С.А.Степанов, Г.И.Грейсух

КОМПЬЮТЕРНЫЙ РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ОБЛАСТИ АБЕРРАЦИЙ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ

Расчет в области аберраций высших порядков наиболее эффективен в том случае, когда силовыми элементами оптической системы являются градиентные и дифракционные линзы. Это обусловлено в основном двумя причинами. Во-первых, аберрационное разложение такой системы при надлежащем выборе исходной схемы сходится достаточно быстро, благодаря чему устранение аберраций каждого последующего порядка приводит к ощутимому улучшению оптических характеристик.

Во-вторых, градиентные и дифракционные линзы обеспечивают возможность селективной коррекции аберраций различных порядков. Действительно, в случае радиально-градиентной линзы (показатель преломления которой

$$n(\rho) = \sum_{p=0}^{\infty} n_p \rho^{2p} \qquad (1)$$

где ρ - расстояние от оси линзы) коэффициенты n_p влияют на аберрации, начиная только с $(2p+1)$-го порядка.

В случае дифракционной линзы (фокусирующие и аберрационные свойства которой определяются законом изменения пространственной частоты ее структуры

$$\Omega(\rho) = (1/\lambda_0)\left[\rho\Phi_0 + \sum_{l=1}^{\infty} b_{2l+1}\rho^{2l+1}\right], \qquad (2)$$

где Φ_0 - оптическая сила линзы на длине волны λ_0) коэффициенты b_{2l+1} влияют на аберрации, начиная только с $(2p+1)$-го порядка.

Известные методики вычисления аберраций третьего и пятого порядков оптических систем, состоящих из градиентных линз [1,2] основываются на использовании теории квазиинвариантов [3]. Это позволяет достаточно легко распространить указанные методики и на системы с дифракционными элементами, для чего необходимо лишь получить в приближении соответствующего порядка малости вклад в приращение квазиинварианта, вносимый дифракционной линзой [4].

Однако, с точки зрения широты функциональных возможностей больший интерес, на наш взгляд, представляет путь получения аберрационных коэффициентов по диаграмме рассеяния псевдолучей, ход которых через оптическую систему рассчитывается в приближении заданного порядка малости. В этом случае переход к все более и более высоким аберрационным порядкам существенно проще, а процесс вычислений легко алгоритмизируется. Более того, использование псевдолучей кроме вычисления аберрационных коэффициентов различных порядков позволяет осуществить минимизацию суммарной аберрации раздельно в каждом порядке и, наконец, минимизировать остаточную аберрацию того или иного типа путем взаимного балансирования ее составляющих различных порядков.

Расчет хода как реального, так и псевдолуча через оптическую систему, включающую элементы различных типов, основывается на использовании в той или иной последовательности формул расчета хода луча через отдельные ее элементы. Такие формулы по известным параметрам луча на входе в элемент (входным параметрам) позволяют определить параметры луча на выходе из него (выходные параметры). В дальнейшем совместим ось оптической системы с осью OZ, а в качестве лучевых параметров воспользуемся парой векторов $\boldsymbol{\rho}$ и $\boldsymbol{\mu}$, определяющих луч в его точке пересечения с плоскостью, нормальной к оси системы и отстоящей от начала координат на некотором расстоянии z.

Вектор $\boldsymbol{\rho}$ определяет точку пересечения и имеет составляющие $[x(z), y(z), 0]$. Вектор $\boldsymbol{\mu}$ определяет наклон луча и его составляющие $[\varepsilon_x(z),\varepsilon_y(z), 0)$ связаны с направляющими косинусами луча $(\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$ соотношениями $\varepsilon_x=\alpha_x/\alpha_z$, $\varepsilon_y=\alpha_y/\alpha_z$.

Для того, чтобы получить формулы расчета хода псевдолуча через оптический элемент того или иного типа, необходимо точные формулы расчета хода луча через элемент привести к виду, удобному для их последующего разложения в ряды по степеням входных параметров луча.

В результате после разложения и соответствующей группировки параметры луча на выходе из элемента будут описываться степенными рядами, состоящими из слагаемых различных порядков малости относительно параметров луча на входе в этот элемент. Ограничивая ряды конечным числом слагаемых, получим выходные параметры псевдолуча, вычисленные в требуемом приближении.

Получение необходимых формул начнем с преломления луча на сферической поверхности, имеющей кривизну c и являющейся поверхностью раздела двух неоднородных сред с показателями преломления n и n'.

В соответствии с законом Снеллиуса-Декарта направляющие векторы падающего и преломленного лучей α и α' связаны соотношением [5]

$$\mathbf{a}' = \nu\mathbf{a} - A\mathbf{N}\,, \tag{3}$$

где $\mathbf{N}$ - направляющий вектор нормали к преломляющей поверхности в точке падения луча,

$$\left.\begin{aligned} &\nu = n/n', \\ &A = -\nu(\mathbf{N}\cdot\mathbf{a}) + \sqrt{1-\nu^2\left[1-(\mathbf{N}\,\mathbf{a})^2\right]} \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Вводя в уравнения (3), (4) векторы ε и ρ, их нетрудно привести к виду [6], удобному для разложения по степеням входных параметров луча

$$\mathbf{e}' = \mathbf{B}(\nu\alpha_z\mathbf{e} + cA\mathbf{r}) \tag{5}$$

В уравнении (5)

$$\left.\begin{aligned} &\alpha_z = 1\Big/\sqrt{1+2w} \\ &B = 1\Big/\left(\nu\alpha_z - A\sqrt{1-2c^2u}\right. \\ &A = -\nu D + \sqrt{1-\nu^2\left(1-D^2\right)} \\ &D = \alpha_z\left(\sqrt{1-c^2u} - cv\right) \\ &\nu = \sum_{p=0}^{\infty} n_p(2u)^p \Big/ \sum_{q=0}^{\infty} n'_q(2u)^q \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

где величины u, v и w являются инвариантами вращения и определяются с помощью соотношений

$$u = \mathbf{r}^2, v = (\mathbf{r}\ \ \mathbf{e}), w = \mathbf{e}^2/2 \tag{7}$$

Разлагая выражения (6) в ряды по степеням трех инвариантов вращения, подставляя эти разложения в уравнение (5) и группируя после перемножения члены, имеющие одинаковый порядок малости, получим выходной параметр луча (ε') в виде суммы слагаемых первого, третьего, пятого и т.д. порядков малости относительно входных параметров (модулей векторов ρ и ε):

$$\mathbf{e}' = \mathbf{e}'^{(1)} + \mathbf{e}'^{(3)} + \mathbf{e}'^{(5)} + \ldots \tag{8}$$

Аналогичные соотношения могут быть получены и для дифракционной линзы. Направляющие косинусы падающего и дифрагировавшего лучей при дифракции на линзе, структура которой имеет пространственную частоту и выполнена на плоской подложке, связаны соотношениями [7]

$$\left.\begin{aligned} &\begin{pmatrix}\alpha'_x\\ \alpha'_y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\alpha_x\\ \alpha_y\end{pmatrix} + \frac{m\lambda\Omega}{\rho}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}, \\ &\alpha'_z = \sqrt{1-(\alpha'_x)^2-(\alpha'_y)^2} \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

где m - порядок дифракции, λ - длина падающей световой волны, x и y - координаты точки пересечения луча с плоскостью линзы.

Подставляя в первое из соотношений (9) пространственную частоту (2) и вновь вводя векторы ρ, ε перейдем от соотношений (9) к уравнению вида

$$\mathbf{e}' = Q(\alpha_z\mathbf{e} + m\mu\psi\mathbf{r}) \tag{10}$$

где

$$\left.\begin{aligned} &\mu = \lambda/\lambda_0 \\ &\psi = \Phi_0 + \sum_{l=1}^{\infty} b_{2l+1}(2u)^l \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

а величина

$$Q = 1/\alpha'_z = \sqrt{1+(\varepsilon')^2} \tag{12}$$

Из структуры соотношений (10)-(12) видно, что после разложения в степенные ряды уравнение (10) приводится к виду (8), а выражение (12) - к ряду, содержащему величины нулевого и четного порядков:

$$Q = Q^{(0)} + Q^{(2)} + Q^{(4)} + \ldots \tag{13}$$

где $Q^{(0)}=1$.

Путь использования формул (10)-(13) для вычисления компонент различного порядка малости вектора ε' очевиден. По известному определяется компонента $\varepsilon'^{(1)}$, зная последнюю находится $Q^{(2)}$, позволяющая определить компоненту $\varepsilon'^{(3)}$ и т.д.

Обратимся теперь к расчету хода псевдолуча через среду, ограниченную k-й и $(k+1)$-й поверхностями раздела. Зададим луч на входе в среду (после преломления на k-й поверхности) векторами ρ_k и ε_k, а на выходе из среды [в точке падения на $(k+1)$-ю поверхность, но до преломления на ней]-векторами ρ_{k+1} и ε_{k+1}. Если среда является однородной, то наклон луча при прохождении среды не меняется ($\varepsilon_{k+1}=\varepsilon_k$), а векторы ρ_{k+1} и ρ_k связаны между собой уравнением

$$\mathbf{r}_{k+1} = \mathbf{r}_k + z_{k,k+1}\mathbf{e}_k \tag{14}$$

Здесь $z_{k,k+1}$ - координата точки выхода луча из среды в системе координат, начало которой лежит в плоскости перпендикулярной оси OZ и проходящей через точку входа луча в среду. Следовательно

$$z_{k,k+1} = d_k + z_{k+1} - z_k \tag{15}$$

где d_k - расстояние между вершинами k -й и $(k+1)$-й поверхностями, z_{k+1} - координата точки пересечения луча с k -й поверхностью в системе координат, связанной с вершиной этой поверхности, и, аналогично, z_{k+1}- координата точки пересечения луча с $(k+1)$-й поверхностью в системе координат, связанной с вершиной $(k+1)$-й поверхности.

Координаты z_k и z_{k+1} можно нетрудно найти, воспользовавшись уравнением сферической поверхности [8]:

$$z = \left(1\sqrt{1-c^2\rho^2}\right)\Big/c\,. \qquad (16)$$

Выражения (14)-(16) являются основой для получения формул расчета хода псевдолуча через однородную среду.

Структура выражений (15) и (16) такова, что координата $z_{k,k+1}$ после разложения в ряд приводится к виду (13) с $z^{(0)}_{k,k+1}=d_k$. Это, как и в случае дифракционной линзы, позволяет организовать на основе метода последовательных приближений процесс вычисления компонент различного порядка малости вектора $\boldsymbol{\rho}_{k+1}$, и тем самым определить точку выхода луча из среды в приближении заданного порядка.

Если среда неоднородная и радиально-градиентная, то траектория луча в ней в декартовых координатах описывается системой двух скалярных дифференциальных уравнений [9]:

$$\left.\begin{aligned} n\frac{d^2x}{dz^2}-\left[1+\left(\frac{dx}{dz}\right)^2+\left(\frac{dy}{dz}\right)^2\right]\frac{\partial n}{\partial x}=0 \\ n\frac{d^2y}{dz^2}-\left[1+\left(\frac{dx}{dz}\right)^2+\left(\frac{dy}{dz}\right)^2\right]\frac{\partial n}{\partial y}=0 \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

С использованием же вектора эта система приводится к одному векторному дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dz^2}=\left(\frac{1}{2\rho\beta_z^2}\right)\left(\frac{dn^2}{d\rho}\right)\mathbf{r}\,, \qquad (18)$$

где β_z - оптический направляющий косинус луча относительно оси Oz, являющийся для радиально-градиентной среды инвариантом [10].

Дифференциальное уравнение (18) можно привести к виду, удобному для интегрирования, выполнив замену переменных и использовав представление показателя преломления, отличное от (1). Независимую переменную z заменим на

$$\varsigma = n_0\tau_1 z/\beta_z \qquad (19)$$

а векторные параметры луча $\boldsymbol{\rho}$ и $\boldsymbol{\varepsilon}$ - на векторы

$$\mathbf{R}=\tau_1\mathbf{r}\,\mathbf{E}=d\mathbf{R}/d\varsigma=\left(\beta_z/n_0\right)\mathbf{e}\,, \qquad (20)$$

где

$$\tau_1=\sqrt{2\left(n_1\left(/n_0\right.\right.}\,. \qquad (21)$$

Профиль показателя преломления представим в виде

$$n^2=n_0^2\left[1+\mathrm{sgn}\left(n_1\right)\mathbf{R}^2+\tau_2\mathbf{R}^4+\tau_3\mathbf{R}^6+\ldots\right] \qquad (22)$$

где

$$\mathrm{sgn}\left(n_1\right)=\begin{cases}1 & \text{при } n_1>0\\ 0 & \text{при } n_1=0\\ -1 & \text{при } n_1<0\end{cases} \qquad (23)$$

а коэффициенты τ_2, τ_3,... в соответствии с выражением (1) равны

$$\left.\begin{aligned} &\tau_2=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{n_0n_2}{n_1^2}\right)\\ &\tau_3=-\frac{n_0}{4n_1^2}\left(n_2+\frac{n_0n_3}{n_1}\right)\\ &\ldots \end{aligned}\right\} \qquad (24)$$

После указанной замены переменных дифференциальное уравнение (18) приводится виду

$$\frac{d^2\mathbf{R}}{d\varsigma^2}-\mathrm{sgn}\left(n_1\right)\mathbf{R}=\mathbf{b} \qquad (25)$$

где

$$\mathbf{b}=\left(2\tau_2\mathbf{R}^2+3\tau_3\mathbf{R}^4+\ldots\right)\mathbf{R} \qquad (26)$$

В приближении первого порядка малости (параксиальном приближении) правая часть уравнения (25) равна нулю. В этом случае уравнение сводится к хорошо известному однородному линейному дифференциальному уравнению второго порядка с постоянными коэффициентами, решение которого [8]

$$\mathbf{R}=C\left(\varsigma\right)\mathbf{R}_k+S\left(\varsigma\right)\mathbf{E}_k\,, \qquad (27)$$

где

$$\left.\begin{aligned} C\left(\varsigma\right)=\begin{cases}\mathrm{ch}\varsigma & \text{при } n_1>0\\ \cos\varsigma & \text{при } n_1\le 0\end{cases}\\ S\left(\varsigma\right)=\begin{cases}\mathrm{ch}\varsigma & \text{при } n_1>0\\ \sin\varsigma & \text{при } n_1\le 0\end{cases} \end{aligned}\right\} \qquad (28)$$

$\mathbf{R}_k$ и $\mathbf{E}_k$ - векторные параметры луча на входе в среду.

Компоненты более высокого порядка параметров луча внутри среды можно получить методом последовательных приближений. В этом случае решение дифференциального уравнения (25) сводится к вычислению интегралов [11]:

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{R}=S\int_0^{\varsigma}C\mathbf{b}d\varsigma-C\int_0^{\varsigma}S\mathbf{b}d\varsigma\\ \mathbf{E}=C\int_0^{\varsigma}C\mathbf{b}d\varsigma+S\int_0^{\varsigma}S\mathbf{b}d\varsigma \end{aligned}\right\} \qquad (29)$$

Входящие в выражения (29) интегралы были вычислены в приближении пятого порядка в работах [11,12] и в приближении седьмого порядка в работе [13]. Используя результаты этих работ, а также следуя пути, предложенному выше для определения точки выхода псевдолуча из однородной среды, определяют компоненты различных порядков малости векторов $\mathbf{R}_{k+1}$ и $\mathbf{E}_{k+1}$ на выходе из неоднородной среды. После того как найдены эти компоненты, с помощью соотношений (20) осуществляют обратный переход к векторам $\boldsymbol{\rho}_{k+1}$ и $\boldsymbol{\varepsilon}_{k+1}$, т.е. тем самым находят компоненты различных порядков выходных параметров псевдолуча из радиально-градиентной среды, ограниченной сферическими поверхностями.

Список литературы

1 Sands P.J. // J. Opt. Soc. Am.. 1970. V.60. N.11. P.1436-1443.

2 Fantone S.D. // J. Opt. Soc. Am. 1983. V.73. N.9. P.1149-1161.

3 Buchdahl H.A. Optical Aberration Coefficients. NY., 1969.

4 Бутусов М.М., Грейсух Г.И., Степанов С.А. // Опт. и спектр.1984. Т.56. Вып.4. С.752-754.

5 Герцбергер М. Современная геометрическая оптика. М., 1962. 487с.

6 Грейсух Г.И., Ефименко И.М., Степанов С.А, Оптика градиентных и дифракционных элементов. М., 1990. 136 с.

7 Бобров С.Т., Грейсух Г.И., Туркевич Ю.Г. Оптика дифракционных элементов и систем. Л., 1986. 223 с.

8 Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М., 1977. 832 с.

9 Moore D.T. // J. Opt. Soc. Am. 1975. V.65. N.4. P.451-455.

10 Адамс М. Введение в теорию оптических волноводов. М., 1984. 512 с.

11 Marchand E.W. // Appl. Opt. 1985. V.24. N.24. P.4371- 4374.

12 Marchand E.W. // Appl.Opt. 1988. V.27. N.3. P.465-467.

13 Bociort F., Kross J. // SPIE. 1992. V.1780. Lens and Optical Design. P.216-225.

Computer-aided design of optical systems in the zone of higher-order aberrations

S.A. Stepanov, G.I. Greysukh

Abstract

The design in the area of higher order aberrations is most effective when the gradient and diffraction lenses are used as the power elements of the optical system. This is mainly caused by two reasons. First, the aberrational decomposition of such a system with a proper choice of the initial scheme converges quickly enough, due to this the elimination of aberrations of each subsequent order leads to a noticeable improvement in optical characteristics. Second, gradient and diffraction lenses provide for the selective correction of aberrations of various orders.

Citation: Stepanov SA, Greysukh GI. Computer-aided design of optical systems in the zone of higher-order aberrations. Computer Optics 1996; 16: 9-12.

References

[1] Sands PJ. J.Opt.Soc.Am.; 1970; 60(11): 1436-1443.
[2] Fantone SD. J.Opt.Soc.Am.; 1983; 73(9): 1149-1161.
[3] Buchdahl HA. Optical Aberration Coefficients. New York: 1969.
[4] Butusov MM, Greysukh GI, Stepanov SA. Optika i Spektroskopiya; 1984; 56(4): 752-754.
[5] Herzberger M. Modern geometric optics. Moscow: 1962; 487.
[6] Greysukh GI, Efimenko IM, Stepanov SA, Optics of gradient and diffraction elements; Moscow: 1990; 136.
[7] Bobrov ST, Greysukh GI, Turkevich YG. Optics of diffraction elements and systems; Leningrad; 1986; 223.
[8] Korn G, Korn T. Reference book in mathematics; Moscow: Nauka Publisher; 1977; 832.
[9] Moore DT. J.Opt.Soc.Am.; 1975; 65(4): 451-455.
[10] Adams MJ. An introduction to optical waveguides; Moscow: 1984; 512.
[11] Marchand EW. Appl.Opt.; 1985; 24(24): 4371- 4374.
[12] Marchand EW. Appl.Opt.; 1988; 27(3): 465- 467.
[13] Bociort F, Kross J. SPIE; 1992; 1780; Lens and Optical Design: 216-225.