

---

*Ратис Ю.Л., Леонович Г.И.*

**ДИФРАКЦИЯ СВЕТОВОГО ПОТОКА  
НА ЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ ВОЛОКОННО - ОПТИЧЕСКИХ  
И ОПТИКОЭЛЕКТРОННЫХ ДАТЧИКОВ МЕХАНИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ**

**1. ВВЕДЕНИЕ**

При создании волоконно-оптической и оптоэлектронной датчиковой аппаратуры для измерения перемещений, положения, деформаций и других механических величин разработчикам всегда приходится учитывать особенности распространения светового потока через оптический тракт (ОТ) измерительного прибора.

При прохождении через ОТ излучение подвергается преобразованию в виде изменения интенсивности, фазы, направленности, поляризации или длины волны. Отраженный, пропущенный или переизлученный световой поток на выходе из ОТ поступает в фотоприемник, который выдает электрический сигнал, содержащий измерительную информацию.

К числу наиболее трудно устранимых источников погрешностей в оптическом тракте, ограничивающих точностные характеристики датчиков, относятся дифракционные явления [1,2]. В качестве примера влияния дифракции на форму и характер изменения несущего информацию сигнала рассмотрим упрощенную схему оптоэлектронного датчи-

ка линейных перемещений (рис.1), описанного в [2]. Параллельный световой поток от осветителя поступает на кодирующую шкалу 1, соединенную с объектом измерения. Кодирующая шкала (КШ) представляет собой оптически непрозрачную линейку (например, из металлической фольги) в которой вырезаны окна прозрачности. При линейном перемещении х КШ происходит амплитудная модуляция светового потока  $\Phi(x)$ , направляемого далее на неподвижный считывающий элемент (СчЭ) 2. В качестве источника излучения, как правило, используются лампы накаливания, электролюминесцентные диоды (светодиоды) или полупроводниковые лазеры, различающиеся между собой энергетическими, спектральными, фазовыми и пространственными характеристиками светового потока. Излучение, имеющее определенную диаграмму направленности, подводится к КШ волоконно-оптическими световодами или стандартными линзовыми оптическими системами. СчЭ воспринимает модулированный световой поток, который является носителем информации. Оптико-электронное преобразование осуществляется либо непосредственно в СчЭ, либо

передается через оптическое волокно на изолированный фотоприемник (ФП). Код перемещения формируется путем реверсивного подсчета проходящих перед СЧЭ окон КШ и аналого-цифрового преобразования сигнала с выхода ФП, соответствующего определенной доле периода нанесения окон КШ. При этом должны выдерживаться следующие геометрические соотношения между окнами КШ и СЧЭ:  $a_1 = a_2 = a_0/2$ ,  $h_1 > h_2$ ,  $d = 50...500$  мкм, где  $a_1$ ,  $h_1$ ,  $a_2$ ,  $h_2$  -ширина и высота окон КШ и СЧЭ соответственно,  $a_0$  - период КШ,  $d$  - расстояние от КШ до СЧЭ (см. рис. 1). На рис. 2а пунктирной линией показаны эпюры сигнала с ФП, которые должны получиться при отсутствии инструментальных погрешностей, шумов излучателя и ФП, а также дифракции и рассеивания светового потока. Реальный сигнал, показанный сплошной линией, имеет ярко выраженные нелинейные участки в основаниях и вершинах "треугольников". При аналого-цифровом преобразовании они создают ограничения по количеству достоверных разрядов кода перемещения

$$n = \log_2(U_m(x)/\Delta U_{max}(x)) - 1 \quad (1)$$

где  $U_m(x)$  - амплитуда сигнала, а  $\Delta U_{max}(x)$  - максимальное значение отклонения (погрешности) амплитуды сигнала

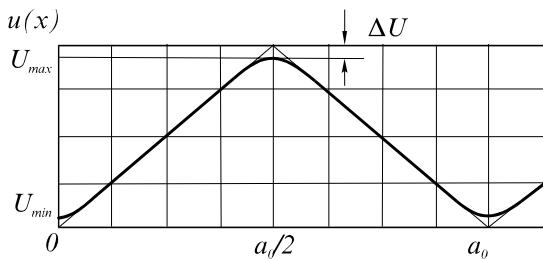


Рис. 1

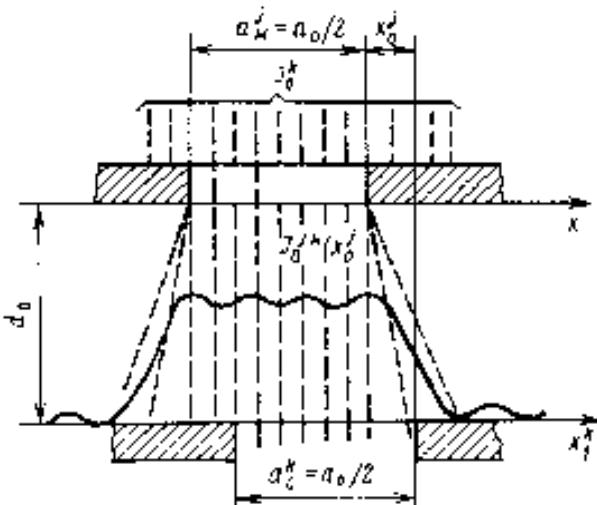


Рис. 2

Характер возникновения нелинейностей вследствие дифракции светового потока на доста-

точно широкой прямоугольной щели, а также погрешности, возникающие за счет искажения формы щели, можно оценить, пользуясь математическим аппаратом, описанным в [5]. Целью настоящей работы является исследование влияния дифракции светового потока на КШ и СЧЭ на амплитуду регистрируемого сигнала  $U_m(x)$  с учетом инструментальных погрешностей и разработка способов расчета и компенсации возникающих при этом нелинейных искажений.

## 2. ОСНОВНОЙ ФОРМАЛИЗМ

В многих работах по оптикоэлектронным датчикам перемещений для расчета функции  $U_m(x)$  ошибочно используется приближение дифракции Фраунгофера, в то время как реальные геометрические размеры окон датчиков соизмеримы с расстоянием от КШ до СЧЭ и, следовательно, мы имеем дело с дифракцией Френеля. Дифракция Френеля имеет место несмотря на то, что падающую на КШ световую волну можно считать плоской; детально этот вопрос освещен в работе [5].

Пусть параллельный монохроматический пучок света падает на диафрагму под малым углом  $\theta$  к оси  $Z$ , перпендикулярной плоскости, в которой расположена КШ.

Используя обозначения и конвенции работы [5], представим комплексную амплитуду  $U_p$  дифрагированной волны в точке наблюдения  $P$  в следующем виде:

$$U_p = \int \frac{ku(x,y,z)}{2\pi i R} e^{ikR} df_n \quad (2)$$

где  $k$  - волновой вектор,  $R = \sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + (Z-z)^2}$ ,  $X, Y, Z$  - координаты точки наблюдения  $P$ ,  $U(x,y,z)$  - амплитуда световой волны на отверстии в экране (т.е. одном из отверстий в КШ), через который проходит световой поток,  $x, y, z$  - координаты точек волновой поверхности, по которой и производится интегрирование,  $df_n$  - проекция элемента площади волновой поверхности на плоскость, перпендикулярную направлению волнового вектора  $k$  [5]. Расчет амплитуды  $U_p$  проведем в приближении Кирхгофа, в рамках которого малость угла дифракции приводит к тому, что в интеграл (2) существенный вклад дает только небольшая часть волновой поверхности, уравнение которой имеет вид  $z=0$ .

В этом случае

$$\sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + (Z-z)^2} \approx Z + \frac{1}{2} \cdot \frac{(X-x)^2 + (Y-y)^2}{Z} \quad (3)$$

В первом приближении будем считать, что отверстия в КШ имеют прямоугольную форму. Тогда соответствующая интенсивность светового потока  $I_p(X, Y, Z)$  выражается через стандартные интегралы Френеля  $C$  и  $S$ :

$$I_p(X, Y, Z) = \frac{u_0^2}{4} \cdot \cos^2 \theta \cdot \\ \cdot \left\{ [C(X_+) + C(X_-)]^2 + [S(X_+) + S(X_-)]^2 \right\} \cdot \\ \cdot \left\{ [C(Y_+) + C(Y_-)]^2 + [S(Y_+) + S(Y_-)]^2 \right\} \quad (4)$$

причем  $U_0$ -амплитуда световой волны на поверхности КШ, и, кроме того:

$$X_{\pm} = \sqrt{\frac{k}{\pi \cdot Z}} \cdot \left[ \frac{a}{2} \pm \left( X - \frac{k_x Z}{k} \right) \right] \quad (5)$$

$$Y_{\pm} = \sqrt{\frac{k}{\pi \cdot Z}} \cdot \left[ \frac{b}{2} \pm \left( Y - \frac{k_y Z}{k} \right) \right] \quad (6)$$

причем в формулах (5) и (6) предполагается, что  $a$  - ширина щели, а  $b$  - ее длина.

В случае неидеальной квазипрямоугольной щели поправка  $\delta U_p$  первого порядка к невозмущенной амплитуде  $U_p$  может быть рассчитана по теории возмущений. Полагая, что отклонение правого края щели от вертикальной прямой  $x = \frac{a}{2}$  задано функцией  $\delta a(y)$  мы без труда получаем выражение для  $\delta U_p$ :

$$\delta U_p = \frac{k_z}{2\pi i} \cdot \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} dy \delta a(y) \cdot u_0 \cdot e^{ik_x \frac{a}{2}} \cdot e^{ik_y y} \cdot \\ \cdot \frac{\exp(ik\sqrt{(X - \frac{a}{2})^2 + (Y - y)^2 + Z^2})}{\sqrt{(X - \frac{a}{2})^2 + (Y - y)^2 + Z^2}} \quad (7)$$

Интеграл (7) легко оценивается методом стационарной фазы:

$$\delta U_p = \frac{k_z}{2\pi i} \cdot u_0 \cdot \frac{\exp(ikZ_R + ik_x \frac{a}{2})}{Z_R} \cdot \delta_R a(\tilde{Y}) \cdot \\ \cdot \sqrt{\frac{\pi Z_R}{k}} \cdot \exp(ik_y Y - \frac{k_y^2 Z_R}{2k}) \cdot \{ [C(\eta_+) + C(\eta_-)] + \\ + i[S(\eta_+) + S(\eta_-)] \} \quad (8)$$

где в свою очередь

$$Z_R = \sqrt{(X - \frac{a}{2})^2 + Z^2}, \\ \begin{cases} \eta_+ = \sqrt{\frac{k}{\pi Z_R}} \left( \frac{b}{2} + \tilde{Y} \right) \\ \eta_- = \sqrt{\frac{k}{\pi Z_R}} \left( \frac{b}{2} - \tilde{Y} \right) \end{cases} \quad (9)$$

$$\tilde{Y} = \begin{cases} Y + \frac{k_y Z_R}{k}, & -\frac{b}{2} \leq \tilde{Y} \leq \frac{b}{2} \\ \frac{b}{2}, & \tilde{Y} \geq \frac{b}{2} \\ -\frac{b}{2}, & \tilde{Y} \leq -\frac{b}{2} \end{cases}, \quad (10)$$

причем  $\delta_R a(\tilde{Y}) = 0$  при  $|\tilde{Y}| > b/2$ .

Совершенно аналогично вычисляются поправки к амплитуде  $U_p$ , обусловленные непрямолинейностью остальных сторон квазипрямоугольной щели.

Формулы (4) - (10) полностью решают поставленную задачу о нахождении амплитуды (или интенсивности) дифрагированного на КШ света в каждой точке фотоприемника.

Оптическая функция отклика  $U_m(x)$  представляет собой интеграл от задаваемой формулой (4) интенсивности  $I_p$  (с учетом поправок типа (8)) по площади фотоприемника. Этот интеграл может быть вычислен аналитически, но поскольку ответ чрезвычайно громоздок и выражается в виде разложения в ряд по вырожденным гипергеометрическим функциям, мы не приводим его в настоящей статье.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

На рис. 3, 4 представлены результаты численных расчетов интенсивности  $I_p$  и суммарного сигнала  $U_m(x)$  для случая падения зеленого света ( $\lambda=0.5$  мкм) на бесконечно длинную щель шириной  $a=50$  мкм при наличии зазора между КШ и СЧЭ  $d=50$  мкм.

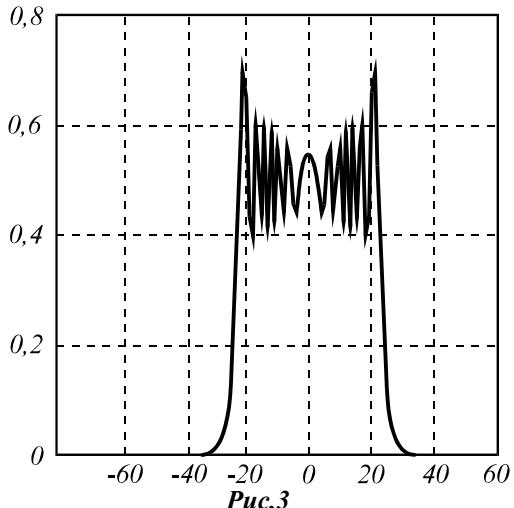


Рис.3

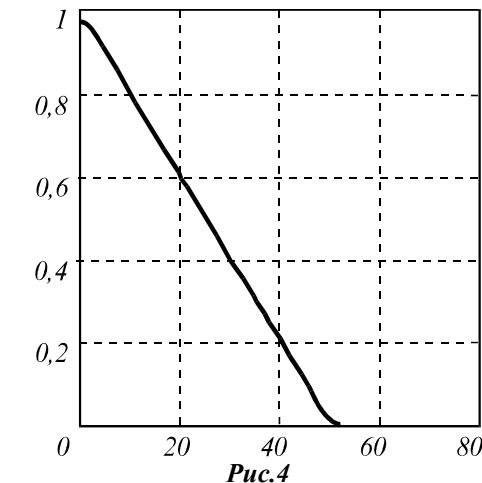


Рис.4

Из рисунков хорошо видно, что дифракционная картина носит ярко выраженный френелевский характер. Оптическая функция отклика  $U_m(x)$  нелинейна

при малых  $x$ , что позволяет сделать вывод об актуальности рассматриваемой в статье задачи, поскольку наибольшие относительные погрешности датчиковая аппаратура выдает именно для малых значений угловых или линейных перемещений, наиболее интересных с прикладной точки зрения. Многочисленные расчеты, не приводимые в настоящей статье, показали, что вариации длин волн падающего света, а также замена монохроматического пучка на белый свет не меняют основных качественных выводов.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Резюмируем вышесказанное следующим образом:

1. Показано, что при анализе и синтезе оптико-электронных датчиков перемещений дифракция светового потока на КШ и СЧЭ является дифракцией Френеля.

2. Построены аналитические выражения для интенсивности светового потока и интегрального сигнала  $U_m(x)$ .

3. Проведен численный анализ влияния дифракционных и инструментальных погрешностей на работу оптикоэлектронных датчиков перемещений.

4. Показано, что учет дифракционных явлений позволяет существенно улучшить точность датчиковой аппаратуры.

Представляется весьма перспективным использование разработанного формализма для решения задачи синтеза оптикоэлектронных датчиков перемещений с минимальной нелинейностью оптической функции отклика.

#### 5. ЛИТЕРАТУРА.

1. Фотоэлектрические преобразователи информации / под редакцией Л.Н.Преснухина, М., Машиностроение, 1974, 375 с.

2. Домрачев В.Г., Мейко Б.С., Цифровые преобразователи угла: принципы построения, теория, точность, методы контроля. М., Энергоатомиздат, 1984, 328 с.

3. Аш Ж. и др. Датчики измерительных систем (в двух книгах), кн. 1 (2), перевод с франц., М., Мир, 1982, 480 с. (424 с.).

4. Ландсберг Г.С., Оптика, М., Наука, 1976, 928 с.

5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Теория поля, М., Наука, 1973, 504 с.

# **Light flux diffraction on sensitive elements of fiber-optic and optoelectronic sensors of mechanical displacements**

*Y.L. Ratis, G.I. Leonovich*

## ***Abstract***

When developing fiber-optic and optoelectronic sensor equipment for measuring displacements, position, deformations, and other mechanical quantities, the developers always have to take into account the peculiarities of the propagation of light flux through the optical path (OP) of the measuring device. When passing through the OP, the radiation is transformed by changing the intensity, phase, directivity, polarization or wavelength. The reflected, transmitted or re-emitted light flux leaves the OP and enters the photodetector, which produces an electrical signal containing the measurement data.

***Citation:*** Ratis YL, Leonovich GI. Light flux diffraction on sensitive elements of fiber-optic and optoelectronic sensors of mechanical displacements. Computer Optics 1996; 16: 74-77.

## ***References***

- [1] Photoelectric information converters. Ed. by Presnukhin LN. Moscow: Mashinostroenie Publisher; 1974; 375.
- [2] Domrachev VG, Meiko BS, Digital angle converters: design concepts, accuracy, theory, and verification methods. Moscow: Ergoatomizdat; 1984; 328.
- [3] Ash J. et al. Sensors of measuring systems (in two books); Moscow: Mir Publisher; 1982; 1: 480(424).
- [4] Landsberg GS. Optics, Moscow: Nauka Publisher; 1976; 928.
- [5] Landau LD, Lifshits EM. Field Theory, Moscow: Nauka Publisher; 1973; 504.