

ФАЗОВОЕ КОДИРОВАНИЕ ПРИ ИТЕРАЦИОННОМ РАСЧЕТЕ СИНТЕЗИРОВАННЫХ ГОЛОГРАММ НА КОМПЬЮТЕРЕ

Для ряда применений лазерной технологии актуальной задачей является создание чисто фазовых голограмм. Первым этапом на пути синтеза голограмм, восстанавливающих изображение путем воздействия только на фазу падающего света, явилось создание киноформа [1]. Процесс синтеза киноформа заключался в том, что по заданному распределению комплексной амплитуды на голографируемом объекте рассчитывались отсчеты фазовой функции математической голограммы и наносились на прозрачную регистрирующую среду в виде разных значений оптической толщины. Восстановление изображения с киноформа дает изображение исходного объекта, искаженного из-за пренебрежения амплитудной информацией. Однако энергетическая эффективность восстановления изображения достаточно высока, так как изображение восстанавливается в единственном дифракционном порядке.

В дальнейшем было предложено несколько подходов, позволяющих синтезировать фазовые голограммы с более высокими качественными характеристиками восстановления, чем у киноформа.

Перейдем к математической формулировке задачи. Пусть исходный объект задается интенсивностью $I(x,y)$ на некоторой двумерной области G . Комплексная амплитуда $w(x,y)$ определяется амплитудой $|w(x,y)| = \sqrt{I(x,y)}$ и некоторой вводимой фазой $\psi(x,y)$: $w(x,y) = |w(x,y)| \exp(i\psi(x,y))$. \hat{R} - оператор, описывающий распространение световой волны от плоскости регистрации голограммы к плоскости наблюдения. Функцию $W(u,v) = \hat{R}^{-1}(w(x,y))$ будем называть математической голограммой объекта, где \hat{R}^{-1} - оператор, обратный к \hat{R} и описывающий переход от плоскости наблюдения к плоскости регистрации голограммы.

Голограмма освещается плоской волной. Необходимо по математической голограмме $W(u,v)$ построить такую фазовую функцию $W'(u,v) = C \exp(i\phi(u,v))$ ($C = \text{const}$), чтобы интенсивность восстановленного изображения $|w'(x,y)|^2$, где $w'(x,y) = \hat{R}(W'(u,v))$ была близка к интенсивности исходного объекта.

В качестве критериев восстановления выберем относительную среднеквадратичную погрешность восстановления, рассчитываемую по формуле:

$$\delta = \frac{\iint_G (|w(x,y)| - |\mu w'(x,y)|)^2 dx dy}{\iint_G |w(x,y)|^2 dx dy}, \quad (1)$$

где μ - нормирующий множитель, в случае, если исходный объект является бинарным:

$$\mu = \frac{1}{|w'(x,y)|_{cp}}$$

где $|w'(x,y)|_{cp}$ - среднее значение амплитуды восстановленного изображения объекта, и энергетическую эффективность, определяемую следующим образом:

$$\theta = \frac{\iint_G |w'(x,y)|^2 dx dy}{E_0} \quad (2)$$

где E_0 - энергия восстанавливающей световой волны. Отметим, что иногда имеет смысл интеграл в числителе формулы (2) брать по некоторому расширению области фокусировки $G + \Delta G$ из-за возникающих погрешностей восстановления.

В [2] был предложен метод кодирования амплитудно-фазовых характеристик функции комплексного пропускания, являющийся обобщением метода Кирха-Джонса. Суть метода в переходе от комплексной функции пропускания $W(u,v)$ к фазовой $w'(u,v)$ в форме:

$$W'(u,v) = \exp(i\phi(u,v)) \quad (3)$$

$$\phi(u,v) = \arg(W(u,v)) + \left(\frac{\phi_{max}}{2}\right) \beta Q\left(\frac{|W(u,v)|}{W_0}\right) \times p(v_x u, v_y v),$$

где $p(t)$ - произвольная периодическая функция несущей с периодом 1, принимающая значение $p(t) \in [-1, 1]$; $\phi_{max} \in [0, 2\pi]$ - максимальный сдвиг фаз; $\beta \in [0, 1]$; $Q(t)$ - нелинейное предискажение амплитуды, $0 < Q(t) < 1$ при $0 < t < 1$, причем $Q(0) = 1$, $Q(1) = 0$; $\eta = (\eta_x, \eta_y)$ - вспомогательная несущая пространственная частота, выбираемая, исходя из разделения дифракционных порядков. Метод ориентирован на восстановле-

ние изображения в нулевом порядке дифракции, а высшие дифракционные порядки являются "платой" за чисто фазовый характер элемента. При синусоидальной несущей $p(t)=\cos(2\pi t)$ и v_y приходим к методу Кирха-Джонса. При прямоугольно-импульсной несущей $p(t)=1, 1 < t < 0,5+l; l=0, \pm 1, \pm 2, \dots, p(t)=-1, 0,5+l < t < 1+l; c \eta=(1/\delta', 1/\delta')$, где δ' - шаг дискретизации, мы приходим к методу синтетических коэффициентов. В [2] рассмотрен выбор нелинейного предвысказания $Q(t)$ в зависимости от вида несущей $p(t)$. В частности, при

$$p(t)=\cos(2\pi t) \quad Q\left(\frac{|W(u,v)|}{W_0}\right)=J_0^{-1}\left(\frac{|W(u,v)|}{W_0}\right), \text{ где}$$

$W_0=\max_{u,v}[|W(u,v)|]$, а J_0 - функция Бесселя 0-го порядка. При прямоугольно-импульсной несущей

$$Q(|W(u,v)|)=\arccos\left(\frac{|W(u,v)|}{W_0}\right).$$

Однако выбор в качестве нормированной амплитуды $\frac{|W(u,v)|}{\max_{u,v}[|W(u,v)|]}$ приводит к низкой

энергетической эффективности восстановления голограммы, так как в этом случае значительная доля энергии приходится на высшие порядки дифракции. Поэтому рекомендуется выбирать нормированную амплитуду следующим образом:

$|W(u,v)|/W_0$, если $|W(u,v)| < W_0$; 1, если $|W(u,v)| \geq W_0$, где

$$W_0 = \frac{\iint_D |W(u,v)| du dv}{|D|}, \quad (4)$$

где D - область восстановленного изображения, а $|D|$ - ее площадь.

Общим недостатком методов кодирования является низкая энергетическая эффективность восстановления, обусловленная возникновением побочных изображений в высших порядках дифракции.

В [3] для повышения качества восстанавливаемого изображения было предложено использовать алгоритм Герчберга-Секстона. Алгоритм работает следующим образом: исходное распределение $|w(x,y)|$ дополняется случайной фазой $\psi(x,y)$: $w(x,y)=|w(x,y)|\exp(i\psi(x,y))$; рассчитывается его математическая голограмма $W(u,v)=\hat{R}^{-1}(w(x,y))$, амплитуда заменяется на константу, объект восстанавливается $w'(x,y)=\hat{R}(W(u,v))$ и фаза восстановленного

объекта используется в качестве дополнения исходного распределения амплитуд на следующей интеграции.

Использование алгоритма Гечберга-Секстона позволяет рассчитать фазовые голограммы, восстанавливающие исходное изображение с меньшей погрешностью, чем киноформ, однако не позволяет полностью избавиться от искажений, вызванных пренебрежением амплитудной информацией.

В данной работе предлагается совместить итерационное восстановление исходного объекта с кодированием амплитудно-фазовых характеристик функции комплексного пропускания в чисто фазовые при синтезе голограмм на компьютере.

Для расчета отсчетов фазовой функции фазовой голограммы предлагается следующий алгоритм:

1. Формирование матрицы отсчетов исходного изображения $|w(x,y)|$;
2. Формирование матрицы отсчетов случайной функции $\psi(x,y)$, равномерно распределенной на отрезке $[0, 2\pi]$;
3. $w(x,y)=|w(x,y)|\exp(i\psi(x,y))$;
4. Дополнение матрицы отсчетов $w(x,y)$ нулями, что физически соответствует выбору частоты несущей;
5. Формирование матрицы отсчетов голограммы исходного объекта $W(u,v)=\hat{R}^{-1}(w(x,y))$;
6. Нормировка амплитуд (4);
7. Решение уравнения линеаризации и расчет фазовой функции синтезируемой голограммы $\phi(u,v)$ согласно формуле кодирования (3);
8. Формирование матрицы отсчетов функции комплексного пропускания голограммы $W'(u,v)=C\exp(i\phi(u,v))$, причем значение константы C определяется из равенства Парсеваля;
9. Моделирование восстановления голограммы $w'(x,y)=\hat{R}(W'(u,v))$;
10. Подсчет энергетической эффективности e (2) и погрешности восстановления δ (1);
11. Выбор в качестве $\psi(u,v)$ фазы восстановленного объекта и переход к п.3.

В данной работе приводятся результаты численного эксперимента, в ходе которого с помощью предлагаемого алгоритма моделировались синтез и восстановление фазовых голограмм бинарных объектов.

На рис.1-2 в изолиниях представлены матрицы отсчетов фазовых функций киноформа и голограммы, рассчитанной итерационным

методом синтетических коэффициентов. Отчет-

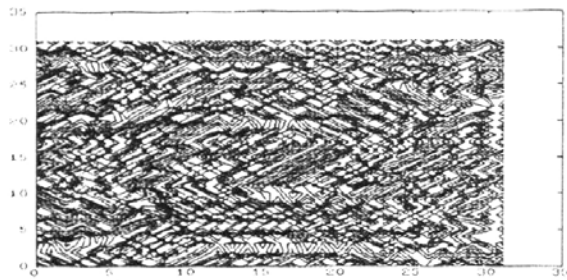


Рис.1. Изолинии матрицы отсчетов фазовой функции киноформа.

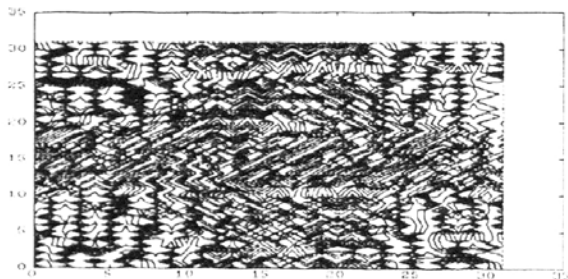


Рис.2. Изолинии матрицы отсчетов фазовой функции голограммы, рассчитанной итерационным методом синтетических коэффициентов.

ливо видно результат введения несущей при использовании итерационного метода синтетических коэффициентов. На рис. 3-7 представле-

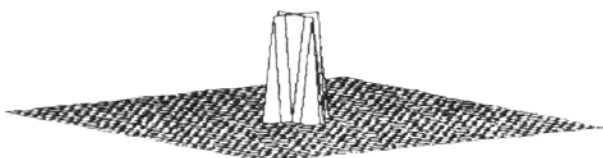


Рис.3. Распределение интенсивности на исходном объекте.



Рис.4. Распределение интенсивности на изображении, восстановленном с киноформа.

ны распределения интенсивностей, полученные при моделировании восстановления изображения крестообразного объекта с фазовых голограмм, рассчитанных различными методами. На рис.3 - распределение интенсивности на исходном объекте. Рис.4 - результат восстановления изображения с киноформа; отчетливо видны искажения, вызванные отсутствием амплитудной информации. Рис. 5-6 - результаты восста-

новления изображения с фазовых голограмм,

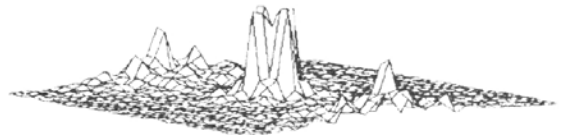


Рис.5. Распределение интенсивности на изображении, восстановленном с голограммы, рассчитанной методом синтетических коэффициентов.

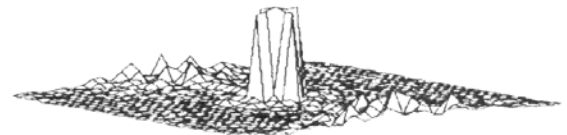


Рис.6. Распределение интенсивности на изображении, восстановленном с голограммы, рассчитанной итерационным методом синтетических коэффициентов.

рассчитанных методом синтетических коэффициентов и итерационным методом синтетических коэффициентов. Можно отметить подавление паразитных дифракционных порядков после итерационной обработки. Рис.7 - результат восстановления изображения с голограммы, рассчитанной методом Герчберга-Секстона.



Рис.7. Распределение интенсивности на изображении, восстановленном с голограммы, рассчитанной по методу Герчберга-Секстона.

В таблицах 1-2 приведены результаты вычислительного эксперимента, в ходе которого моделировалось восстановление изображений с фазовых голограмм, рассчитанных различными методами.

Как видно из приведенных результатов, наибольшую энергетическую эффективность восстановления для данного типа объектов можно получить, используя метод Герчберга-Секстона. Являясь начальным приближением для алгоритма Герчберга-Секстона, киноформ восстанавливает изображение с большими потерями, однако синтез киноформа не требует сложных итерационных вычислений. Применение итерационной обработки в алгоритме Герчберга-Секстона не позволяет полностью избавиться от потерь, связанных с заменой реального распределения амплитуды в плоскос-

Таблица 1. Результаты компьютерного моделирования восстановления изображения объекта в виде буквы "П".

Используемый метод	Энергетическая эффективность, e	Относительная среднеквадратическая погрешность, δ
Киноформ	0,74	0,19
Метод Кирха-Джонса	0,55	0,14
Метод синтетических коэффициентов	0,52	0,13
Итерационный метод Кирха-Джонса	0,68	0,04
Итерационный метод синтетических коэффициентов	0,69	0,05
Метод Герчберга-Секстона	0,83	0,12

Таблица 2. Результаты компьютерного моделирования восстановления изображения крестообразного объекта.

Используемый метод	Энергетическая эффективность, e	Относительная среднеквадратическая погрешность, δ
Киноформ	0,75	0,20
Метод Кирха-Джонса	0,55	0,16
Метод синтетических коэффициентов	0,55	0,12
Итерационный метод Кирха-Джонса	0,70	0,05
Итерационный метод синтетических коэффициентов	0,68	0,05
Метод Герчберга-Секстона	0,88	0,13

ти регистрации голограммы на константу. Методы синтеза чисто фазовых голограмм, использующие для расчета фазовой функции формулу кодирования (3), позволяют уменьшить погрешность восстановления голограммы по сравнению с киноформом. Некоторое снижение энергетической эффективности при этом объясняется появлением побочных изображений в высших порядках дифракции. Сочетание фазового кодирования амплитуды с последующей итерационной обработкой исключает потери, связанные с потерей амплитудной информации, с другой стороны, позволяет повысить энергетическую эффективность восстановления за счет уменьшения энергии высших порядков дифракции. На рис.8-9 изображены графики изменения значений энергетической эффективности и относительной среднеквадратической погрешности восстановления крестообразного объекта от итерации к итерации для метода Герчберга-Секстона (сплошная линия) и итерационного метода

синтетических коэффициентов (пунктирная линия).

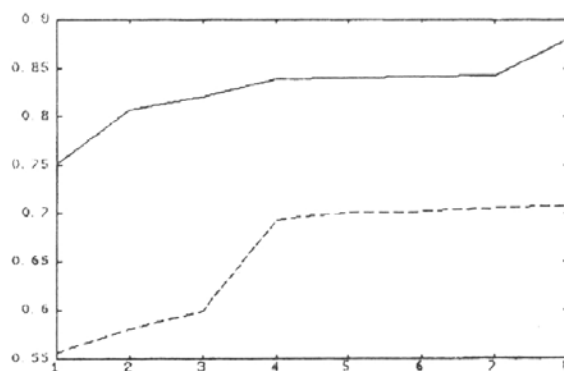


Рис.8. Изменение энергетической эффективности восстановления изображения методом Герчберга-Секстона (—) и итерационным методом синтетических коэффициентов (- - -) от итерации к итерации.

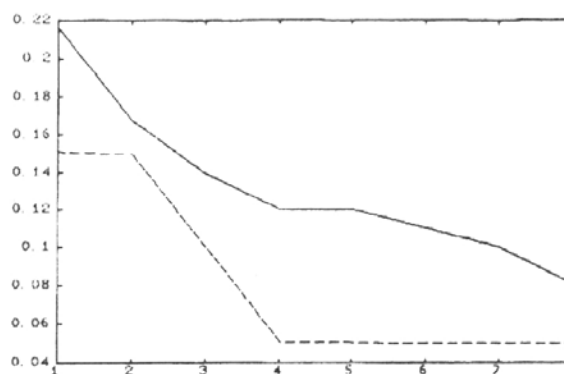


Рис.9. Изменение среднеквадратической погрешности восстановления изображения методом Герчберга-Секстона (—) и итерационным методом синтетических коэффициентов (- - -) от итерации к итерации.

Таким образом, итерационные методы кодирования, сочетающие итерационный расчет фазовой функции с фазовым кодированием амплитуды математической голограммы позволяют синтезировать голограммы, восстанавливающие изображение с довольно высокой энергетической эффективностью при погрешности восстановления намного меньшей, чем может обеспечить алгоритм Герчберга-Секстона.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lesem L.B., Hirsch P.M., Jordan J.A. "Computer Synthesis of Holograms for 3-D Display", Comm.ACM 1968, 12,661
2. Аджалов В.И., Голуб М.А., Карпеев С.В., Сисакян, Сойфер В.А. "Квантовая электроника", 1990, N17, с.177-200

3. Gerchberg R.W., Saxton W.O. "A Practical Algorithm for the Determination of Phase From Image and Diffraction Plane Pictures", Optic, 1972, 35, 237-46

4. Акаев А.А., Майоров М.В. Когерентные оптические вычислительные машины . Л.: Машиностроение, 1977

5. Ярославский Л.П. Цифровая обработка сигналов в оптике и голографии. М.: Радио и связь, 1987.

Вниманию читателей

Принимаются заказы на международный информационный журнал

"Высокотемпературная сверхпроводимость"

выпуски 3 и 4

Ориентировочная цена выпуска 200 рублей.

Справки по телефону 198-72-10

Заказы направлять по адресу:

Россия, 125252, Москва, ул. Куусинена, 21б, МЦНТИ, СОПИ

**МЕЖДУНАРОДНЫЙ ЦЕНТР
НАУЧНОЙ И ТЕХНИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ**

принимает заказы на выполнение
редакционно-издательских и полиграфических работ.

Заинтересованные организации
могут разместить рекламу в наших изданиях.

Справки по телефону: (095) 198-72-10