

ИССЛЕДОВАНИЕ БИНАРНЫХ ЛИНЗ В РАМКАХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ТЕОРИИ

Л.Л. Досколович, С.И. Харитонов, О.И. Петрова*

Институт систем обработки изображений РАН,

Самарский государственный аэрокосмический университет,

*Тольяттинский государственный университет

Аннотация

Приведены результаты численного моделирования работы бинарных дифракционных линз в рамках строгой электромагнитной теории. Работоспособность бинарных линз исследована для случаев, когда радиус апертуры составляет всего несколько длин волн, а фокусное расстояние сравнимо по величине с радиусом. Проведено сравнение результатов строгой электромагнитной теории и скалярного приближения Кирхгофа. Получены оценки границ применения скалярной теории при расчете бинарных линз.

Введение

Требования к компактности и миниатюризация оптических систем с дифракционными оптическими элементами (ДОО) приводят к необходимости использования дифракционных линз с большой числовой апертурой. Границы зон и высота микрорельефа дифракционных линз рассчитываются в приближении геометрической оптики на основе принципа Ферма. При большой числовой апертуре размеры зон линзы становятся сравнимыми с длиной волны, и приближения геометрической и скалярной оптики не позволяют адекватно оценить рабочие характеристики линзы.

В работах [1-2] для расчета поля от линзы использовались асимптотические методы, учитывающие эффекты электромагнитной теории. Методы [1-2] основаны на локальной аппроксимации профиля линзы дифракционной решеткой с последующим решением задачи дифракции на решетке в рамках строгой теории. Методы [1-2] приближенные и дают хорошую точность только при расчете поля от внеосевых областей линзы, где зоны рельефа похожи на дифракционную решетку. В работах [2-5] представлены результаты моделирования бинарных и многоуровневых дифракционных линз в рамках строгой теории. Расчет поля от линз в [2-5] проводился на основе разностных методов решения уравнений Максвелла.

Данная статья дополняет данные работ [2-5] и содержит ряд результатов моделирования бинарных дифракционных линз с «экстремальными параметрами» в рамках строгой электромагнитной теории. Под экстремальными параметрами понимается случай, когда радиус апертуры линзы составляет всего несколько длин волн, а фокусное расстояние сравнимо по величине с радиусом. В отличие от работ [2-5] в данной статье приведен систематический анализ структуры поля от бинарных линз, проанализированы ошибка и границы применения скалярной теории при расчете поля.

Приведем описание геометрии задачи дифракции на двумерной бинарной линзе. Ось z направлена перпендикулярно плоскости расположения линзы. Для удобства описания выделим три зоны. Зона 1 соответствует области над линзой при $z > h$, где h – высота бинарного микрорельефа. Зона 2 соответ-

ствует зоне модуляции $0 < z < h$, и, наконец, зона 3 соответствует области подложки $z < 0$. Над линзой и под линзой диэлектрическая проницаемость постоянна. Обозначим ϵ_0, ϵ_s значения диэлектрической проницаемости в зонах 1 и 3. В зоне модуляции, диэлектрическая проницаемость является бинарной функцией, принимающей значения ϵ_0, ϵ_s вне и внутри бинарных штрихов, соответственно. Магнитную проницаемость будем считать равной единице во всех трех зонах. Без ограничения общности будем считать $\epsilon_0 = 1$. Для удобства фокусное расстояние линзы определим в длинах волн λ_3 в зоне 3 в виде

$$f = -N\lambda_3 = -N\lambda_0 / \sqrt{\epsilon_s}, \quad (1)$$

где λ_0 – длина волны в зоне 1, N – коэффициент пропорциональности. В этом случае высота ступенек и радиусы зон бинарной линзы определяются по формулам

$$h = \frac{\lambda_3}{2(\sqrt{\epsilon_s} - 1)}, \quad (2)$$

$$r_m = \lambda_3 \sqrt{m^2 / 4 + mN}, \quad m = 1, 2, \dots, 2M,$$

где M – полное число зон. Формулы (2) получены в рамках геометрической оптики.

Для решения задачи дифракции плоской волны на бинарной линзе был использован метод связанных волн – RCWA метод (rigorous coupled-wave analysis method) [5-9]. Согласно методу связанных волн поля в зонах 1 и 3 представляются в виде суперпозиции плоских волн с неизвестными коэффициентами отражения и пропускания, соответственно. В зоне 2 поле ищется из решения уравнений Максвелла:

$$\begin{aligned} \text{rot} \mathbf{H} &= -ik_0 \epsilon(x, y) \mathbf{E}, \\ \text{rot} \mathbf{E} &= -ik_0 \mathbf{H}. \end{aligned} \quad (3)$$

Далее, коэффициенты отражения и пропускания в зонах 1 и 3 ищутся из условия равенства тангенциальных компонент полей на границах зон (при $z = h$ и $z = 0$). Метод связанных волн является эффективным средством решения задач дифракции на периодических структурах – дифракционных решетках. Формально, приведенные ниже результаты соответствуют результатам моделирования раstra бинарных

линз, а не одной линзы. Однако, как показано ниже, при расчете поля в области фокуса взаимным влиянием полей от соседних линз раstra (соседних периодов) можно пренебречь. Это связано с малым размером фокального пика относительно размера периода. При необходимости влияние соседних периодов можно сколь угодно уменьшить, увеличивая расстояние между линзами раstra или используя между периодами специальные анизотропные PML слои (perfectly matched layers). Эти слои позволяют моделировать один дифракционный элемент как формально периодическую структуру, в которой нет взаимодействия между периодами [9-11].

Результаты моделирования

На рис. 1 приведено расчетное распределение интенсивности поля, формируемого растром бинарных линз в диэлектрике ($\epsilon_s=2,25$) при нормальном падении плоской волны, соответствующей суперпозиции E и H волн с равными коэффициентами (для E-волны $E_z \neq 0$, $H_z = 0$, а для H-волны $H_z \neq 0$, $E_z = 0$). Такое представление падающей волны моделирует случай неполяризованного света. Единицы длины вдоль осей на рис.1 приведены в длинах волн λ_3 . Под распределением интенсивности понимается модуль z-компоненты вектора Умова-Пойнтинга. Расчет поля проводился при следующих параметрах: $\lambda_0=0,55\mu\text{м}$, $\lambda_3 = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon_s} \approx 0,37\mu\text{м}$, радиус апертуры $R=3,54\lambda_3$, фокусное расстояние $f=2\lambda_3$. При указанных значениях параметров линза раstra имеет две полных зоны. Период раstra является квадратным со стороной $d=2R$. При этом в зоне периода, расположенной вне апертуры линзы, диэлектрическая проницаемость совпадает с диэлектрической проницаемостью подложки $\epsilon_s=2,25$. На рис. 1а приведено распределение интенсивности, рассчитанное в фокальной плоскости $z=-f$ в пределах периода $|x| \leq R$, $|y| \leq R$.

На рис. 1а виден резкий пик интенсивности с диаметром порядка $1,5\lambda_3$. Таким образом, несмотря на то, что радиус линзы раstra всего в 3,5 раза больше длины волны, а фокусное расстояние линзы меньше радиуса в 1,7 раза, бинарная линза сохранила свои фокусирующие свойства. В углах периода видны вторичные всплески, обусловленные наличием на краях периода зон с постоянной диэлектрической проницаемостью, незанятых линзой. Расчетное распределение интенсивности в плоскости XOZ на рис. 1б показывает формирование пика вдоль оптической оси с размером порядка $2\lambda_3$.

Для оценки величины интерференции полей от соседних линз проводился расчет поля от раstra линз при большем в 1,6 раза расстоянии между линзами (при периоде раstra $d=11\lambda_3$). Как и ранее, в центре каждого периода располагалась линза с радиусом $R=3,54\lambda_3$ и фокусным расстоянием $f=2\lambda_3$, а в остальной зоне периода диэлектрическая проницаемость считалась постоянной. Результат моделирования показал, что при увеличении расстояния между

линзами величина фокального пика изменилась менее чем на 1%. Это показывает, что при расчете поля в области фокуса взаимным влиянием полей от соседних линз раstra можно пренебречь даже при столь экстремальных параметрах.

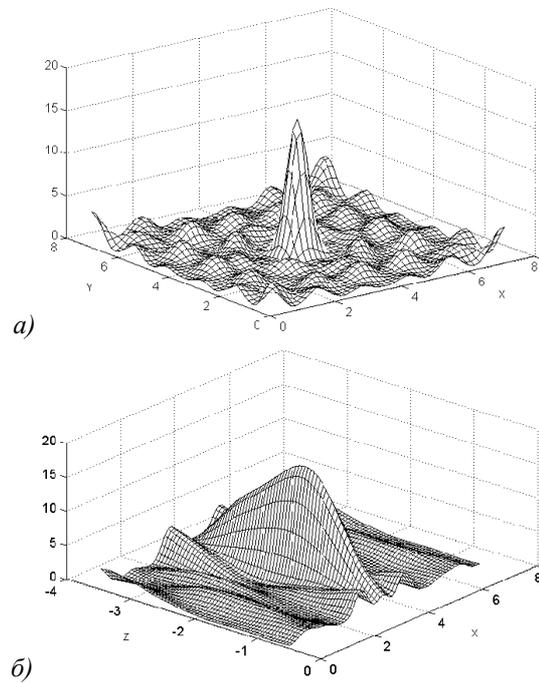


Рис. 1. Распределение интенсивности для раstra бинарных линз с параметрами $R=3,54\lambda_3$, $f=2\lambda_3$ в фокальной плоскости $z=-f$ (а) и в плоскости XOZ (б)

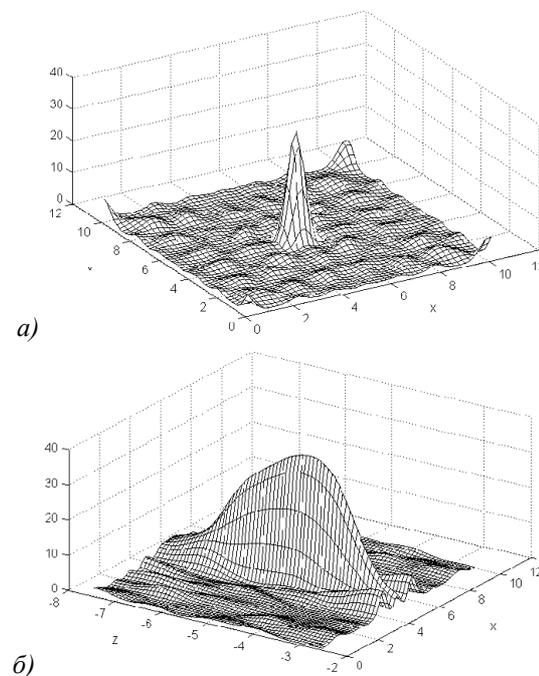


Рис. 2. Распределение интенсивности для раstra бинарных линз с параметрами $R=4,9\lambda_3$, $f=5\lambda_3$ в фокальной плоскости $z=-f$ (а) и в плоскости XOZ (б)

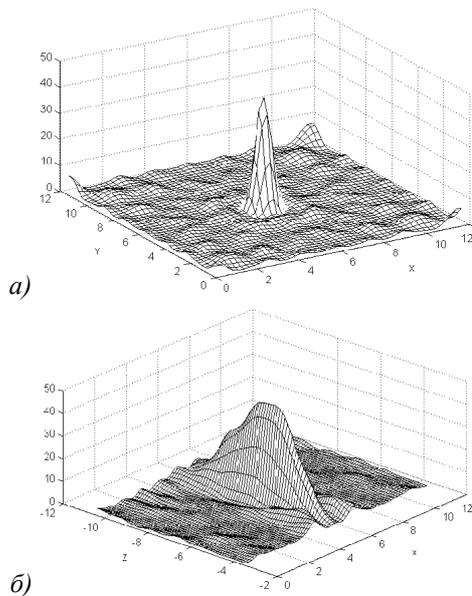


Рис. 3. Распределение интенсивности для раstra бинарных линз с параметрами $R=5,6\lambda_3$, $f=7\lambda_3$ в фокальной плоскости $z=-f$ (а) и в плоскости XOZ (б)

На рис. 2, 3 приведены расчетные распределения интенсивности поля для раstra бинарных линз с большими радиусами $4,9\lambda_3$, $5,6\lambda_3$ и большими, относительно величины радиусов, фокусными расстояниями $5\lambda_3$ и $7\lambda_3$. При указанных параметрах линзы раstra также имеют две полных зоны. Рисунки 1-3 показывают, что с увеличением радиуса и уменьшением числовой апертуры фокальный пик становится более резким, а вторичные колебания интенсивности слабеют. В рамках скалярной теории величина пика интенсивности в фокусе бинарной линзы определяется по формуле

$$\tilde{I} = 0,405 \cdot \left(\frac{\pi f}{\lambda} \ln \left(1 + \frac{R^2}{f^2} \right) \right)^2, \quad (4)$$

где коэффициент 0,405 представляет потери, обусловленным бинарным типом рельефа линзы [2].

Из трех представленных раstrов линз параметры линзы на рис. 3 наиболее близки к скалярной теории. Для линзы на рис. 3 относительное отличие величины пика от значения, рассчитанного в рамках скалярной теории по формуле (4),

$$\Delta = \left| \frac{\tilde{I} - I(0,0,-f)}{\tilde{I}} \right| \quad (5)$$

составляет 10,4%. Для линзы с наиболее экстремальными параметрами на рис. 1 отличие составляет более 46%. Таким образом, скалярное приближение дало ошибку 10% уже при радиусе в 5,6 длин волн и фокусном расстоянии всего лишь на 20% больше радиуса.

Заключение

Приведено исследование работоспособности бинарных дифракционных линз в рамках строгой электромагнитной теории. Анализ распределений интенсивности показал, что бинарные линзы формируют четкий фокальный пик даже при размерах зон близких к длине волны. При радиусе апертуры R в 6 длин волн (и более) и при фокусе $f > 1,2R$ величина фокального пика отличается от результата скалярной теории всего на 10%.

Благодарность

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ № МД-210.2003.01 и российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» («BRHE»).

Литература

1. Sheng Y., Feng D., Laroche S. Analysis and synthesis of circular diffractive lens with linear grating model and rigorous coupled-wave theory // J. Opt. Soc. Am. A, 1997. V. 14. №7. P. 1562-1568.
2. Методы Компьютерной Оптики // Под редакцией В.А. Сойфера/ М.: «Физматлит», 2000. 688 с.
3. Shi S., W.Prather D. Electromagnetic analysis of axially symmetric diffractive optical elements illuminated by oblique incident plane waves // J. Opt. Soc. Am. A, 2001. V. 18. №11. P. 2901-2907.
4. Mirotznik M.S., Prather D.W., Mait J.N., Beck W.A., Shi S., Gao X. Three-dimensional analysis of subwavelength diffractive optical elements with the finite-difference time-domain method // Applied Optics, 2000. V. 39. №17. P. 2871-2880.
5. Methods For Computer Design of Diffractive Optical Elements // Edited by Victor A. Soifer. A Wiley-Interscience Publication John Wiley & Sons, Inc., 2002. 765 p.
6. Peng S., Morris G.M. Efficient implementation of rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings // J. Opt. Soc. Am. A, 1995. V. 12. №5. P. 1087-1096.
7. Moharam M.G., Grann E.B., Pommet D.A. Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings // J. Opt. Soc. Am. A, 1995. V. 12. №5. P. 1068-1076.
8. Moharam M.G., Grann E.B., Pommet D.A. Gaylord T.K. Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings: enhanced transmittance matrix approach // J. Opt. Soc. Am. A, 1995. V. 12. №5. P. 1077-1086.
9. Silberstein E., Lalanne P., Hugonin J., Cao Q. Use of grating theories in integrating optics // J. Opt. Soc. Am. A, 2001. V. 18. N11. P. 2865-2875.
10. Berenger J. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves // Jour. Of Comp. Physics, 1994. V. 114. P. 185-199.
11. Gedney S.D. An anisotropic perfectly matched layer-absorbing medium for the truncation of FDTD lattices // IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1996. V. 44. N12. P. 1630-1639.

Investigation of binary lenses in the frame of electromagnetic theory

L.L. Doskolovich^{1,2}, S.I. Kharitonov^{1,2}, O. I. Petrova³

¹ Image Processing Systems Institute of RAS

² Samara State Aerospace University

³ Togliatti State University

Abstract

The paper presents the results of numerical simulation of binary diffractive lenses operation within the framework of a rigorous electromagnetic theory. It investigates the efficiency of binary lenses for the cases when the aperture radius is only a few wavelengths, and the focal length is comparable to the radius. The results of the rigorous electromagnetic theory and the scalar Kirchhoff approximation are compared. The limits of the scalar theory applicability in the calculation of binary lenses are estimated.

Keywords: binary diffractive lenses, aperture radius, electromagnetic theory, scalar Kirchhoff approximation

Citation: Doskolovich LL, Kharitonov SI, Petrova OI. Investigation of binary lenses in the frame of electromagnetic theory. *Computer Optics* 2003; 25: 21-23.

References

- [1] Sheng Y, Feng D, Larochelle S. Analysis and synthesis of circular diffractive lens with linear grating model and rigorous coupled-wave theory. *J Opt Soc Am A* 1997; 14(7): 1562-1568.
- [2] Soifer VA, ed. *Methods of computer optics*. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2000.
- [3] Shi S, Prather DW. Electromagnetic analysis of axially symmetric diffractive optical elements illuminated by oblique incident plane waves. *J Opt Soc Am A* 2001; 18(11): 2901-2907.
- [4] Mirotznik MS, Prather DW, Mait JN, Beck WA, Shi S, Gao X. Three-dimensional analysis of subwavelength diffractive optical elements with the finite-difference time-domain method. *Appl Opt* 2000; 39(17): 2871-2880.
- [5] Soifer VA, ed. *Methods for computer design of diffractive optical elements*. New York: John Willey & Sons Inc; 2002.
- [6] Peng S, Morris GM. Efficient implementation of rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings. *J Opt Soc Am A* 1995; 12(5): 1087-1096.
- [7] Moharam MG, Grann EB, Pommet DA. Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings. *J Opt Soc Am A* 1995; 12(5): 1068-1076.
- [8] Moharam MG, Grann EB, Pommet DA, Gaylord TK. Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings: enhanced transmittance matrix approach. *J Opt Soc Am A* 1995; 12(5): 1077-1086.
- [9] Silberstein E, Lalanne P, Hugonin J, Cao Q. Use of grating theories in integrating optics. *J Opt Soc Am A* 2001; 18(11): 2865-2875.
- [10] Berenger J-P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *J Comput Phys* 1994; 114: 185-199.
- [11] Gedney SD. An anisotropic perfectly matched layer-absorbing medium for the truncation of FDTD lattices. *IEEE Trans Antennas Propag* 1996; 44(12): 1630-1639.