial z}\left(\arg E_\varphi\right). \tag{22}$$

Из (22) видно, что проекция волнового вектора на ось z в плоскости фокуса поля с азимутальной поляризацией определяется выражением:

$$k_z = \frac{\partial}{\partial z}\left(\arg E_\varphi\right) = \frac{\left(I_{0,1} - I_{2,1}\right)}{c\left(I_{0,1} + I_{2,1}\right)}. \tag{23}$$

Из (23) видно, что при условии $I_{0,1} = -I_{2,1}$ знаменатель в (23) на радиусе r_1 стремится к бесконечности, причем при $r < r_1$ проекция волнового вектора на ось z стремится к плюс бесконечности, а при $r > r_1$ проекция волнового вектора стремится к минус бесконечности. Но так как на радиусе r_1 интенсивность равна нулю, то волновой вектор k_z хоть и большой (гигантский), но конечный. Когда волновой вектор светового поля становится по модулю больше, чем волновое число света $k = 2\pi/\lambda$, то в этой области в плоскости фокуса реализуется эффект суперосцилляций [15]. На радиусе r_2, где имеет место равенство $I_{0,1} = I_{2,1}$, числитель дроби в (23) равен нулю, и, значит, равна нулю продольная проекция волнового вектора. На этом радиусе заканчивается обратный поток, и продольная проекция волнового вектора становится положительной. Заметим, что для возникновения обратного потока через плоскость фокуса для оптических вихрей ($n > 0$) требуется, чтобы были кольца с нулевой интенсивностью. Но из (17) следует, что для этого требуется одновременное выполнение сразу двух равенств: $I_{0,n-1} = -I_{2,n-1}$, $I_{0,n+1} = -I_{2,n+1}$. Но одновременное выполнение на одном кольце этих двух равенств невозможно. Поэтому на рис. 5*б* и рис. 6*б* нет обратных потоков в плоскости фокуса. А есть только обратные потоки энергии вблизи оптической оси до и после фокуса.

Заключение

В работе были получены следующие результаты. С помощью формализма Ричардса–Вольфа, адекватно описывающего свет вблизи фокуса оптический системы с высокой числовой апертурой, получены аналитические выражения для продольных компонент векторов Пойнтинга и канонического потока энергии в фокусе оптического вихря с азимутальной поляризацией. Показано теоретически, что они равны. Показано также, что у света с азимутальной поляризацией без оптического вихря вблизи колец в плоскости фокуса, на которых интенсивность равна нулю, возникает обратный поток энергии. Вблизи колец с нулевой интенсивностью продольная проекция волнового вектора достигает гигантских значений и меняет знак при переходе через кольцо с нулевой интенсивностью. Также впервые был обнаружен канонический обратный поток вблизи оптической оси до и после фокуса (рис. 4 – 6). Ранее на оптической оси в фокусе были обнаружены только отрицательные значения продольной компоненты вектора Пойнтинга [3].

Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 26-12-00117 (в части теории) и в рамках Государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» (в части моделирования)

References

[1] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system. Proceedings of the Royal Society A 1959; 253(1274): 358-379. DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
[2] Bekshaev AY, Soskin MS. Transverse energy flows in vectorial fields of paraxial beams with singularities. Optics Communications 2007; 271(2): 332-348. DOI: 10.1016/j.optcom.2006.10.057.
[3] Kotlyar VV, Stafeev SS, Nalimov AG. Energy backflow in the focus of a light beam with phase or polarization singularity. Physical Review A 2019; 99(3): 033840. DOI: 10.1103/PhysRevA.99.033840.
[4] Li H, Wang C, Tang M, Li X. Controlled negative energy flow in the focus of a radial polarized optical beam. Optics Express 2020; 28(13): 18607-18615. DOI: 10.1364/OE.391398.
[5] Lu W, Zhou J, Zhang Y, Shi P, Yuan X, Min C. Controllable three-dimensional helical energy backflow in an optical focusing field. Optics Letters 2024; 49(21): 6009-6012. DOI: 10.1364/OL.542533.
[6] Novitsky AV, Novitsky DV. Negative propagation of vector Bessel beams. Journal of the Optical Society of America A 2007; 24(9): 2844-2849. DOI: 10.1364/JOSAA.24.002844.
[7] Salem MA, Bağcı H. Energy flow characteristics of vector X-waves. Optics Express 2011; 19(9): 8526-8532. DOI: 10.1364/OE.19.008526.
[8] Vaveliuk P, Martinez-Matos O. Negative propagation effect in nonparaxial Airy beams. Optics Express 2012; 20(24): 26913-26921. DOI: 10.1364/OE.20.026913.
[9] Besieris IM, Saari P. Energy backflow in unidirectional spatiotemporally localized wave packets. Physical Review A 2023; 107(3): 033502. DOI: 10.1103/PhysRevA.107.033502.
[10] Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG, Telegin AM. Backward canonical energy flow in the near field of three non-paraxial 2D beams. Journal of the Optical Society of America A 2025; 42(9): 1396-1402. DOI: 10.1364/JOSAA.572399.
[11] Zheludev NI, Yuan G. Optical superoscillation technologies beyond the diffraction limit. Nature Reviews Physics 2022; 4(1): 16-32. DOI: 10.1038/s42254-021-00382-7.
[12] Kotlyar VV, Stafeev SS, Kovalev AA. Reverse and toroidal flux of light fields with both phase and polarization higher-order singularities in the sharp focus area. Optics Express 2019; 27(12): 16689-16702. DOI: 10.1364/OE.27.016689.
[13] Ghosh B, Daniel A, Gorzkowski B, Bekshaev AY, Lapkiewicz R, Bliokh KY. Canonical and Poynting currents in propagation and diffraction of structured light: Tutorial. Journal of the Optical Society of America B 2024; 41(6): 1276-1288. DOI: 10.1364/JOSAB.522393.
[14] Berry MV. Optical currents. Journal of Optics A: Pure and Applied Optics 2009; 11(9): 094001. DOI: 10.1088/1464-4258/11/9/094001.
[15] Berry MV, Popescu S. Evolution of quantum superoscillations and optical superresolution without evanescent waves. Journal of Physics A: Mathematical and General 2006; 39(22): 6965-6977. DOI: 10.1088/0305-4470/39/22/011.

Сведения об авторах

Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений Отделения «Институт систем обработки изображений – Самара» Курчатовского комплекса кристаллографии и фотоники федерального государственного бюджетного учреждения «Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт"» и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета. В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств. E-mail: *kotlyar@ipsiras.ru*

Стафеев Сергей Сергеевич, 1985 года рождения. В 2009 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладные математика и физика». Доктор физико-математических наук с 2023 года. Старший научный сотрудник лаборатории лазерных измерений Отделения «Институт систем обработки изображений – Самара» Курчатовского комплекса кристаллографии и фотоники федерального государственного бюджетного учреждения «Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт"». Область научных интересов: дифракционная оптика, неоднородная поляризация, острая фокусировка. E-mail: *sergey.stafeev@gmail.com* ORCID: 0000-0002-7008-8007

Телегина Екатерина Викторовна, аспирантка кафедры производства летательных аппаратов и управления качеством в машиностроении Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева. E-mail: *talex85@mail.ru*

Поступила в редакцию 05 июня 2026 г. *Окончательный вариант – 01 июля 2026 г.*

Coincidence of the longitudinal components of the Poynting vector and the canonical energy in the sharp focus of an optical vortex with azimuthal polarization

V.V. Kotlyar[1,2], S.S. Stafeev [1,2], E.V. Telegina [1,2]
[1] Samara National Research University, Moskovskoye Shosse 34, Samara, 443086, Russia;
[2] Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute",
Molodogvardeiskaya Str. 151, Samara, 443001, Russia

Abstract

This paper theoretically demonstrates that, at the sharp focus of an azimuthally polarized optical vortex, the longitudinal component of the Poynting vector coincides with the longitudinal component of the canonical energy flux vector. This occurs because, during propagation and focusing, an azimuthally polarized optical vortex has no longitudinal component of the electric-field vector and, therefore, no longitudinal component of the spin flux vector. It is numerically demonstrated that, in and near the focal plane, there are subwavelength regions characterized by the negative longitudinal component of the canonical energy flux, suggesting that a reverse energy flow occurs in these regions. In these regions with reverse energy flow, the wave vector is directed oppositely to the direction of light propagation. The reverse energy flow occurs at the rings of zero intensity. Near the zero-intensity rings, the longitudinal projection of the local wave vector reaches large values (more than wavenumber).

Keywords: tight focusing, Poynting vector, energy flow, canonical flow, azimuthal polarization, optical vortex.

Citation: Kotlyar VV, Stafeev SS, Telegina EV. Coincidence of the longitudinal components of the Poynting vector and the canonical energy flow in the sharp focus of an optical vortex with azimuthal polarization. Computer Optics 2026; 50(5): 1855. doi: 10.18287/COJ1855.

Acknowledgements: This work was funded by the Russian Science Foundation under project No. 26-12-00117 (theoretical part) and the RF Ministry of Science and Higher Education under a government project of FSRC "Crystallography and Photonics" RAS (numerical simulation).

About authors

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute" and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is coauthor of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices. E-mail: *kotlyar@ipsiras.ru*.

Sergey S. Stafeev (b. 1985) received Master's degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State Aerospace University (2009). He received his PhD in 2012. He is researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute". Scientific interests: diffractive optics, non-uniform polarization, tight focusing. E-mail: *sergey.stafeev@gmail.com* ORCID: 0000-0002-7008-8007.

Ekaterina V. Telegina is postgraduate student at the Department of Aircraft Production and Quality Management in Mechanical Engineering at Samara National Research University named after Academician S.P. Korolyov. Email: *talex85@mail.ru*

Received June 05, 2026. The final version – July 01, 2026.