
Котляр В.В., Панков И.А.

ОТРАЖАТЕЛЬНЫЕ ДИФРАКЦИОННЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ С БЛЕСКОМ КАК МНОГОКАНАЛЬНЫЕ ОСВЕТИТЕЛИ

Описан итеративный градиентный метод расчета отражательного дифракционного элемента с блеском (с пилообразным рельефом), который формирует заданное угловое распределение. Метод использует приближение Кирхгофа и применим для поверхностей с конечной проводимостью. Показано, что элементы с блеском удобны для получения бинарного рельефа.

1. Введение

Дифракционные оптические элементы (ДОЭ), которые генерируют регулярную картину световых пятен (точек) с одинаковой интенсивностью требуются в устройствах параллельной обработки информации [1,2]. Такие ДОЭ называются многоканальными осветителями (МО) (array illuminators). В качестве МО обычно используются бинарные фазовые дифракционные решетки, типа решеток Дамманна [3], которые обладают высокой энергетической эффективностью: около 70-80% падающей на элемент световой энергии идет на формирование требуемого числа дифракционных порядков. Число порядков может достигать 128X128, а отклонение от постоянной интенсивности в порядках не превышает 10% [2].

Расчет бинарных фазовых МО осуществляется, как правило либо с помощью методов Фурье-оптики [2], либо с помощью строгой электромагнитной теории [4]. В первом случае МО рассчитываются в приближении тонкого фазового транспаранта, который в каждой своей точке задает определенный фазовый сдвиг падающему на него световому полю. Во втором случае МО рассчитывается как отражательная поверхность с бесконечной проводимостью и микрорельефом в виде канавок прямоугольной формы. Заметим, однако, что постановки обратной задачи, в случае строго электромагнитного подхода, в литературе не описано.

В данной работе рассмотрен итеративный градиентный метод расчета отражательных МО с конечной проводимостью и в рамках теории Кирхгофа. Численно показано, что МО с блеском (с пилообразным рельефом) удобны как промежуточные для получения бинарных МО.

2. Дифракция Кирхгофа-Бекмана на рельефной поверхности.

В работе [5] в приближении дифракции Кирхгофа получено выражение для функции нормированного углового распределения комплексной амплитуды $\rho(\Theta_2)$, которое формируется в дальней зоне при отражении плоской волны от поверхности с гладким рельефом с высотой меньшей длины волны и описываемым функцией вида $\xi(x)$ (рис.1):

$$\rho(\Theta_2) = \frac{1}{4L \cos \Theta_1} \int_{-L}^L [a(x)\xi'(x) - b(x)] \exp\{i[s_x x + s_z \xi(x)]\} dx, \quad (1)$$

где $a(x) = (1 - r_F) \sin \Theta_1 + (1 + r_F) \sin \Theta_2$,

$b(x) = (1 + r_F) \cos \Theta_2 - (1 - r_F) \cos \Theta_1$,

$s_x = k(\sin \Theta_1 - \sin \Theta_2)$, $s_z = -k(\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2)$,

$k=2\pi/\lambda$ - волновое число света с длиной волны λ , $[-L, L]$ -участок освещенной поверхности, Θ_1 и Θ_2 -углы падения и дифракции соответственно, r_F - коэффициент отражения Френеля, который, например, для ТЕ-волны (электрический вектор перпендикулярен плоскости падения, см. Рис. 1) равен [6]:

$$r_{FTE} = \frac{\cos \theta - \sqrt{\tilde{n}^2 - \sin^2 \theta}}{\cos \theta + \sqrt{\tilde{n}^2 - \sin^2 \theta}}, \quad (2)$$

где $\theta = \Theta_1 - \arctg \xi'(x)$ - локальный угол падения на поверхность, $\xi'(x)$ - производная от функции рельефа поверхности, $\tilde{n} = n + i\tilde{k}$ - комплексный показатель, n - показатель преломления поверхности, \tilde{k} - коэффициент поглощения поверхности.

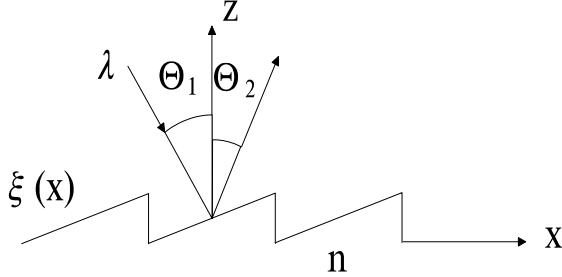


Рис. 1. Схема отражения плоской волны от рельефной поверхности

3. Градиентный метод расчета рельефа поверхности произвольного вида.

Сформулируем задачу поиска функции $\xi(x)$ по заданному угловому распределению интенсивности $i(\Theta_2) = |\rho_0(\Theta_2)|^2$ как вариационную задачу поиска минимума функционала невязки:

$$I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [|\rho_0(\Theta_2)| - |\rho(\Theta_2, \xi, \xi')|]^2 d\Theta_2, \quad (3)$$

где $|\rho_0|$ и $|\rho|$ - заданный и рассчитанный модули комплексной угловой амплитуды. Будем находить экстремум критерия (3) методом Релея-Ритца [7]. Для этого искомую функцию рельефа $\xi(x)$ приближенно можно представить как линейную комбинацию некоторых известных базисных функций:

$$\xi(x) \approx \sum_{n=1}^N c_n \psi_n(x). \quad (4)$$

Далее коэффициенты суммы (4) рассматриваются как параметры, подбором которых можно минимизировать функционал (3). Поиск коэффициентов c_n выполняется с помощью известной итеративной процедуры:

$$c_n^{(k+1)} = c_n^{(k)} - \tau_n \frac{\partial I}{\partial c_n^{(k)}}, n = 1..N \quad (5)$$

где $c_n^{(k)}$ и $c_n^{(k+1)}$ - коэффициенты суммы (4), вычисленные на k -ом и $(k+1)$ -ом шагах соответственно, τ_n - шаг n -го уравнения, который ищется обычной линейной процедурой [8] из условия локального минимума функционала (3). Производные, входящие в уравнение (5), имеют вид:

$$\frac{\partial I}{\partial c_n} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(1 - \frac{|\rho_0|}{|\rho|}\right) \left(\rho^* \frac{\partial \rho}{\partial c_n} + \rho \frac{\partial \rho^*}{\partial c_n}\right) d\Theta_2 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial c_n} = \frac{1}{4L \cos \Theta_1} \int_{-L}^L \left[\xi' \frac{\partial a}{\partial c_n} + a \frac{\partial \xi'}{\partial c_n} - \frac{\partial b}{\partial c_n} + (ia\xi' - ib)s_z \frac{\partial \xi}{\partial c_n} \right] \exp\{i[s_x x + s_z \xi(x)]\} dx \quad (7)$$

$$\frac{\partial a}{\partial c_n} = (\sin \Theta_2 - \sin \Theta_1) \frac{\partial r_F}{\partial c_n}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial b}{\partial c_n} = (\cos \Theta_2 + \cos \Theta_1) \frac{\partial r_F}{\partial c_n}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial c_n} = \psi_n, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \xi'}{\partial c_n} = \frac{d\psi_n}{dx}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial r_F}{\partial c_n} = \frac{2r_F \sin \theta}{\cos \theta + \sqrt{\tilde{n}^2 - \sin^2 \theta}} \frac{\partial \theta}{\partial c_n}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial c_n} = \left[1 + (\xi')^2\right] \frac{\partial \xi'}{\partial c_n}. \quad (13)$$

4. Градиентный метод расчета пилообразного рельефа.

Рассмотрим частный вариант описанного выше метода, примененный для отражательной поверхности с пилообразным рельефом. Пусть освещенный участок поверхности $[-L, L]$ разбит на N отрезков равной длины 2Δ , на которых пилообразный рельеф не меняет угол наклона образующей ω_n . Тогда функция $\xi(x)$ представима в виде:

$$\xi(x) = \sum_{n=1}^N \text{rect}\left(\frac{x-2n\Delta}{\Delta}\right) [\alpha_n(x-2n\Delta) + \varphi_n], \quad (14)$$

где $\alpha_n = \text{tg} \omega_n$, φ_n - величина смещения по оси z от некоторой плоскости (см. Рис. 2), $\text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) = \begin{cases} 1, & x \in [-a, a] \\ 0, & x \notin [-a, a] \end{cases}$.

Подставив функцию пилообразного рельефа (14) в уравнение (1), получим конкретный вид углового распределения амплитуды рассеяния:

$$\rho(\Theta_2) = \sum_{n=1}^N Q_n(\Theta_2) \exp\{-i\gamma_n g(\Theta_2)\} \quad (15)$$

где

$$Q_n(\Theta_2) = \frac{\Delta \sqrt{1 + \alpha_n^2}}{2L \cos \Theta_1} \left[(1 - r_n) \cos(\Theta_1 - \omega_n) - (1 + r_n) \cos(\Theta_2 + \omega_n) \right] \text{sinc} \left\{ 2k\Delta \sqrt{1 + \alpha_n^2} \cos \left(\frac{\Theta_1 + \Theta_2}{2} \right) \right\} \exp \left\{ 2ink\Delta (\sin \Theta_1 - \sin \Theta_2) \right\}, \quad (16)$$

$\gamma_n = \frac{\varphi_n}{\Delta}$, $g(\Theta_2) = k\Delta(\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2)$, r_n - коэффициент отражения Френеля r_F на n -ом отрезке поверхности.

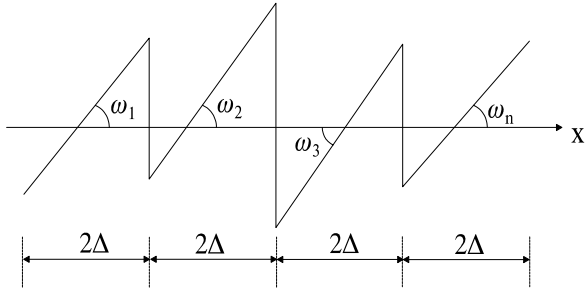


Рис. 2. Пример пилообразного рельефа отражающей поверхности

Обозначив $g(\Theta_2)=x$, вместо (15) получим:

$$\rho(x) = \sum_{n=1}^N Q_n(x) \exp\{-i\gamma_n x\} \quad (17)$$

Уравнение (17) показывает, что функция $\rho(\Theta_2)$ является результатом суперпозиции вкладов от каждой ячейки разбиения. Каждый индивидуальный вклад пропорционален sinc-функции, максимальное значение которой достигается при углах дифракции $\Theta_{2n} = -2\omega_n + \Theta_1$. Эффективная угловая ширина sinc-функции пропорциональна величине

$$\frac{2k\Delta}{\sin \omega_n} \sin(\omega_n - \Theta_1).$$

Если выбрать углы наклона ω_n образующих рельефа так, что все порядки дифракции (слагаемые в сумме (17)) пространственно разделяются между собой в дальней зоне, то синтез поверхности МО в этом случае тривиален.

Поверхность МО будет иметь вид, показанный на Рис. 3а.

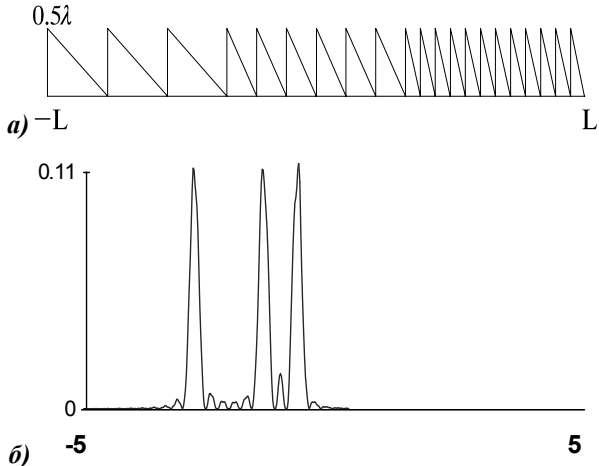


Рис. 3. Пилообразный рельеф поверхности (а) и угловое распределение интенсивности отраженного света (б)

Вся поверхность в этом примере разделена на три равных отрезка, в каждом из которых угол наклона пилообразного рельефа постоянен, а высота рельефа постоянна и равна $\lambda/2$. Расчет дифракции

плоской ТЕ-волны на такой поверхности ($\Theta_1=0$) показал, что формируются три дифракционных порядка равной интенсивности (рис.3б). Если на углы ω_n не накладывать специальных условий, то задачу можно сформулировать в общем случае для расчета МО с блеском. Пусть параметры Δ и α_n фиксированы, а свободными параметрами являются только γ_n . Рассмотрим опять вариационную задачу на поиск минимума функционала (3), который будет зависеть от параметров γ_n :

$$I(\gamma_n) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [|\rho_0(\Theta_2)| - |\rho(\Theta_2, \gamma_n)|]^2 d\Theta_2 \quad (18)$$

Вместо градиентной процедуры поиска (5) в данном случае будем иметь

$$\gamma_n^{(k+1)} = \gamma_n^{(k)} - \tau_n \frac{\partial I}{\partial \gamma_n^{(k)}}, n = 1..N \quad (19)$$

где

$$\frac{\partial I}{\partial \gamma_n} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(1 - \frac{|\rho_0|}{|\rho|}\right) \left(\rho^* \frac{\partial \rho}{\partial \gamma_n} + \rho \frac{\partial \rho^*}{\partial \gamma_n}\right) d\Theta_2 \quad (20)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \gamma_n} = -i \sum_{n=1}^N Q_n(\Theta_2) g(\Theta_2) \exp\{-i\gamma_n g(\Theta_2)\}. \quad (21)$$

Оптимальные величины шагов τ_n в уравнениях (19) находятся с помощью линейного поиска минимального значения функционала (18) на каждом шаге итерации [8].

5. Численные примеры.

Удобство использования МО с пилообразным рельефом видно из следующего примера. На Рис. 4а показан бинарный профиль отражательного МО, высота рельефа которого равна $\lambda/4$ и который получен путем бинаризации пилообразного рельефа, показанного на Рис. 3а.

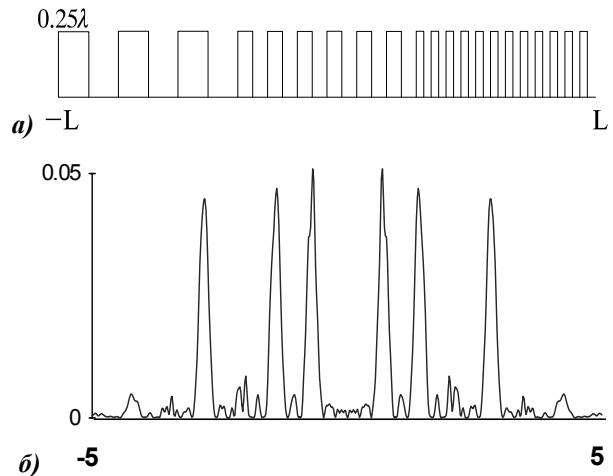


Рис. 4. Бинарный профиль поверхности (а) и угловое распределение интенсивности отраженного света (б)

Результат расчета дифракции плоской ТЕ-волны на поверхности с таким рельефом (рис.4а) показан на Рис. 4б. По оси ординат отложены значения отношения интенсивности рассеянного на поверхности света к суммарной интенсивности падающего света. По оси абсцисс отложены углы рассеяния в градусах. Вместо трех порядков равной интенсивности (рис.3б) формируются шесть порядков также равной интенсивности (рис.4б). Параметры моделирования: $L=0.25$ мм, $\lambda=0.63$ мкм, $\tilde{n} = n + ik$, $n = \infty$, $\tilde{k} = 0$ -случай бесконечной проводимости, $\Theta_1=0$, $M=512$ -общее число отсчетов.

Минимальный период модуляции рельефа около 10λ . Интересно отметить, что если высота рельефа отличается от заданного значения $\lambda/4$, то это приводит только к появлению нулевого порядка и уменьшению энергетической эффективности МО, но распределение интенсивности между рабочими порядками не меняется. На Рис. 5а,б показано угловое распределение интенсивности $|\rho(\Theta_2)|^2$, рассчитанное для поверхности с рельефом, показанным на Рис. 4а, но высота которого отличается от заданной величины $\lambda/4$ на 10% (рис.5а) и на 20% (рис.5б).

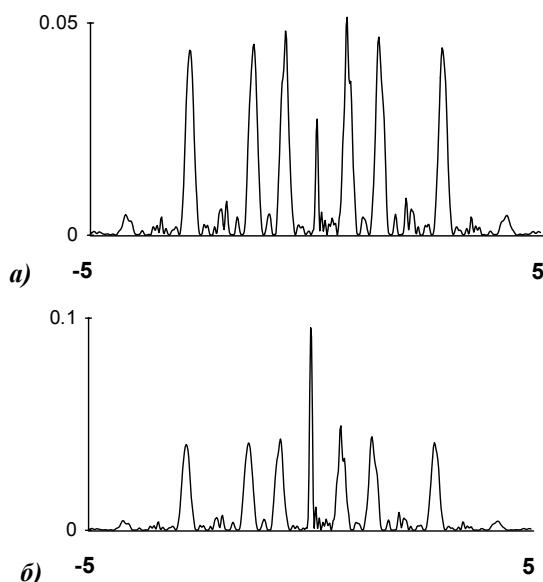


Рис. 5. Угловое распределение интенсивности света, отраженного от поверхности с бинарным рельефом с высотой: $\lambda/4+\lambda/40$ (а) и $\lambda/4+\lambda/20$ (б)

Бинарный профиль МО, показанный на Рис. 4а достаточно устойчив к изменению угла падения Θ_1 .

На Рис. 6 показано угловое распределение интенсивности при угле падения десять градусов. Из сравнения Рис. 6 и Рис. 4б видно, что при возрастании угла падения, произошло только смещение порядков по угловой координате, а распределение интенсивности между ними почти не изменилось. При изменении угла падения в диапазоне от минус десяти градусов до десяти градусов распределение интенсивности по порядкам изменялось не более чем на 10%.

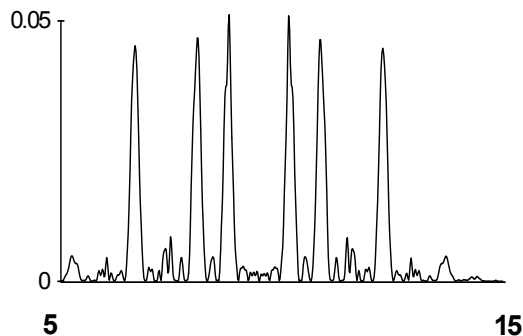


Рис. 6. Угловое распределение интенсивности света, отраженного от бинарной решетки под углом 10 градусов.

Литература.

- [1] Streibl N. Beam shaping with optical array generators // J.Mod. Opt., v.36, p.1559-1573 (1989)
- [2] A.Vasara, M.R.Taghizdeh, J.Turunen et. al. Binary surface-relief gratings for array illumination in digital optics // Appl. Opt., v.31, no 17, p.3320-3336 (1992)
- [3] H.Dammann, K.Gortler. High-efficiency in line multiple imaging by means of multiple phase holograms // Opt. Commun., v.3, p.312-315 (1971)
- [4] R.Petit. Electromagnetic theory of gratings, v.22, of Topics in Current Physics, Springer-Verlag, Berlin, 1980
- [5] P.Beckmann, A.Spizzichio. The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces. Pergamon Press, Oxford, 1963
- [6] М.Борн, Э.Вольф. Основы оптики, Москва, Наука, 1973
- [7] Г.Корн, Т.Корн. Справочник по математике, Москва, Наука, 1968
- [8] R.Fienup. Phase-relief algorithm for a complicated optical system // Appl. Opt.,v.32, N 10, p.1737-1746 (1993)

Glossy reflective diffraction elements used as multi-channel illuminators

V.V. Kotlyar, I.A. Pankov

Abstract

An iterative gradient method for the design of a glossy reflective diffraction element (with a sawtooth relief) forming a given angular distribution, is described. The method uses the Kirchhoff approximation and is applicable for the surfaces with finite conductivity. It has been shown that glossy elements are convenient for making a binary relief.

Citation: Kotlyar V.V., Pankov I.A. Glossy reflective diffraction elements used as multi-channel illuminators. Computer Optics 1996; 16: 40-43.

References

- [1] Streibl N. Beam shaping with optical array generators. J.Mod. Opt.; 1989; 36: 1559-1573.
- [2] Vasara A, Taghizadeh MR, Turunen J et. al. Binary surface-relief gratings for array illumination in digital optics. Appl. Opt.; 1992; 31(17): 3320-3336.
- [3] Dammann H, Gortler K. High-efficiency in line multiple imaging by means of multiple phase holograms. Opt. Commun.; 1971; 3: 312-315.
- [4] Electromagnetic theory of gratings: Topics in current physics; Ed. by Petit R; New York: SpringerVerlag; 1980; 22.
- [5] Beckmann P, Spizzichio A. The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces; Oxford: Pergamon Press; 1963.
- [6] Born M, Wolf E. Basics of optics; Moscow: Nauka Publisher; 1973.
- [7] Korn G, Korn T. Reference book in mathematics; Moscow: Nauka Publisher; 1977; 832.
- [8] Fienup R. Phase-relief algorithm for a complicated optical system. Appl.Opt.; 1993; 32(10): 1737- 1746.