

В.А.Данилов, К.А.Кулькин, И.Н.Сисакян

ФОКУСАТОРЫ В ФИГУРЫ, СОСТАВЛЕННЫЕ ИЗ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КРИВЫХ.

Введение

В общей постановке задача фокусировки состоит в создании в заданной области пространства заданного распределения интенсивности. Появление лазеров радикально изменило представление "о возможном и невозможном в оптике" и позволило поставить принципиально новые задачи фокусировки, решение которых необходимо для самых разных областей науки, техники, технологии и медицины. Лазерные методы обработки материалов все шире применяются в технологии машиностроения. Закалку плоских деталей целесообразно производить лучом, сфокусированным в линию, что позволяет значительно повысить однородность закаливаемой поверхности [1]. В заданную совокупность линий необходимо сфокусировать излучение в лазерной хирургии (офтальмологии) [2], где существует категория критических случаев, требующих одномоментного воздействия со строго определенной пространственной конфигурацией.

Элементы классической оптики - линзы, цилиндрические линзы и зеркала, телескопы - не позволяют получить сложные фокальные области. Аксиконы фокусируют излучение в отрезок, расположенный на оптической оси. Аксиконная фокусировка требуется для бесконтактного измерения профиля поверхности [3,4], получения сплошных лазерных искр [5-7], оптических систем звукозаписи [8], радиолокации объектов, находящихся в ближней зоне антенны [9]. Конические аксиконы, а также телескоп, состоящий из двух аксиконов - "телеаксикон" [4], не позволяют получить требуемое распределение интенсивности вдоль фокального отрезка.

Теоретически обратная задача - расчет формы поверхности оптического элемента, создающего заданное распределение интенсивности сфокусированного излучения вдоль оптической оси, рассмотрена в [10]. Однако создать такую гладкую поверхность возможно в радиодиапазоне, но пока невозможно в видимом и инфракрасном диапазонах. В случае

фокусировки монохроматического излучения гладкую поверхность можно заменить на кучно-гладкую, решающую ту же задачу. Для аксиконной фокусировки в [11-13] предложено создавать элементы в виде обобщенных профилированных зонных пластинок (названных фокусаторами, киноформными аксиконами и аксилинзами соответственно), действие которых обусловлено микрорельефом сложной формы, нанесенным на плоскую поверхность. При этом для изготовления микрорельефа можно применять стандартную технологию фотолитографии [14]. Элементы данного типа могут создать любое заданное распределение интенсивности вдоль осевого отрезка.

Получить заданное распределение интенсивности вдоль произвольной кривой, находящейся в фокальной области, позволяют фокусаторы, предложенные в [15-17]. Под фокальной плоскостью понимается плоскость, перпендикулярная оптической оси. В случае фокусатора, работающего на отражение, оптической осью служит луч, отраженный от центра оптического элемента, а фокусным расстоянием называется расстояние между центром фокусатора и фокальной плоскостью.

Следующим шагом в решении задачи фокусировки является фокусировка в кривые, не лежащие в фокальной плоскости или на оптической оси, и в пространственные кривые. Такая задача возникает при термообработке цилиндрической поверхности и резке стеклянных цилиндров, где требуется фокусировка в дугу окружности, центр которой расположен на оптической оси, а сама дуга - в плоскости, содержащей оптическую ось. В совокупность таких дуг в виде разъятого в середине "креста" необходимо сфокусировать излучение для операции передней радиальной кератотомии (хирургического способа лечения близорукости), которая требует нанесения протяженных разрезов на роговице глаза. Поверхность роговицы глаза приближенно можно считать сферой с радиусом 7,7мм.

Другой задачей, требующей пространственной фокусировки, является закалка угло-

вой поверхности, образованной двумя полуплоскостями. Закалка сканированием линии в два прохода по каждой из плоских поверхностей в отдельности приводит к отпуску металла в вершине угла - зоне стыка двух "дорожек упрочнения", т.е. в основном месте обрабатываемой детали. Избежать этого можно, сфокусировав излучение в "угол" - фигуру, составленную двумя отрезками с общим концом. Расположив этот угол в плоскости, содержащей оптическую ось (см.рис.1), можно обработать рассматриваемую поверхность за один проход.

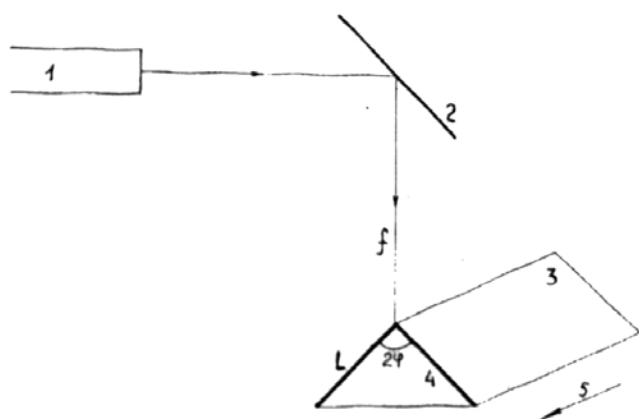


Рис.1. Лазерная закалка выпуклой угловой поверхности с помощью фокусатора. 1 - лазер, 2 - фокусатор, 3 - закаливаемая поверхность, 4 - фокальный угол (2ϕ - величина угла, L - длина сторон, f - фокусное расстояние), 5 - направление движения детали.

Существует три типа синтезированных на компьютере элементов, создающих волновые поля со сложной пространственной структурой: киноформы [18], цифровые голограммы [19] и фокусаторы. В [20] сообщается о создании киноформа, фокусирующего излучение Nd:YAG - лазера ($\lambda=1.06\mu$) в четыре отрезка - стороны квадрата. Однако киноформы создают изображение, состоящее из совокупности дискретных точек дифракционного размера, расположенных в одной плоскости, параллельной плоскости киноформа. Киноформы принципиально не позволяют получить непрерывное изображение. Хотя киноформы и имеют один дифракционный порядок, в который попадает 78-90% излучения, оставшиеся 10-22% создают фон, который сужает области применения киноформов. Причем наличие фона связано не со способом изготовления киноформов, который может быть улучшен, а с методами их расчета, т.е. принципиально неустраним. Киноформы предназначены для фокусировки лишь при нормальном падении освещающего пучка на элемент, а создание киноформов для CO_2 -лазера, выдерживающих большие плотности мощности, затруднено

из-за их мелкой структуры и относительно большой глубины рельефа. В [21-22] сообщается о создании цифровых голограмм, фокусирующих излучение в пространственную кривую и в трехмерный объект, состоящий из отрезков прямой. Эти элементы не создают заданное распределение интенсивности вдоль кривых, введение которого потребует принципиально изменить методику расчета. Кроме того, цифровые голограммы имеют низкую энергетическую эффективность. Преимуществами фокусаторов являются высокая энергетическая эффективность - теоретически до 100% - и относительно большие размеры зон, позволяющие создать фокусаторы, выдерживающие излучение технологических CO_2 -лазеров.

1. Методы расчета фокусаторов

Расчет фокусатора - это расчет формы зон и высоты рельефа в каждой зоне. Задача расчета фокусаторов является обратной задачей синтеза оптических элементов. Для ее решения необходимо:

- 1) Построить математическую модель рассматриваемой задачи.
- 2) Определить, существует ли решение в рамках данной математической модели. При этом могут рассматриваться как точные, так и приближенные решения.
- 3) В случае существования решения построить эффективный алгоритм его расчета с заданной точностью.
- 4) Определить, позволяют ли возможности современной технологии создать рассчитанный элемент с заданной точностью. Выбрать технологию изготовления элемента.
- 5) Преобразовать данные о высоте микрорельефа и форме зон оптического элемента к требуемому виду, например, к формату входных данных генератора изображений типа Photomation P-1700, установки фотолитографии, электронно-лучевой литографии или станка с числовым программным управлением.

Вопрос единственности решения носит второстепенный характер. В случае существования нескольких решений может быть выбрано одно из них по каким-либо дополнительным критериям.

Исходными данными для определения высоты микрорельефа и формы зон фокусатора, занимающего область G в плоскости $z=0$ с координатами u, v , являются форма фокальной кривой, распределение интенсивности сфокусированного излучения вдоль нее $I(\theta)$ (θ - натуральный параметр \mathcal{L} , $0 \leq \theta \leq L$, где L - длина кривой \mathcal{L}) и распределение интенсивности

падающего на элемент излучения $J(u, v)$, где $(u, v) \in G$. Фокусное расстояние, диаметр фокусатора и угол падения излучения на фокусатор или входят в начальные условия, или являются свободными параметрами задачи.

Рассмотрим задачу фокусировки в фигуры, составленные из пространственных кривых, в рамках геометрической оптики. Необходимо найти поле, все лучи которого проходят через данную фигуру, создавая на ней требуемое распределение интенсивности. В геометрооптическом приближении решение поставленной задачи сводится к решению сложной геометрической задачи, а именно, расчета семейства слоев в области G . Система лучей, выходящих из области G и проходящих через заданную кривую, определяет отображение области G на эту кривую $\mathcal{F}: G \rightarrow \mathcal{L}$, $\theta = \theta(u, v)$. А именно, точка $(u, v) \in G$ отображается в эту точку $M(\theta)$, в которую приходит луч, выходящий из точки (u, v) . (Через $M(\theta)$ обозначаем точку на кривой L , соответствующую значению натурального параметра.) Слоем называется кривая в плоскости фокусатора, все точки которой отображаются в одну точку фокальной кривой, т.е. обозначив через $\Gamma(\theta)$ слой, отображающийся в точку $M(\theta)$, имеем $\Gamma(\theta) = \mathcal{F}^{-1}(M(\theta))$.

В работах, посвященных аксиконной фокусировке, использовались два варианта определения интенсивности на осевом отрезке. Первый - как интегральная величина - поток энергии в лучевой трубке, приходящийся на единицу длины фокального отрезка. Второй - как локальная величина - квадрат амплитуды поля на самой фокальной линии, рассчитываемая обычно при помощи интеграла Кирхгофа. В точках фокального отрезка интеграл Кирхгофа может быть рассчитан методом стационарной фазы, однако получение равномерной асимптотики поля в окрестности фокального отрезка представляет значительную трудность. Для задач лазерной термообработки целесообразно использовать интегральное определение интенсивности, данное в [15] для фокусаторов в кривую, расположенную в фокальной плоскости. При таком определении интенсивности для существования решения задачи должен выполняться закон сохранения энергии

$$\int_{\mathcal{L}} I(\theta) d\theta = \iint_G J(u, v) dudv.$$
 При локальном определении интенсивности условия на функцию $I(\theta)$, выполнение которых необходимо для существования решения задачи, неизвестны.

Задание интегральной интенсивности на фокальной кривой и интенсивности освещающего пучка в области G однозначно определяет

семейство слоев. Для существования гладкого решения в области G , т.е. огибающая построенного семейства слоев лежала вне области G . Под гладким решением понимаем такое поле, эйконал которого - гладкая однозначная функция в области G . Поставленная задача может решаться как в классе гладких, так и в классе кусочно-гладких функций. В общем случае слои - кривые второго порядка, и построение семейства слоев и его огибающей представляет значительные вычислительные трудности. В двух случаях структура семейства слоев существенно упрощается. Если фокальный отрезок перпендикулярен плоскости фокусатора (при нормальном падении излучения на круглый фокусатор и фокальном отрезке, расположенном на оптической оси, имеем аксикон), то слои - концентрические окружности. Если кривая расположена в фокальной плоскости и фокусное расстояние значительно больше диаметра фокусатора и длины фокальной кривой, то с приемлемой точностью слои можно аппроксимировать отрезками прямых (параксиальное приближение). В этом приближении задача фокусировки рассматривалась в [17]. В случае пространственной кривой необходимо рассматривать слои как кривые второго порядка и исследовать варианты расположения слоя в области G . Так, если область G - круг или эллипс (в случае наклонного падения излучения на элемент), то слой может иметь от 0 до 4 точек пересечения с границей области G . В [23] развита непараксиальная геометрическая модель рассматриваемой задачи, в рамках которой решена задача фокусировки в отрезок, составляющий произвольный угол с оптической осью, обобщающая аксиконную фокусировку и фокусировку в отрезок, расположенный в фокальной плоскости. В данной работе на основе разработанных в [23] методов и алгоритмов рассматривается ряд задач фокусировки в пространственные фигуры.

2. Фокусировка в фигуру в виде совокупности отрезков.

Представление фигуры в виде совокупности линий - один из возможных способов получения трехмерных объектов. Объект \mathcal{L} раскладывается в линии конечной длины, которые являются базовыми элементами конфигурации, $\mathcal{L} = \cup \mathcal{L}_i$ ($i=1, 2, \dots, N$), где N - число линий). Распределение интенсивности на линии \mathcal{L}_i обозначим через $I_i(\theta)$, где θ_i - нормальный параметр на \mathcal{L}_i , $0 \leq \theta_i \leq L_i$, L_i - длина \mathcal{L}_i . Фокусировка в фигуры в виде букв и цифр, расположенных в фокальной плоскости и

состоящих из линий, рассмотрена в [24]. Такие фокусаторы применяются для лазерной маркировки изделий. Для формирования любой буквы или цифры достаточно 5-6 линий.

Ясно, что гладкого решения рассматриваемой задачи не существует, поэтому следует искать кусочно-гладкие решения. Такие решения определяют фасеточный фокусатор, т.е. фокусатор, разделенный на сегменты G_i ($i=1,2,\dots,N$), $G=\cup G_i$, каждый из которых фокусирует излучение в свой фокальный отрезок независимо от остальных. Размеры сегментов определяются так, чтобы энергия освещающего пучка в каждом сегменте была пропорциональна энергии в соответствующем ему фокальном отрезке, т.е. $\int_{\Omega_i} I_i(\theta_i) d\theta_i = \int_{\Omega_i} J(u,v) dudv$. Форма

частей, на которые разбит фокусатор, практически произвольна и может определяться какими-либо дополнительными критериями, например, оптимальной дифракционной шириной получаемых отрезков. Расчет фокусатора в каждой из частей проводится по алгоритму, приведенному в [23] для расчета фокусатора в отрезок, составляющего произвольный угол с оптической осью.

Максимальное число фокальных линий N , которое можно получить фасеточным фокусатором, определяется возможностями технологии изготовления фокусаторов и зависит от многих величин, среди которых требуемая энергетическая эффективность создаваемого элемента, длина волны излучения λ , фокусное расстояние f (отметим, что каждая линия может иметь свое фокусное расстояние f_i , под f понимаем среднее фокусное расстояние), диаметр фокусатора d , взаимное расположение линий и их длины L_i , допустимая дифракционная ширина фокальных линий δ_i , расходимость лазерного излучения γ . Если d_{\perp} и d_{\parallel} - средние размеры сегментов в перпендикулярном и параллельном фокальному отрезку направлениях соответственно, то $N \approx d^2 / (d_{\perp} d_{\parallel})$. Для увеличения N необходимо или увеличить диаметр фокусатора, или уменьшить размеры сегментов G_i , что приводит к изменению дифракционной ширины δ_i фокальных отрезков \mathcal{L} и характера распределения интенсивности в фокальной плоскости.

Распределение интенсивности в фокальной плоскости и ширина δ_i фокальной линии определяются двумя факторами - расходимостью лазерного излучения γ и размерами области G_i . Для неограниченного пучка $\delta_i = \gamma f_i$, а ограничение пучка из-за уменьшения диаметра G_i приводит к дифракционным дефектам -

осцилляциям в распределении интенсивности в фокальной плоскости, величина которых зависит от степени ограничения пучка, а расстояние между первыми минимума примерно равно $4\lambda f_i / d_{\perp}$. Если размеры области G_i значительно превосходят размеры пучка, то осцилляциями в распределении интенсивности можно пренебречь, в противном случае распределение интенсивности в фокальной плоскости определяется формой и размерами области G_i . Для уменьшения δ_i необходимо уменьшать фокусное расстояние f_i , однако при этом возникают технологические ограничения.

Технология изготовления фокусаторов определяет минимально возможную ширину Δ зоны Френеля. При нормальном падении излучения на фокусатор $\Delta \approx \lambda / \alpha$, где α - угол отклонения прошедшего или отраженного луча от нормали. Возможны два варианта создания изображения - осевое, при котором центр фокальной фигуры расположен на оптической оси, и внеосевое, при котором центр фокальной фигуры сдвинут на расстояние s относительно оптической оси, где $s > d$, $s > L_i$. В случае внеосевого изображения ширина зон Δ мало меняется по площади фокусатора, $\Delta \approx \lambda f s$, а в случае осевого - Δ заметно меняется по области

G_i , принимая максимальное значение $\Delta \approx \sqrt{2f_i \lambda}$ в центре сегмента G_i и уменьшаясь к краям G_i . Оценим минимум ширины зоны Френеля. Пусть d_{\perp} и d_{\parallel} , s_{\perp} и s_{\parallel} - диаметры области G_i и смещения центра отрезка \mathcal{L} относительно центра G_i в перпендикулярном и параллельном отрезку направлениях соответственно. Тогда на различных краях сегмента G_i $\Delta \approx \lambda f_i / (s_{\perp} + 0,5d_{\perp})$ и $\Delta \approx \lambda f_i / (s_{\parallel} + 0,5L_i - 0,5d_{\parallel})$ в предположении, что $s_{\perp} \geq 0$, $s_{\parallel} \geq 0$ и $L_i > d_i$. При заданных размерах фигуры \mathcal{L} увеличение d приводит к увеличению смещений s_{\perp} и s_{\parallel} у сегментов, находящихся на краю фокусатора. Таким образом, и увеличение d (для увеличения N), и уменьшение f_i (для сохранения величины δ_i при уменьшении размеров G_i) приводит к уменьшению размеров зон Френеля.

Величина Δ определяет максимально возможную энергетическую эффективность фокусатора. Современная технология литографии позволяет создавать элементы величиной $\Delta \approx 20\lambda$ (при λ порядка $0,5\mu$) и $\Delta \approx 6\lambda$ (при λ порядка 10μ) с эффективностью 70-80% (многоградационные элементы с 6-8 уровнями микрорельефа), а с $\Delta \approx 2\lambda$ - с эффективностью 30-40% (бинарные элементы). При этом увеличение Δ приводит к увеличению энергетической эффективности при той же технологии. Диаметр фотошаблонов может достигать 127мм

при точности $0,1\mu$ (электронно-лучевая литография) и 1μ (фотолитография) и точности совмещения фотошаблонов $0,1-0,2\mu$ и $0,5-1\mu$ соответственно. Объем входных данных для таких фотошаблонов составляет многие гигабайты, что требует специального оборудования. Снижение точности изготовления фотошаблонов позволяет уменьшить объем входных данных, но при том уменьшается и энергетическая эффективность фокусаторов.

Существуют два типа фасеточных фокусаторов. У первого типа выбор разбиения $G = \cup G_i$ осуществляется при заданном представлении. Оптимизация расположения сегментов G_i относительно отрезков позволяет уменьшить s_{μ} и s_{\parallel} и увеличить размер минимальной зоны, но все же увеличение диаметра фокусатора требует увеличения фокусного расстояния для сохранения приемлемой величины Δ . С другой стороны, увеличение f приводит к росту дифракционной ширины фокальной линии δ , что ограничивает N . Второй тип является аналогом растровой оптики - центры \mathcal{L}_i расположены по центрам G_i . У этого типа фокусаторов f , d_i и N могут принимать такие же значения, как у элементов растровой оптики.

Итак, при выборе величины N и параметров элемента необходимо учитывать несколько различных факторов. Отметим, что фокусное расстояние и дифракционная ширина линий в полученном изображении могут быть уменьшены расположенной после фокусатора линзой, однако линза приводит к уменьшению L_i .

Для иллюстрации предложенного подхода приведем решение задачи фокусировки в фигуру, состоящую из двух смежных отрезков, угол между которыми равен 2ϕ . Расположим отрезки симметрично относительно оптической оси (вершина угла направлена в сторону фокусатора). Фокусатор разделим на две равные части прямой, перпендикулярной фокальным отрезкам. При этом задача сводится к расчету двух сегментов фокусатора, каждый из которых фокусирует излучение в отрезок, составляющий угол ϕ с оптической осью.

На рис.2а приведена фотография амплитудной маски (на которой плотность почернения соответствует высоте рельефа) элемента, фокусирующего излучение CO_2 -лазера (длина волны $\lambda = 10,6\text{ мкм}$) с равномерным распределением интенсивности в равнояркий угол. При этом элемент одновременно поворачивает излучение на 90° (в плотности, содержащей фокальные отрезки). Параметры элемента: радиус $R = 19\text{ мм}$, фокусное расстояние $f = 600\text{ мм}$, длина отрезков $L_i = 10\text{ мм}$ ($i = 1, 2$) угол $\phi = 45^\circ$. Этот элемент предназначен для закалки выпуклой угловой

поверхности.

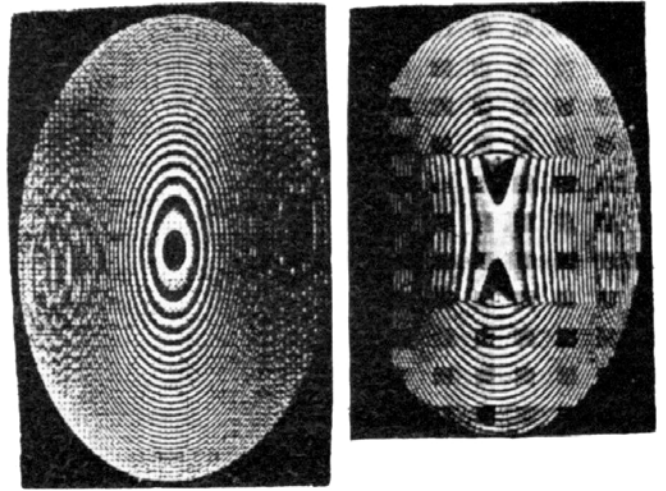


Рис.2. Амплитудные маски фокусаторов в угол; $R = 19\text{ мм}$, $L = 10\text{ мм}$, $\phi = 45^\circ$, $f = 600\text{ мм}$, $\lambda = 10,6\mu$. а) без наложения лучей ($N = 2$) б) с наложением лучей ($N = 4$)

Отличие распределения интенсивности освещающего пучка от расчетного приводит к искажению распределения интенсивности в получаемом изображении. Фасеточный фокусатор можно разбить на сегменты так, чтобы несколько сегментов фокусировали излучение в один и тот же фокальный отрезок: $G = \cup G_{i,j}$, где $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, n(i)$, $n(i)$ - число сегментов, фокусирующихся в отрезок \mathcal{L}_i , т.е. $\mathcal{F}(G_{i,j}) = \mathcal{L}_i$ при $1 \leq j \leq n(i)$. Такое пространственное совмещение двух или более пучков приводит к выравниванию распределения интенсивности в изображении и позволяет повысить устойчивость получаемого распределения интенсивности на фокальных отрезках к возмущениям распределения интенсивности освещающего пучка и погрешностям юстировки [25]. На рис.2б приведена амплитудная маска фокусатора в угол с теми же параметрами, разбитого на 4 части тремя параллельными прямыми. Такой фокусатор обеспечивает двойное наложение пучка на каждом из двух фокальных отрезков. Сравнение действия созданных фокусаторов показало, что во втором случае распределение интенсивности сфокусированного излучения значительно ближе к равномерному, чем в первом.

3. Фокусировка в дугу окружности.

Рассмотрим случай нормального падения излучения на пропускающий фокусатор. При этом оптическая ось перпендикулярна плоскости OUK , т.е. совпадает с осью OZ . Возьмем дугу, расположенную в плоскости, содержащей оптическую ось, и выпуклую в сторону фокусатора. Такой выбор обусловлен задачей фокусировки на роговицу глаза, для которой целесообразно использовать излучение с длиной

волны $\lambda=2,79\mu$ или $\lambda=2,94\mu$. Пропускающий фокусатор для этого диапазона может быть изготовлен из кварца методами литографии.

Пусть фокальная дуга \mathcal{L} длины L и радиуса r лежит в плоскости $u=0$, а ее середина и центр кривизны - на оси фокусатора. Область G - круг $u^2+v^2 \leq R^2$ в плоскости $z=0$ (R - радиус фокусатора). Будем характеризовать точку на дуге углом τ , отсчитываемым от оси z , $-\tau_{\max} \leq \tau \leq \tau_{\max}$, где τ_{\max} соответствует крайней точке дуги, $L=2r\tau_{\max}$. При этом натуральным параметром на дуге \mathcal{L} будет величина $\theta=r\tau$, $-L/2 \leq \theta \leq L/2$. Параметрическое задание дуги имеет вид:

$$\begin{cases} u=0 \\ v=r \sin \tau \\ z=f+r(1-\cos \tau) \end{cases} \quad (1)$$

где f - расстояние между серединой дуги и центром фокусатора.

Для решения задачи фокусировки необходимо найти отображение $\mathcal{S}: G \rightarrow \mathcal{L}$, т.е. построить семейство слоев $\Pi(\theta)$ [15,23]. Слой $\Pi(\theta)$ полностью определяется углом ω между образующими конуса лучей, проходящих в точку $M(\theta)$, и его осью, которая совпадает с касательной к \mathcal{L} в точке $M(\theta)$. Таким образом, семейство слоев $\Pi(\theta)$ ($-L/2 \leq \theta \leq L/2$) однозначно задается функцией $\omega = \omega(\theta)$. Для каждой точки $M(\theta)$ обозначим через $\gamma(\theta, \omega)$ однопараметрическое семейство виртуальных слоев, соответствующих этой точке (ω - параметр семейства), тогда $\Pi(\theta) = \gamma(\theta, \omega(\theta))$. Кривые $\gamma(\theta, \omega)$ являются пересечением области G с кривыми, которые при $\omega = \pi/2$ будут кривыми второго порядка ($\tau = \theta/r$)

$$u^2 + v^2 \frac{\cos^2 \omega - \cos^2 \tau}{\cos^2 \omega} + 2v \left[\frac{(f+r) \sin \tau \cos \tau}{\cos^2 \omega} - r \sin \tau \right] + \left\{ [(f+r) \cos \tau - r]^2 - [(f+r) \sin \tau \operatorname{tg} \omega]^2 \right\} = 0 \quad (2)$$

а при $\omega = \pi/2$ - прямыми, параллельными оси u , $v = (f+r) \operatorname{tg} \tau$.

Рассмотрим случай задачи, симметричной относительно плоскости $O U Z$. В этом случае $I(-\theta) = I(\theta)$, $J(u, -v) = J(u, v)$, где $I(\theta)$ и $J(u, v)$ - распределения интенсивностей излучения вдоль фокальной кривой и в плоскости (u, v) соответственно. Будем искать осесимметричные решения. Тогда слоем $\Pi(0)$, соответствующим середине дуги ($\theta=0$) будет отрезок оси $O U$. Из определения интегральной интенсивности имеем уравнение где $G(\gamma(\theta, \omega))$ - область верхней половины

$$\int_0^{\theta} I(\theta) d\theta = \iint_{G(\gamma(\theta, \omega))} J(u, v) du dv, \quad (3)$$

фокусатора (рассматриваем случай $\theta \geq 0$), ограниченная осью $O U$, т.е. слоем $\Pi(0)$, и виртуальным слоем $\gamma(\theta, \omega)$. Уравнение (3) является уравнением на функцию $\omega = \omega(\theta)$. При фиксированном θ левая часть (3) не зависит от ω , а правая является монотонно возрастающей функцией ω , поэтому уравнение имеет единственное решение, которое находится итерационными по ω численными методами.

Алгоритм расчета функции $\omega = \omega(\theta)$ содержит следующие этапы:

1) Для фиксированного θ_0 численными методами или аналитически в зависимости от

$$\text{вида функции } I(\theta) \text{ рассчитывается } \int_0^{\theta_0} I(\theta) d\theta.$$

2) При фиксированном ω определяются точки пересечения кривой $\gamma(\theta_0, \omega)$ с границей области G и вид области $G(\gamma(\theta_0, \omega))$. Варианты возможных пересечений $\gamma(\theta_0, \omega)$ с окружностью рассмотрены в [23].

3) Интеграл $\iint_{G(\gamma(\theta_0, \omega))} J(u, v) du dv$ рассчитывается численно или аналитически в зависимости от вида функции $J(u, v)$.

4) Итерациями по ω достигается выполнение (3).

Функция $\omega(\theta)$ определяет семейство слоев $\Pi(\theta)$, по которому находится эйконал созданного фокусатором поля, а по этому эйконалу и эйконалу падающего на фокусатор излучения определяется высоты рельефа и форма зон фокусатора [15, 17, 23]. В общем случае проверка отсутствия пересечения слоев внутри области G проводится численно.

Рассмотрим фокусировку гауссова пучка $J(u, v) \exp(-(u^2+v^2)/w^2)$, где w - радиус пучка, в дугу \mathcal{L} с равномерным распределением интенсивности. С учетом условия нормировки (3) принимает вид

$$\iint_{G(\gamma(\theta, \omega))} \exp\left(-\frac{u^2+v^2}{w^2}\right) du dv = \frac{r\tau\pi w^2}{L} \left(1 - \exp\left(-\frac{R^2}{w^2}\right)\right) \quad (4)$$

Ясно, что если точка пересечения касательной, проведенной к верхнему краю дуги, лежит в нижней половине плоскости $O U V$ (т.е. $f < r(\cos^{-1}(L/2r) - 1)$), то кривая $\gamma(\theta, \omega)$ и граница

области G пересекаются в двух точках, координаты (u', v') и $(-u', v')$ которых определяются аналитически ($u' > 0$), при этом кривую $\gamma(\theta, \omega)$ внутри области G можно представить в виде $v = v_\gamma(u)$. Для вычисления интеграла в левой части (4) по области $G(\gamma(\theta, \omega))$ разобьем эту область на три - G_1 (ограниченную осью OU , кривой $v = v_\gamma(u)$ и прямыми $u = -u'$ и $u = u'$), G_2 и G_3 (ограниченные осью OU , границей области G и прямыми $u = -u'$ или $u = u'$ соответственно) (рис.3).

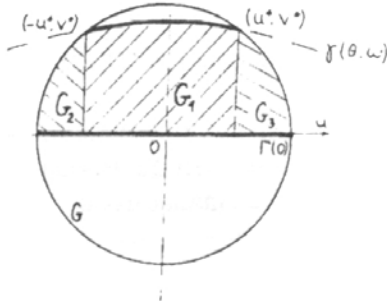


Рис.3. Разбиение области G при вычислении интеграла от функции $J(u, v)$

При таком виде областей интеграл сводится к повторному:

$$\begin{aligned} & \iint_{G(\gamma(\theta, \omega))} \exp\left(-\frac{u^2 + v^2}{w^2}\right) du dv = \\ & = \int_{-R}^{u'} du \left[\exp\left(-\frac{u^2}{w^2}\right) \int_0^{\sqrt{R^2 - u^2}} dv \exp\left(-\frac{v^2}{w^2}\right) \right] + \\ & + \int_{-u'}^{-R} du \left[\exp\left(-\frac{u^2}{w^2}\right) \int_0^{v_\gamma(u)} dv \exp\left(-\frac{v^2}{w^2}\right) \right] + \\ & + \int_{u'}^R du \left[\exp\left(-\frac{u^2}{w^2}\right) \int_0^{\sqrt{R^2 - u^2}} dv \exp\left(-\frac{v^2}{w^2}\right) \right]. \end{aligned}$$

Вид кривой $v_\gamma(\theta)$ зависит от соотношения между углами ω и τ (напомним, что $\theta = r\tau$).

При $\omega < \tau$ кривая $v_\gamma(\theta)$ - дуга эллипса

$$v_\gamma(u) = \frac{-B(\tau, \omega) + \sqrt{B^2(\tau, \omega) - A(\tau, \omega)(u^2 - C(\tau, \omega))}}{A(\tau, \omega)} \quad (5)$$

при $\omega = \tau$ - дуга параболы

$$v_\gamma(u) = -\frac{u^2 + C(\tau, \omega)}{2B(\tau, \omega)} \quad (6)$$

при $\tau < \omega < \pi/2$ - дуга нижней ветви параболы

$$v_\gamma(u) = \frac{B(\tau, \omega) - \sqrt{B^2(\tau, \omega) + A(\tau, \omega)(u^2 + C(\tau, \omega))}}{A(\tau, \omega)} \quad (7)$$

при $\omega = \pi/2$ - отрезок прямой

$$v_\gamma(u) = (f+r)\operatorname{tg}\tau \quad (8)$$

при $\omega > \pi/2$ - дуга верхней ветви параболы

$$v_\gamma(u) = \frac{B(\tau, \omega) + \sqrt{B^2(\tau, \omega) + A(\tau, \omega)(u^2 + C(\tau, \omega))}}{A(\tau, \omega)} \quad (9)$$

где

$$A(\tau, \omega) = \frac{|\cos^2\omega - \cos^2\tau|}{\cos^2\omega} \quad (10)$$

$$B(\tau, \omega) = \frac{(f+r)\sin\tau\cos\tau}{\cos^2\omega} - r\sin\tau \quad (11)$$

$$C(\tau, \omega) = [(f+r)\cos\tau - r]^2 - [(f+r)\sin\tau\operatorname{tg}\omega]^2 \quad (12)$$

На основе предложенного выше алгоритма созданы программы расчета функции $\omega(\theta)$, высоты рельефа и формы зон фокусатора пучка с гауссовым распределением интенсивности в дугу окружности с равномерным распределением интенсивности. На рис.4 приведена фотография амплитудной маски фокусатора радиуса $R=5$ мм в дугу длины $L=4$ мм с радиусом кривизны $r=7,7$ мм; фокусное расстояние $f=400$ мм, радиус пучка $w=1,5$ мм, длина волны излучения $\lambda=2,79\mu$.

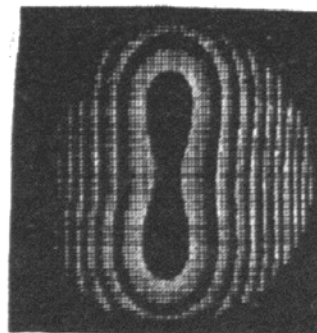


Рис.4. Амплитудная маска фокусатора в дугу окружности: $R=5$ мм, $L=4$ мм, $r=7,7$ мм; $f=400$ мм, $w=1,5$ мм, $\lambda=2,79\mu$.

4. Фокусировка в фигуру в виде совокупности дуг окружностей.

Представление фигуры в виде совокупности дуг окружностей обобщает рассмотренное выше представление в виде совокупности

линий. Взяв в качестве базового элемента конфигурации дугу окружности, можно создавать изображение в виде скруглено-прямолинейных пространственных контуров. Такое изображение создается фасеточным фокусатором, принципы построения которого аналогичны принципам построения фасеточного фокусатора для совокупности линий. Сложность задачи фокусировки в совокупности дуг окружностей состоит в значительно более сложном расчете элементов. Вид слоев, во-первых, зависит от положения дуги в пространстве, а во-вторых, может существенно меняться в разных точках дуги даже для длиннофокусных элементов. Кроме того, здесь даже в случае параксиального приближения огибающая семейства слоев может пересекать область G , что приводит к отсутствию гладких решений. Однако для решения ряда задач с относительно простой конфигурацией дуг окружностей могут быть применены развитые выше методы.

Рассмотрим, например, задачу получения на поверхности роговицы глаза изображение в виде разъятого в середине "креста", состоящего из N дуг окружностей. Параметрическое представление дуг такого креста имеет вид $u=r\sin(2\pi i/N)\sin\tau$, $v=r\sin(2\pi i/N)\cos\tau$, $z=f+r(1-\cos\tau)$, где $i=1, 2, \dots, N$, а $\tau_{\min} \leq \tau \leq \tau_{\max}$, ($\tau_{\min} = \rho/2r$, $\tau_{\max} = (\rho/2+L)/r$, ρ - величина разъема, L - длина дуг, r - радиус кривизны дуг, f - фокусное расстояние). Фокусатор разбивается на круговые сектора по числу дуг окружностей, причем так, что каждый сектор расположен ровно напротив соответствующей ему дуги. В этом случае кривая $\gamma(\theta, \omega)$ пересекает границу области G_i в двух точках, и расчет фокусатора принципиально не отличается от рассмотренного выше расчета фокусатора в дугу окружности. (Отличие толь-

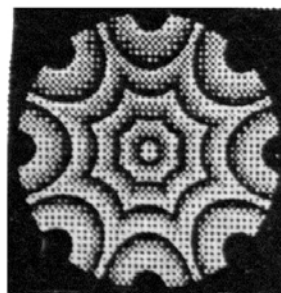
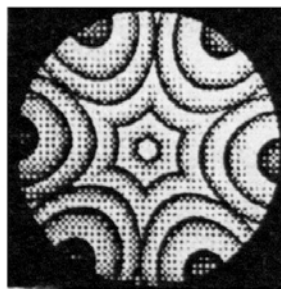
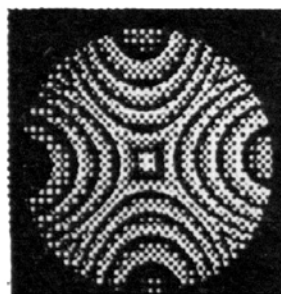


Рис.5. Амплитудные маски фокусаторов в совокупности N дуг окружностей в форме разъятого в середине креста; $R=5$ мм, $L=4$ мм, $\rho=4,5$ мм, $r=7,7$ мм, $f=400$ мм, $w=1,5$ мм, $\lambda=2,79\mu$. а) $N=4$ б) $N=6$ в) $N=8$

ко в виде областей, по которым производится интегрирование функции $J(u, v)$.)

Для данной задачи также созданы программы расчета функции $\omega(\theta)$, высоты рельефа и формы зон фокусатора. На рис.5 а-в приведены фотографии амплитудных масок фокусаторов радиуса $R=5$ мм гауссова пучка радиуса $w=1,5$ мм соответственно в 4, 6 и 8 разъятых в середине дуг окружностей длины $L=3$ мм, радиуса кривизны $r=7,7$ мм с равномерным распределением интенсивности; величина разъема $\rho=4,5$ мм, фокусное расстояние $f=400$ мм, длина волны излучения $\lambda=2,79\mu$. При данных значениях параметров задача имеет гладкое решение в каждом секторе.

Для проверки точности вычислений было проведено численное моделирование лучевой структуры поля, создаваемого фокусатором. Расстояние между фокальной фигурой и лучами было значительно ниже дифракционной ширины фокальной линии, что указывает на достаточную точность предложенной вычислительной схемы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сисакян И.Н., Шорин В.П., Соيفер В.А., Мордасов В.И., Попов В.В. Технологические возможности применения фокусаторов при лазерной обработке материалов. В сб. Компьютерная оптика, вып.3, М7, МЦНТИ, 1988, с.94-97.
2. Акопян В.С., Данилов В.А., Данилейко Ю.К., Наумиди Л.П., Попов В.В., Сисакян И.Н. Использование плоских неаксиальносимметричных фокусаторов в лазерной офтальмохирургии. Квантовая электроника, 1985, т.12, N2, с.415-416.
3. McLeod J.N. The axicon: A new type optical element. J.Opt.Soc.Am., 1954, v.44, N8, p.592-597.
4. Bickel G., Hausler G., Maul M. Triangulation with expended range of depth. Optical Engineering, 1985, v.24, N6, p.975-977.
5. Коробкин В.В., Полонский Л.Я., Полонин В.П., Пятницкий Л.Н. Фокусировка гауссовых и гипергауссовых пучков аксиконами для получения сплошных лазерных искр. Квантовая электроника, 1986, т.13, N2, с.265-270
6. Волкова Н.А., Коробкин В.В., Мальшева Б.Ю. и др. Фокусировка лазерного излучения аксиконами. Препринт ИВТАН, N5-126, М., 1983.

7. Tremblay R., D'Astons Y., Roy G., Blanshard M. Laser plumes optically pumped by focusing with axicon a CO₂-laser beam in a high-pressure gas. *Opt.Comm.* 1979, v.28, N2, p.193.
8. Brenden B.V., Russel J.T., Optical playback apparatus focusing system for producing a prescribed energy distribution along an axial focal zone. US Patent 4,426,696, 17 Jan 1984.
9. Минаков А.А. Синтез антенны с круглым раскрывом с заданным распределением интенсивности вдоль оси в ближайшей зоне. *Радиотехника и электроника*, 1985, т.30, в.4, с. 653-657.
10. Mavaddat R. Development of optically exited soft X-Ray laser technigues: a travelling wave lens. *Opt.Comm.*, 1978, v.25, N2, p.215-220.
11. Голуб М.А., Карпеев С.В., Прохоров А.М., Сасакян И.Н., Сойфер В.А. Фокусировка излучения в заданную область пространства. *Письма в ЖТФ*, 1981, т.7, с.618-623.
12. Пальчикова И.Г. Синтез фазовой структуры киноформных аксиконов. Препринт Института автоматики и электрометрии СОАН СССР, Новосибирск, 1986.
13. Davidson N., Friesem A.A., Hasman E. Holografic axilens: high resolution and long focal depth. *Optics Letters*, 1991, v.16, N7, p.523-525.
14. D'Auria L., Huignard J.P., Roy A.M., Spritz E. Photolithographic fabrication of thin film lenses. *Opt.Comm.* 1972, v.5, N4, p.232-235.
15. Данилов В.А., Попов В.В., Прохоров А.М., Сагателян Д.М., Сисакян Е.В., Сисакян И.Н., Сойфер В.А. Оптические элементы, фокусирующие когерентное излучение в произвольную фокальную кривую. Препринт ФИАН, N69, 1983.
16. Данилов В.А., Попов В.В., Прохоров А.М., Сагателян Д.М., Сисакян И.Н., Сойфер В.А. Синтез оптических элементов, создающих фокальную линию произвольной формы. *Письма в ЖТФ*, 1982, т.8, с.810-815.
17. Гончарский А.В., Данилов В.А., Попов В.В., Прохоров А.М., Сисакян И.Н., Сойфер В.А., Степанов В.В. Решение обратной задачи фокусировки лазерного излучения в произвольную кривую. *ДАН СССР*, 1983, т.273, N3, с.605-609.
18. Hirsch P.M., Jordan J.A., Lesem L.B. Method of making an object dependent diffuser. US Patent, 3,619,022, 9 Nov. 1971.
19. Ярославский Л.П., Мерзляков Н.С. Цифровая голография. М., Наука, 1982.
20. Ekberg M., Larsson M., Bolle A., Hard S. Nd:YAG laser machining with multilevel resist kinoforms. *Appl.Opt.*, 1991, v.30, N25, p.3604-3606.
21. Frere Ch., Bryngdahl O. Computer-generated holograms: reconstruction of curves in 3-D. *Opt. Comm.*, 1986, v.60, N6, p.369-372.
22. Frere Ch., Leseberg D., Bryngdahl O. Computer-generated holograms of three-dimensional objects composed of line segments. *J.Opt.Soc.Am. A* 1986, v.3, N5, p.726-730.
23. Данилов В.А., Кулькин К.А., Сисакян И.Н. Фокусаторы в отрезок, составляющий произвольный угол с оптической осью. В сб. *Компьютерная оптика*, вып.10-11, М., МЦНТИ, 1992, с.48-68.
24. Гончарский А.В., Данилов В.А., Попов В.В., Прохоров А.М., Сисакян И.Н., Сойфер В.А., Степанов В.В. Фокусирующие элементы для лазерной обработки материалов. *Письма в ЖТФ*, 1986, т.11, вып.23, с.1428-1432.
25. Данилов В.А., Дубов М.В. Исследование влияния искажений интенсивности освещающего пучка на работу фокусаторов. В сб. *Компьютерная оптика*, вып.1, М., МЦНТИ, 1987, с.52-67.