
**ДИФРАКЦИОННЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ,
СОГЛАСОВАННЫЕ С МОДАМИ ГАУССА-ЛАГЕРРА**

*С.Н. Хонина, В.В. Котляр и В.А. Сойфер
Институт систем обработки изображений РАН*

Аннотация

Разработаны и исследованы итеративные алгоритмы расчета фазового оптического элемента, формирующего световые пучки Гаусса-Лагерра с заданным модовым составом, в том числе одномодовые пучки. Показано, что для эффективного формирования отдельных мод Гаусса-Лагерра можно использовать фазовые элементы, пропускание которых равно знаковой функции от соответствующего обобщенного многочлена Лагерра. Приведены результаты численного моделирования.

Введение

Моды определяются как устойчивые при распространении в волноводной среде световые пучки. Моды не расплываются и не изменяют пространственной структуры в процессе распространения в своей среде, а лишь приобретают фазовый набег [1].

Рассматриваемые моды Гаусса-Лагерра сохраняют свою структуру и в свободном пространстве, изменяясь лишь масштабно.

Актуальной задачей является создание приборов, формирующих эталоны модовых пучков, и приборов, измеряющих модовый состав имеющихся многомодовых пучков. Такие приборы смогут осуществить индивидуальное возбуждение, измерение и обнаружение мод когерентного излучения.

В работах [1-3] в качестве таких приборов рассматриваются дифракционные оптические элементы (ДОЭ), рассчитанные с помощью методов компьютерной оптики. Особый интерес представляют фазовые ДОЭ, имеющие повышенную энергетическую эффективность и многоканальный характер работы, позволяющий сформировать несколько модовых пучков.

В отличие от метода кодирования с пространственной несущей частотой, рассмотренного в [1], и итеративного метода с использованием вспомогательной области, приведенного в [2], в данной работе используется метод, разработанный в [3]. Он состоит в итеративной аппроксимации функции пропуска ДОЭ конечной суммой гауссовых мод. Однако, в [3,4] были рассмотрены только радиально-симметричные моды Гаусса-Лагерра. В данной работе этот метод применен к обобщенным модам Гаусса-Лагерра. Такое расширение метода позволяет с высокой эффективностью формировать модовые пучки, поперечное сечение которых представляет собой заданное изображение.

Кроме того, хотя рассматриваемый метод работает тем лучше, чем больше задействовано мод в пучке, он работоспособен и при формировании одномодового пучка. В этом случае за одну итерацию получается ДОЭ с фазовой функцией, пропорциональной знаковой функции моды. Показано, что для эффективного формирования отдельных мод Гаусса-Лагерра можно использовать фазовые элементы, пропускание которых равно знаковой функции соответствующего многочлена Лагерра.

1. Итеративный алгоритм расчета фазовых формирователей пучков Гаусса-Лагерра

Алгоритм, рассмотренный в [3,4], в случае обобщенных мод Гаусса-Лагерра выглядит следующим образом. Задача состоит в том, чтобы рассчитать фазу $\varphi(x,y)$ дифракционного оптического элемента, удовлетворяющую соотношению

$$A_0(x,y) \exp[i\varphi(x,y)] = \sum_{n=0}^N \sum_{m \leq n} C_{nm} S_{nm}(r,\theta), \quad (1.1)$$

в котором $S_{nm}(r,\theta)$ - обобщенная функция Гаусса-Лагерра:

$$S_{nm}(r,\theta) = \frac{2\sqrt{\pi(n-m)!}}{a\sqrt{(n!)^3}} \left(\frac{r}{a}\right)^m \times \exp\left[-(r/a)^2/2\right] L_n^m\left((r/a)^2\right) \exp[\pm im\theta] \\ r^2 = x^2 + y^2, \quad \theta = \arctg \frac{y}{x} \quad (1.2)$$

где $L_n^m(x) = (-1)^m \frac{d^m}{dx^m} [L_{m+n}(x)]$ - обобщенный многочлен Лагерра, $A_0(x,y)$ - известная амплитуда осевого пучка, модули коэффициентов $|C_{nm}|$ задаются произвольно, а аргументы C_{nm} являются свободными параметрами задачи. Квадраты модулей коэффициентов $|C_{nm}|^2$ характеризуют энергетический вклад каждой моды в пучок.

Функции Гаусса-Лагерра ортогональны

$$\int_0^{2\pi\infty} \int_0^\infty S_{nm}(r,\theta) S_{kl}(r,\theta) r dr d\theta = \delta_{nk} \delta_{ml}, \quad (1.3)$$

где $\delta_{nm} = \begin{cases} 1, n=m \\ 0, n \neq m \end{cases}$ - символ Кронекера.

Для удобства перепишем уравнение (1.1) в полярных координатах (r,θ) :

$$f(r,\theta) = A_0(r,\theta) \exp[i\varphi(r,\theta)] = \sum_{n=0}^N \sum_{m \leq n} C_{nm} S_{nm}(r,\theta), \quad (1.4)$$

Тогда коэффициенты в уравнении (1.4) вычисляются по формуле:

$$C_{nm} = \int_0^{2\pi\infty} \int_0^\infty A_0(r,\theta) \exp[i\varphi(r,\theta)] \times S_{nm}^*(r,\theta) r dr d\theta \quad (1.5)$$

Предлагаемый итеративный алгоритм основан на последовательном вычислении сумм (1.4) и интегралов (1.5) с помощью алгоритма быстрого преобразования Фурье с наложением соответствующих ограничений. Так, на k -ой итерации рассчитанные коэффициенты $C_{nm}^{(k)}$ заменяются на $\bar{C}_{nm}^{(k)}$ следующим образом

$$\bar{C}_{nm}^{(k)} = D_{nm} C_{nm}^{(k)} |C_{nm}^{(k)}|^{-1}, \quad (1.6)$$

где D_{nm} - неотрицательные числа, характеризующие распределение энергии между модами. Огра-

ничения типа (1.6) характерны для итеративного алгоритма Герцберга-Секстона [5]. Однако, для улучшения сходимости можно применять модификации замены (1.6), вводя некоторый коэффициент адаптивности $0 < \alpha \leq 1$:

$$\bar{C}_{nm}^{(k)} = \begin{cases} \left[D_{nm} - \alpha \left(|C_{nm}^{(k)}| - D_{nm} \right) \right] \times \\ \times C_{nm}^{(k)} |C_{nm}^{(k)}|^{-1}, (n, m) \in \Omega \\ 0, (n, m) \notin \Omega \end{cases} \quad (1.7)$$

или

$$\bar{C}_{nm}^{(k)} = \begin{cases} \left[D_{nm} - \alpha \left(|C_{nm}^{(k)}| - D_{nm} \right) \right] \times \\ \times C_{nm}^{(k)} |C_{nm}^{(k)}|^{-1}, (n, m) \in \Omega, \\ C_{nm}^{(k)}, (n, m) \notin \Omega \end{cases} \quad (1.8)$$

где Ω - множество пар индексов, для которых отличны от нуля числа D_{nm} .

Таким образом, можно предложить следующий алгоритм для нахождения фазы оптического элемента $\varphi(r, \theta)$.

1. Начальная фаза выбирается как случайная величина $\varphi_0(r, \theta)$.

2. Пусть на k -ом шаге по формуле (1.4) получается значение k -ой фазы: $\varphi_k(r, \theta)$. Используя $\varphi_k(r, \theta)$, из уравнения (1.5) рассчитываются коэффициенты $C_{nm}^{(k)}$.

3. Затем они заменяются коэффициентами $\bar{C}_{nm}^{(k)}$, используя правило (1.6), (1.7) или (1.8).

4. Коэффициенты $\bar{C}_{nm}^{(k)}$ подставляются в (1.4).

В результате получается функция $f_k(r, \theta)$, аргумент которой служит последующей оценкой фазы

$$f_k(r, \theta) = \sum_{n=0}^N \sum_{m \leq n} \bar{C}_{nm}^{(k)} S_{nm}(r, \theta), \quad (1.9)$$

$$\varphi_{k+1}(r, \theta) = \arg\{f_k(r, \theta)\}$$

Переходим к 2. И так далее.

Сходимость алгоритма контролируется по средним отклонениям:

$$\delta_A = \left\{ \int_0^{2\pi} \int_0^\infty [A_0(r, \theta) - |f_k(r, \theta)|]^2 r dr d\theta \right\}^{\frac{1}{2}} \times \quad (1.10)$$

$$\times \left\{ \int_0^{2\pi} \int_0^\infty A_0^2(r, \theta) r dr d\theta \right\}^{-\frac{1}{2}},$$

$$\delta_C = \left\{ \sum_{n=0}^N \sum_{m \leq n} [D_{nm} - |C_{nm}^{(k)}|]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \times \quad (1.11)$$

$$\times \left\{ \sum_{n=0}^N \sum_{m \leq n} D_{nm}^2 \right\}^{-\frac{1}{2}},$$

Аналогично тому как это сделано в [4], можно показать, что ошибки (1.10) и (1.11) не возрастают:

$$\delta_A^{(k+1)} \leq \delta_A^{(k)}, \delta_C^{(k+1)} \leq \delta_C^{(k)}. \quad (1.12)$$

Функции Гаусса-Лагерра являются собственными функциями преобразования Фурье:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty S_{nm}(r, \theta) \exp[-ir\rho \cos(\theta - \nu)] r dr d\theta = (-1)^n (-i)^m S_{nm}(\rho, \nu), \quad (1.13)$$

что позволяет использовать их для эффективного ввода излучения в световые волокна [1]. Так, если мы сформировали световой пучок, сечение которого имеет вид заданного изображения, и который является суперпозицией мод Гаусса-Лагерра:

$$g(r, \theta) = \sum_{n=0}^N \sum_{m \leq n} C_{nm}^g S_{nm}(r, \theta), \quad (1.14)$$

то в зоне дифракции Фраунгофера или в фокальной плоскости линзы мы получим следующее изображение:

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}\{g(r, \theta)\} &= G(\rho, \nu) = \\ &= \sum_{n=0}^N \sum_{m \leq n} \lambda_{nm} C_{nm}^g S_{nm}(\rho, \nu), \end{aligned} \quad (1.15)$$

где \mathfrak{F} - обозначение Фурье-преобразования.

Следовательно, если в суперпозиции участвовали только моды с одинаковыми значениями собственных чисел

$$\lambda_{nm} = (-1)^n (-i)^m = \lambda_0, \quad (1.16)$$

то вид изображения в сечении пучка не меняется.

Из формулы (1.16) видно, что собственные числа функций Гаусса-Лагерра принимают всего четыре значения:

$$\begin{aligned} \lambda_{nm} = 1: & (n = 2k, m = 4l), (n = 2k + 1, \\ & m = 4l + 2), \\ \lambda_{nm} = -1: & (n = 2k, m = 4l + 2), (n = 2k + 1, \\ & m = 4l), \\ \lambda_{nm} = i: & (n = 2k, m = 4l + 3), (n = 2k + 1, \\ & m = 4l + 1), \\ \lambda_{nm} = -i: & (n = 2k, m = 4l + 1), (n = 2k + 1, \\ & m = 4l + 3), k, l = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (1.17)$$

Более наглядно распределение одинаковых значений собственных чисел в зависимости от номера функции Гаусса-Лагерра приведено в Таблице 1.

Таким образом, вполне реально подобрать такую суперпозицию мод Гаусса-Лагерра с одинаковыми собственными значениями, чтобы сформировать некоторое изображение, не меняющее своей структуры при прохождении Фурье-каскада. Заметим, что функции Гаусса-Лагерра с взаимно противоположной «закруткой» $\exp[\pm i\theta]$ имеют одинаковые собственные значения.

Таблица 1. Собственные значения для собственных функций Гаусса-Лагерра

m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1									
1	-1	i								
2	1	-i	-1							
3	-1	i	1	-i						
4	1	-i	-1	i	1					
5	-1	i	1	-i	-1	i				
6	1	-i	-1	i	1	-i	-1			
7	-1	i	1	-i	-1	i	1	-i		
8	1	-i	-1	i	1	-i	-1	i	1	
9	-1	i	1	-i	-1	i	1	-i	-1	i

Совокупность мод Гаусса-Лагерра с одинаковыми собственными значениями можно считать модовой группой, так как она также представляет собой собственную функцию преобразования Фурье.

2. Фазовые формирователи одномодовых пучков Гаусса-Лагерра

Понятно, что рассматриваемый метод работает тем лучше, чем больше задействовано членов в сумме (1.4), а следовательно мод в пучке. Имя больше степеней свободы, которыми являются фазы коэффициентов C_{nm} , мы точнее аппроксимируем желаемую функцию $f(r, \theta)$, в частности, амплитуду рассчитываемого ДОЭ $A_0(x, y)$.

Однако, данный метод работоспособен и при формировании одномодового пучка. В этом случае за одну итерацию (с дальнейшей стагнацией) конструируется ДОЭ с фазой, пропорциональной знаковой функции от многочлена Лагерра:

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}(r, \theta) &= \arg\{S_{nm}(r, \theta)\} = \\ &= \frac{\pi}{2} \left(1 - \operatorname{sgn}\left[L_n^m\left(\left(\frac{r}{a}\right)^2\right)\right] \right) \pm im\theta \end{aligned} \quad (2.1)$$

Покажем, что такая аппроксимация функции Гаусса-Лагерра является эффективной.

Выражение (2.1) для фазовой функции эквивалентно следующему выражению для амплитуды на участке $[-R, R]$, где R - размер апертуры, $t=(r/a)^2$:

$$\hat{S}_{nm}(t, \theta) = \operatorname{sgn}\left[L_n^m(t)\right] \exp(\pm im\theta) \quad (2.2)$$

Разложим функцию (2.2) по ортогональным многочленам Лагерра с «закруткой»:

$$\hat{S}_{nm}(t, \theta) = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q \leq p} \hat{C}_{pq}^{(nm)} L_p^q(t) \exp(\pm iq\theta) \quad (2.3)$$

и найдем коэффициенты разложения:

$$\begin{aligned} \hat{C}_{pq}^{(nm)} &= \sqrt{\frac{(p-q)!}{(p!)^3}} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \operatorname{sgn}\left[L_n^m(t)\right] e^{\pm im\theta} \times \\ &\times L_p^q(t) e^{\mp iq\theta} t^q e^{-t} dt d\theta = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{(p-q)!}{(p!)^3}} \int_0^{\infty} \operatorname{sgn}\left[L_n^m(t)\right] L_p^q(t) \cdot t^q e^{-t} dt \times \quad (2.4) \\ &= \sqrt{\frac{(p-m)!}{(p!)^3}} \left(\int_0^{\infty} \operatorname{sgn}\left[L_n^m(t)\right] L_p^m(t) \times \right. \\ &\left. \times t^m e^{-t} dt \right) = \hat{C}_{pm}^{(n,m)} \end{aligned}$$

Таким образом, ненулевыми являются только коэффициенты с таким же вторым индексом, что и раскладываемая функция $\hat{S}_{nm}(t, \theta)$.

Обозначив через $t_{k,n}$ нули многочлена $L_n^m(t_{k,n})=0$ и считая $t_{0,n}=0$, представим выражение (2.4) в виде суммы интегралов:

$$\begin{aligned} \hat{C}_{pm}^{(n,m)} &= \sqrt{\frac{(p-m)!}{(p!)^3}} \times \\ &\times \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \int_{t_{k,n}}^{t_{k+1,n}} t^m e^{-t} L_p^m(t) dt \end{aligned} \quad (2.5)$$

С учетом справочного интеграла [6]:

$$\int x^\alpha e^{-x} L_n^\alpha(x) dx = \frac{1}{n} x^{\alpha+1} e^{-x} L_{n-1}^{\alpha+1}(x) \quad (2.6)$$

вместо (2.5) получим следующее выражение для коэффициентов разложения (2.3):

$$\begin{aligned} \hat{C}_{pm}^{(n,m)} &= \frac{2}{p} \sqrt{\frac{(p-m)!}{(p!)^3}} \times \\ &\times \sum_{k=1}^n \left[(-1)^{k-1} (t_{k,n})^{m+1} e^{-t_{k,n}} L_{p-1}^{m+1}(t_{k,n}) \right] \end{aligned} \quad (2.7)$$

При этом коэффициенты $\hat{C}_{pq}^{(nm)}$ с $q \neq m$ равны нулю.

Рассмотрим пример. Пусть требуется сформировать моду Гаусса-Лагерра $S_{10}(t, \theta)$. Для этого разместим в плоскости $z=0$ фазовый элемент с пропусканием $\hat{S}_{10}(t) = \operatorname{sgn}\left[L_1^0(t)\right]$. Тогда, согласно уравнению (2.7) в пространстве за фильтром сформируется суперпозиция световых мод:

$$\begin{aligned}\hat{S}_{10}(t) &= \sum_{p=1}^{\infty} \hat{C}_{p0}^{(10)} L_p^0(t) = \\ &= 0,736 \cdot L_1^0(t) - 0,184 \cdot L_2^0(t) + \\ &+ 0,020 \cdot L_3^0(t) - 0,001 \cdot L_4^0(t) + \dots\end{aligned}\quad (2.8)$$

Освещая такой фазовый элемент коллимированным гауссовым пучком, получим согласно уравнению (1.13) в частотной плоскости световое поле с амплитудой, пропорциональной выражению ($a=1$ мм):

$$\begin{aligned}&\int_0^{\infty} e^{-r^2/2} \operatorname{sgn}[L_1^0(r^2)] J_0(r\rho) \cdot r dr = \\ &= \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p \hat{C}_{p0}^{(1,0)} e^{-\rho^2/2} L_p^0(\rho^2) = \\ &= -e^{-\rho^2/2} [0,736 \cdot L_1^0(\rho^2) + 0,184 \cdot L_2^0(\rho^2) + \\ &+ 0,020 \cdot L_3^0(\rho^2) + 0,001 \cdot L_4^0(\rho^2) + \dots],\end{aligned}\quad (2.9)$$

где $J_0(x)$ - функция Бесселя.

Отношение энергий световых пучков, описываемых вторым и первым слагаемыми в уравнении (2.9) равно:

$$\begin{aligned}&\frac{(0,184)^2 \int_0^{\infty} e^{-\rho^2} [L_2^0(\rho^2)]^2 \cdot \rho d\rho}{(0,736)^2 \int_0^{\infty} e^{-\rho^2} [L_1^0(\rho^2)]^2 \cdot \rho d\rho} = \\ &+ \frac{(0,184)^2 (2!)^2}{(0,736)^2 (1!)^2} \approx 0,25\end{aligned}$$

Таким образом, в первом слагаемом суммы (2.9), описывающем моду Гаусса-Лагерра $S_{10}(t, \theta)$, содержится более 70% всей энергии светового пучка.

Еще более эффективным способом формирования моды Гаусса-Лагерра $S_{nm}(r, \theta)$ является освещение не гауссовым, а плоским световым пучком фазового ДОЭ с пропусканием ($a=1$ мм):

$$\tilde{S}_{nm}(r, \theta) = \operatorname{circ}\left(\frac{r}{R}\right) \operatorname{sgn}\left[L_n^m(r^2)\right] \exp(\pm im\theta) \quad (2.10)$$

$$\text{где } \operatorname{circ}\left(\frac{t}{t_0}\right) = \begin{cases} 1, & t \leq t_0 \\ 0, & t > t_0 \end{cases}$$

В этом случае значение R следует выбирать так, чтобы выражение, определяющее эффективность:

$$E = \frac{\left| \int_0^{2\pi} \int_0^R \tilde{S}_{nm}(r, \theta) \cdot S_{nm}^*(r, \theta) r dr d\theta \right|^2}{\int_0^{2\pi} \int_0^R |\tilde{S}_{nm}(r, \theta)|^2 r dr d\theta \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} |S_{nm}(r, \theta)|^2 r dr d\theta} \quad (2.11)$$

было максимальным.

Рассмотрим пример с модой Гаусса-Лагерра $S_{10}(t, \theta)$. В этом случае выражение (2.11) записывается следующим образом:

$$\begin{aligned}E &= \frac{\left| 2 \cdot \left[\int_0^1 e^{-r^2/2} (1-r^2) r dr - \int_1^R e^{-r^2/2} (1-r^2) r dr \right] \right|^2}{R^2} = \\ &= \frac{4 \cdot [1,426 - e^{-R^2/2} (R^2 + 1)]^2}{R^2}\end{aligned}\quad (2.12)$$

и достигает максимального значения $E=0,786$ при $R=2,5$ мм. Значит, световое поле (2.10) формирует моду Гаусса-Лагерра $S_{10}(r, \theta)$ с эффективностью около 79%.

3. Численные примеры

При численном моделировании использовались следующие параметры: 128 отсчетов по радиусу r и 128 отсчетов по угловой составляющей θ , диапазон изменения аргументов $r \in [0, 7\text{мм}]$, $\theta \in [0, 2\pi]$, длина волны $\lambda=0,63$ мкм, фокусное расстояние $f=100$ мм, радиус гауссового пучка в перетяжке $a=1$ мм. В формулах (1.4) и (3.3) рассматривались члены ряда с номерами $n, m \leq N=7$.

Действие рассчитанных ДОЭ моделировалось с помощью численного преобразования Фурье (1.13).

На рис. 1 представлены результаты формирования моды Гаусса-Лагерра (3,2). Фазовая функция (рис. 1а) рассчитывалась по формуле (2.10). На рис. 1б показан сформированный таким ДОЭ пучок и для сравнения на рис. 1в приведена эталонная мода Гаусса-Лагерра (3,2). Их радиальные сечения показаны на рис. 1г (сплошная линия - рассчитанная мода, пунктирная линия - эталонная мода).

Оптимальный радиус апертуры R определялся из условия максимизации эффективности E (2.11) сформированного пучка. График зависимости E от R для моды Гаусса-Лагерра (3,2) представлен на рис.2. Из графика видно, что оптимальный размер апертуры ДОЭ для формирования моды Гаусса-Лагерра (3,2) равен $R=4,5$ мм. При этом эффективность достигает значения 81%.

Проведя аналогичные исследования можно подобрать оптимальный радиус ДОЭ для формирования любой моды. С помощью численного моделирования было показано, что фазовые ДОЭ, рассчитанные по формуле (2.10) позволяют формировать одномодовые пучки с эффективностью 77-81% в зависимости от номера моды. В следующей таблице приведены значения R и E для нескольких мод.

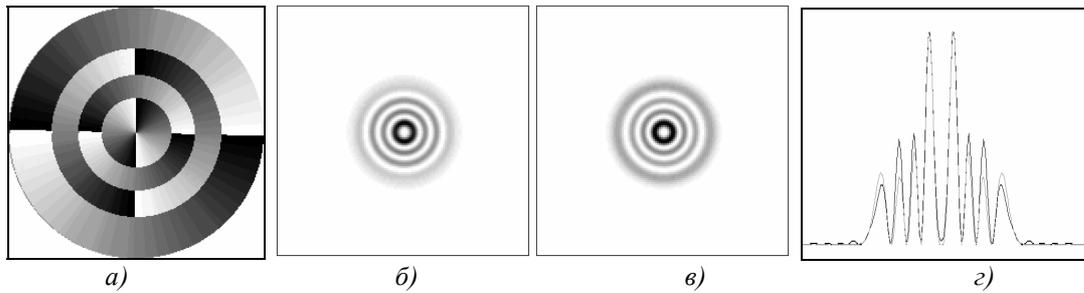


Рис. 1. Одномодовый пучок: фаза ДОЭ (а); распределения интенсивности в Фурье-спектре для рассчитанной (б) и эталонной (в) мод Гаусса-Лагерра (3,2); интенсивность в радиальном сечении (г) (сплошная линия - расчет, пунктирная линия - эталон).

Таблица 2. Значения оптимального радиуса апертуры ДОЭ R и эффективности E ($a=1$ мм).

Номер моды Гаусса-Лагерра	(1,0)	(2,1)	(3,2)	(4,2)	(5,1)
Оптимальный радиус R , мм	2,5	4	4,5	4,7	5
Эффективность E , %	79	77	81	78	77

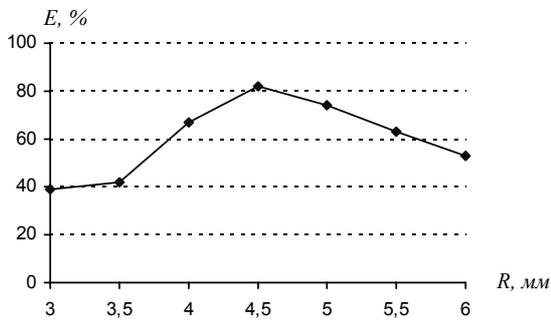


Рис. 2. Зависимость эффективности пучка E от радиуса апертуры R для ДОЭ, формирующего моду Гаусса-Лагерра (3,2).

Можно предположить, что для суперпозиции мод оптимальным радиусом апертуры ДОЭ

является средний из оптимальных радиусов входящих в суперпозицию мод.

На рис. 3 приведены примеры фазовых ДОЭ (рис. 3а), формирующих многомодовые пучки Гаусса-Лагерра в плоскости пространственного спектра (рис. 3в). Верхняя строка рисунка относится к группе из 5-ти мод: (1,1), (3,1), (4,-3), (5,1), (5,-5), имеющих собственные числа, равные i . Коэффициенты разложения пучков представлены на рис. 3б в полутонах. Нижняя строка рисунка относится к группе из 6-ти мод: (2,0), (3,-2), (3,2), (4,-4), (4,0), (4,4), имеющих собственные числа, равные 1. Оба пучка являются собственными функциями преобразования Фурье. Для сравнения на рис. 3г показаны эталонные распределения интенсивности указанных композиций мод.

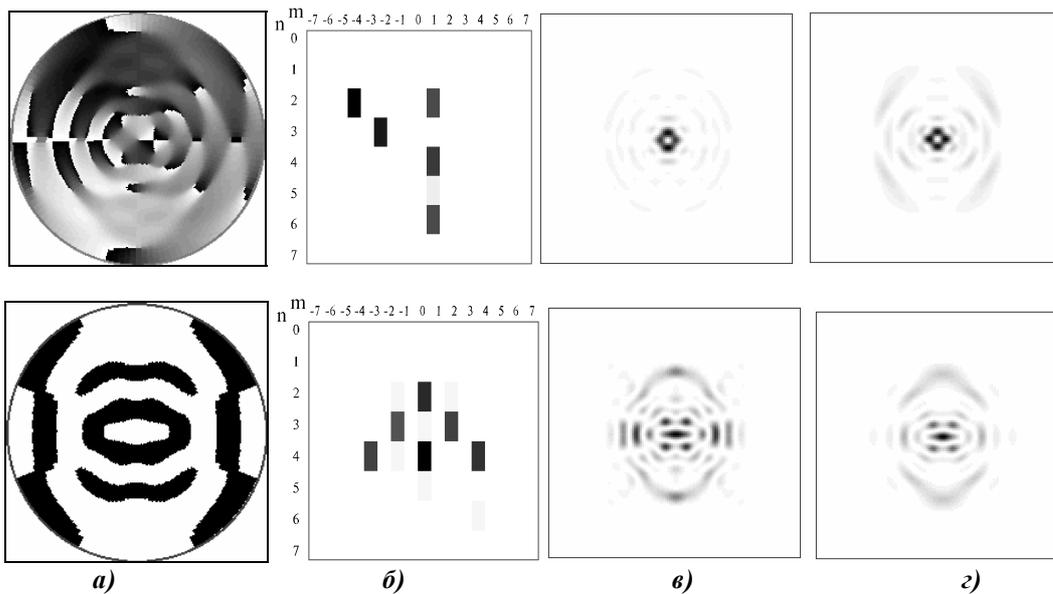


Рис. 3. Многомодовые пучки: фаза ДОЭ (а); квадраты модулей коэффициентов в разложении (1.1) (б); распределения интенсивности в фокальной плоскости для рассчитанной (в) и эталонной (г) композиции мод Гаусса-Лагерра (верхняя строка для 5-ти модового пучка, нижняя строка для 6-ти модового пучка).

Заключение

В данной работе получены следующие результаты:

- предложен итеративный алгоритм для расчета фазы дифракционных оптических элементов, формирующих многомодовые пучки Гаусса-Лагерра (уравнения (1.4)-(1.9));
- введено понятие групповой моды, как суперпозиции мод Гаусса-Лагерра, не изменяющей своей структуры после прохождения Фурье-каскада (уравнение (1.16));
- показано, что для эффективного формирования одномодовых пучков Гаусса-Лагерра можно использовать фазовые элементы, функция пропускания которых пропорциональна знаковой функции от обобщенного многочлена Лагерра (уравнения (2.1) и (2.10)).

Благодарность

Данная работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (№ 96-01-10021 и 96-15-96026).

Литература

1. Soifer V.A., Golub M.A. *Laser beam mode selection by computer generated holograms*, CRC Press, Boca Raton, U.S., 1994.
2. Голуб М.А., Павельев В.С., Сойфер В.А., *Построение итеративного алгоритма расчета фазовых дифракционных элементов, формирующих заданное одномодовое распределение на основе применения метода обобщенных проекций*, Компьютерная оптика, М., МЦНТИ, 1995, вып. 14-15, часть 2, с. 85-93.
3. Kotlyar V.V., Nikolsky I.V., Soifer V.A. *An algorithm for calculating multichannel formers of Gaussian modes*, Optik, 1994, v.98, no.1, pp.26-30.
4. Soifer V.A., Kotlyar V.V., Doskolovich L.L. *Iterative methods for diffractive optical elements computation*, Taylor & Francis, London, 1997.
5. J.R. Fienup. *Phase retrieval algorithms. A comparison*. Appl. opt., 1982, v.21, №15, pp. 2758-2769.
6. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Марычев О.И., *Интегралы и ряды. Специальные функции*, М., Наука, 1983

Diffractive optical elements matched to Laguerre-Gaussian modes

*S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer
Image Processing Systems Institute of RAS*

Abstract

The paper develops and investigates iterative algorithms for the design of a phase optical element that generates Laguerre-Gaussian light beams with a given mode composition, including single-mode beams. It shows that individual Laguerre-Gaussian modes can be generated efficiently by the phase elements with the transmission equal to the sign function of the corresponding generalized Laguerre polynomial. The results of numerical simulation are presented.

Citation: Khonina SN, Kotlyar VV, Soifer VA. Diffractive optical elements matched to Laguerre-Gaussian modes. *Computer Optics* 1997; 17: 25-31.

References

- [1] Soifer V.A., Golub M.A. Laser beam mode selection by computer generated holograms, CRC Press, Boca Raton, U.S., 1994.
- [2] Golub MA, Pavelyev VS, Soifer VA. Development of an iterative algorithm for calculating phase diffractive elements forming a single-mode distribution specified on the basis of application of the generalized projections method. *Computer Optics* 1995; 14-15(2): 85-93.
- [3] Kotlyar V.V, Nikolsky I.V., Soifer V.A. An algorithm for calculating multichannel formers of Gaussian modes, *Optik*, 1994, v.98, no.1, pp.26-30.
- [4] Soifer V.A., Kotlyar V.V., Doskolovich L.L. Iterative methods for diffractive optical elements computation, Taylor & Francis, London, 1997.
- [5] J.R. Fienup. Phase retrieval algorithms. A comparison. *Appl. opt.*, 1982, v.21, №15, pp. 2758-2769.
- [6] Prudnikov AP, Brychkov YA, Marichev OI. Integrals and series. Moscow: Nauka Publisher; 1983.