

АПРОКСИМАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОТЯЖЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

А.В. Куприянов

Институт систем обработки изображений РАН,
Самарский государственный аэрокосмический университет

Аннотация

В статье рассматривается возможность применения прямого и спектрального аппроксимационных методов для определения толщины древовидных объектов. Проводится исследование нескольких математических моделей профиля протяженных объектов. Также производится исследование точности оценивания параметров толщины синтезированных и реальных объектов.

Введение

Существует большой класс изображений, содержащих древовидные объекты. К числу таких изображений относятся различные диагностические изображения: кровеносных сосудов, дорожных сетей, речных систем и др. (рис. 1).

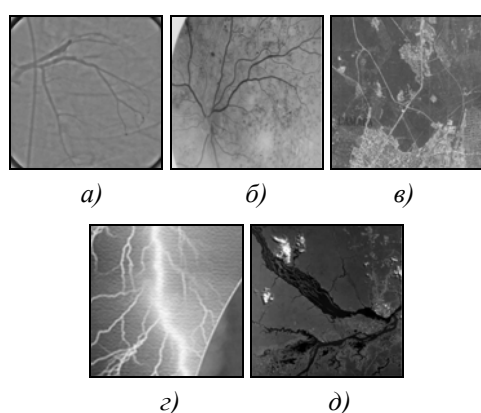


Рис. 1. Изображения древовидных объектов:
а) коронарные сосуды; б) сосуды глазного дна;
в) аэрофотосъемка сети дорог;
г) фотоснимок электрического разряда;
д) вид из космоса дельты реки

Древовидные объекты можно определить как совокупность объектов двух типов: объектов-ветвей и объектов-узлов. *Ветвь* – объект, характеризующийся геометрическим местом точек трассы и распределением толщины ветви вдоль нее. *Узел* – объект, характеризующийся количеством исходящих из него ветвей и точкой пересечения их трасс.

Существует большое количество методов оценивания параметров древовидных структур, в частности параметров толщины [1, 4, 5]. Большинство методов основано на использовании различных моделей профилей интенсивности, при этом параметры древовидных структур оцениваются на основе параметров модели. Целью настоящей работы является разработка прямого и спектрального методов аппроксимации древовидных объектов для оценки их параметров толщины, а также разработка и исследование различных моделей профилей.

1. Математические модели яркостного сечения сосудов

В работе производится исследование изображений, содержащих древовидные объекты [1] (рис. 2).

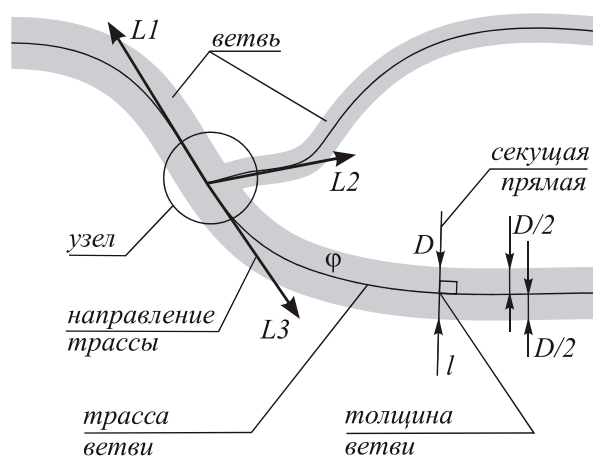


Рис. 2. Модель древовидного объекта

Основными характеристиками узлов древовидных объектов являются количество исходящих из узла ветвей, точки пересечения и направления трасс ветвей, входящих в узел. Основным параметром характеризующий трассу – толщина ветви.

Профилем яркостного сечения сосудов называемся вектор отсчетов изображения фиксированной длины N (рис. 3б). Значения этого вектора соответствуют значениям яркости точек на диагностическом изображении (рис. 3а), по которым проходит дискретный отрезок толщиной в одну точку.

Протяженным объектом на изображении называется область изображения, средняя яркость которой значительно отличается от средней яркости изображения. При этом продольные размеры области в несколько раз больше поперечных.

Как следует из определения толщины ветвей древовидных объектов, сечение объекта на изображении должно быть перпендикулярно трассе ветви (рис. 4). Длину отрезка сечения необходимо выбирать таким образом, чтобы она была больше толщины исследуемого объекта. При этом отрезок должен пересекать только один объект. Значения яркости нормализуются по действительной шкале от 0 до 1.

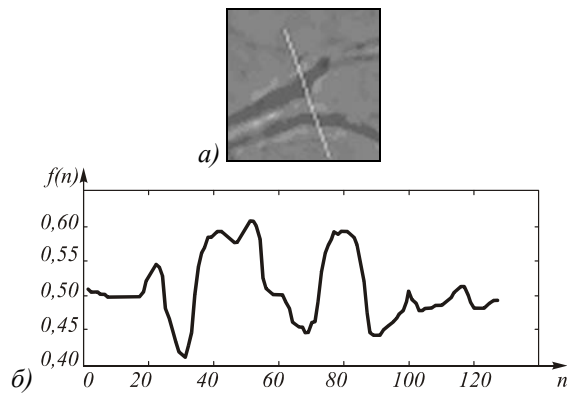


Рис. 3. Изображение яркостного сечения
а) профиль на изображении,
б) график значений отсчетов

2. Модели профиля объекта

На рис. 4 показаны изображения различных объектов и яркостные сечения.

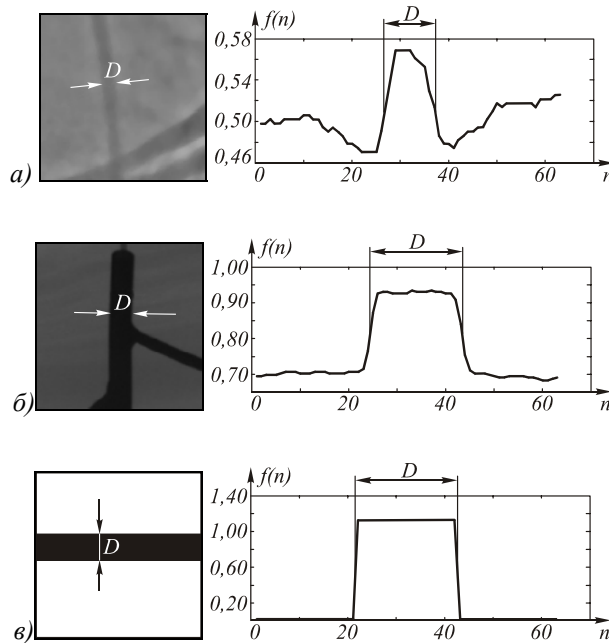


Рис. 4. Яркостные сечения изображений

Для определения параметра толщины объекта предлагается три различных модели яркостного профиля.

Модель 1. Функция Rect:

$$f(x) = \text{Rect}\left(\frac{x-x_c}{D}\right) = \begin{cases} F_{\max}, & |x-x_c| \leq D/2 \\ F_{\min}, & |x-x_c| > D/2 \end{cases}, \quad (1)$$

где x_c – координата центра скачка яркости; F_{\max} – максимальная яркость скачка; F_{\min} – средняя яркость фона.

Модель 2. Функция Гаусса:

$$f(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{D^2}\right), \quad (2)$$

где D – искомая толщина.

Модель 3. Дробно-рациональная функция [5]

$$f(x) = \begin{cases} \frac{A}{x^2-D} - B, & \frac{A}{x^2-D} - B \geq 0 \\ 0, & \frac{A}{x^2-D} - B < 0 \end{cases}. \quad (3)$$

Здесь D – величина, пропорциональная искомой толщине. Значения величин A и B определяются соотношением: $A-B=1$.

На рис. 5 показаны графики различных моделей сечений.

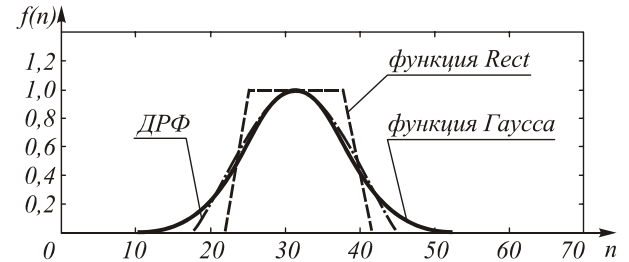


Рис. 5. Математические модели, приведенные к одному параметру толщины

3. Методы оценивания параметров толщины объекта

3.1. Аппроксимационные методы

В основе аппроксимационных методов лежит следующая идея: в начале из исследуемого изображения выделяется профиль исследуемого объекта. Этот профиль должен быть перпендикулярен трассе ветви. Далее производится аппроксимация этого одномерного профиля (прямой метод) либо его спектра (спектральный метод).

Достоинством аппроксимационных методов является их высокая точность и помехоустойчивость. Недостатком аппроксимационных методов является необходимость точного указания сечения, а также вычислительная сложность.

3.2. Спектральный анализ моделей яркостного сечения

В основе спектрального метода лежит преобразование Фурье. Для оценки толщины используются модели Rect (4, 5) и Гаусса (6, 7). На стадии аппроксимации производится аппроксимация дискретного спектра (5,7) непрерывным спектром дискретной последовательности (4, 6).

$$G(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Rect}\left(\frac{x}{D}\right) \cdot \exp(-i2\pi x\xi) dx = \int_{-D/2}^{D/2} \exp(-i2\pi x\xi) dx = \quad (4)$$

$$= \frac{-1}{i2\pi\xi} (\exp(-iD\pi\xi) - \exp(iD\pi\xi)) = \frac{\sin(\pi D\xi)}{\pi\xi} = D \cdot \text{Sinc}(D\xi).$$

$$F(n) = \sum_{k=-N/2}^{N/2} \text{Rect}\left(\frac{k}{D}\right) \exp\left(i\frac{2\pi}{N}kn\right) = \quad (5)$$

$$= \sum_{k=-D/2}^{D/2} \exp\left(i\frac{2\pi}{N}kn\right) = \frac{\sin\left[\frac{\pi n}{N}(1+D)\right]}{\sin\frac{\pi n}{N}}.$$

$$G(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{D^2}\right) \cdot \exp(-i2\pi x\xi) dx =$$

$$= D\sqrt{\pi} \exp\left(-\frac{(\xi\pi)^2}{4} D^2\right). \quad (6)$$

$$F(n) = \sum_{k=-N/2}^{N/2} \exp\left(-\frac{k^2}{D^2}\right) \cdot \exp\left(\frac{i \cdot 2 \cdot \pi}{N} kn\right) \approx$$

$$\approx D\sqrt{\pi} \exp\left(-\frac{\pi^3}{N^2} n^2 D^2\right), \quad (7)$$

где D – искомая толщина.

3.3. Спектральный анализ смещенного профиля

Для исключения влияния фазового множителя, образующегося при сдвиге последовательности, аппроксимация будет производиться по квадрату модуля спектра.

4. Алгоритм определения параметров толщины

4.1. Спектральный алгоритм

В процессе исследования метода был получен алгоритм, состоящий из двух основных стадий: предварительной обработки и аппроксимации спектра профиля.

Исходный профиль – профиль объекта, выделенный непосредственно с изображения древовидной структуры.

Модифицированный профиль – формируется на этапе предварительной обработки исходного профиля объекта. Для этого производится повышение контрастности профиля и дополнение его нулевыми отсчетами, необходимыми для получения отсчетов спектра с необходимой точностью. На стадии предварительной обработки также производится, если это необходимо, медианная фильтрация.

В результате предварительной обработки получается профиль, нормированный от 0 до 1, с числом отсчетов, кратным степени 2.

4.2. Формирование оценки спектра профиля

На следующей стадии с помощью быстрого преобразования Фурье [2] вычисляется спектр профиля.

В результате быстрого преобразования Фурье отсчетов модифицированного профиля получаем спектр последовательности (рис. 6).

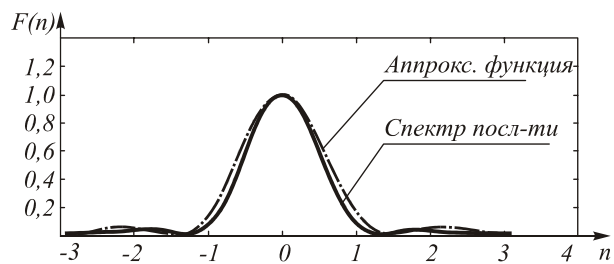


Рис. 6. Спектр яркостного сечения

Далее производится аппроксимация полученного спектра в частотной области.

Из свойств спектра известно, что высокочастотные его компоненты отвечают за шумовые составляющие сигнала. Поэтому аппроксимация проводилась по главному пику, который соответствует низкочастотной части спектра, а его ширина пропорциональна ширине объекта.

Аппроксимация производилась численно [3] путем минимизации целевой функции (8):

$$\begin{cases} s(D) = \sum_x (G(x, D) - |F(x)|^2)^2 \rightarrow \min, \\ x = \overline{1, N}. \end{cases} \quad (8)$$

В качестве значений функций G и F в точках x были взяты значения аналитического спектра и аппроксимируемой последовательности, соответственно. D – искомая толщина.

В качестве функции G рассматриваются (5) и (7).

Аппроксимация профиля производится по площади. Этим достигается отсутствие необходимости осуществлять центровку профиля.

4.3. Аппроксимация профиля дробно-рациональной функцией

Для оценки работы спектрального и прямого методов, а также проведения исследований в данной работе был реализован прямой аппроксимационный метод.

Алгоритм этого метода основан на модифицированном алгоритме спектрального метода, из которого исключено преобразование Фурье.

5. Экспериментальное исследование

5.1. Имитационное моделирование

Для исследования работы различных алгоритмов оценивания толщины необходимо провести имитационное моделирование тестовых изображений, параметры которых точно известны. При этом параметры тестовых изображений (рис. 7) должны максимально соответствовать реальным изображениям.

В качестве тестового объекта предлагается использовать прямолинейные участки ветвей древовидных объектов. Их толщина может быть постоянной или изменяться относительно положения сечения относительно трассы объекта. Длина должна в несколько раз превосходить измеряемую толщину. Яркость объекта может быть различна, но при этом должна быть ниже средней яркости фона.

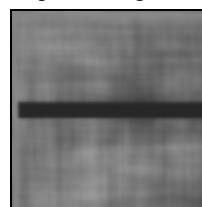


Рис. 7. Модель изображения

Фон, на который накладываются объекты, может быть следующих трех видов и отличаться автокорреляционными функциями [2]:

- 1) однородный,
- 2) изотропный [2],
- 3) биэкспоненциальный [2].

5.2. Устойчивость к шуму

Оценка устойчивости аппроксимационных методов к белому шуму производится следующим образом: в начале вычисляется дисперсия и математическое ожидание исходного изображения. Далее на изображение накладываются различные шумы, матожидание которых равно матожиданию исходного изображения, а величина дисперсии определяется исходя из отношения сигнал / шум [2]. На основании этого строится зависимость относительной ошибки от отношения сигнал / шум (рис. 8):

$$\Delta D = \frac{|D - \hat{D}|}{D}, \quad (9)$$

где D – истинное значение толщины, \hat{D} – значение толщины объекта, на изображение которого наложен шум.

Для эксперимента было смоделировано изображение объекта толщиной 20 пикселей на однородном и биэкспоненциальном фоне с дисперсией равной 200 и коэффициентом корреляции равным 0,49. Далее на изображения накладывался белый шум с различной дисперсией d . Для каждого значения дисперсии шума было проведено 100 измерений относительной ошибки, из которых выбиралось среднее.

Аппроксимация профиля функцией Гаусса и квадрата Гаусса во многом совпадают с аппроксимацией функциями $Sinc$ и $Sinc^2$ соответственно и поэтому на графиках не представлены. Отличие аппроксимаций функциями $Sinc$ и $Sinc^2$ состоит в том, что в первом случае в качестве параметра аппроксимации берется положительное действительное значение корня из аппроксимирующей функции. То же относится и к спектру.

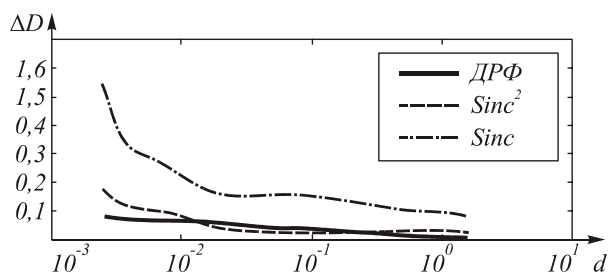


Рис. 8. Зависимость относительной ошибки от отношения сигнал / шум для объекта, помещенного на экспоненциальный фон с дисперсией $D=200$ и коэффициентом корреляции 0,49

На рис. 9 показана зависимость относительной точности измерения толщины от отношения сигнал / шум для коррелированного шума. В качестве аддитивного коррелированного шума было использовано биэкспоненциальное поле с дисперсией, определяемой из отношения сигнал / шум и коэффициентом корреляции равным 0,9 и 0,6.

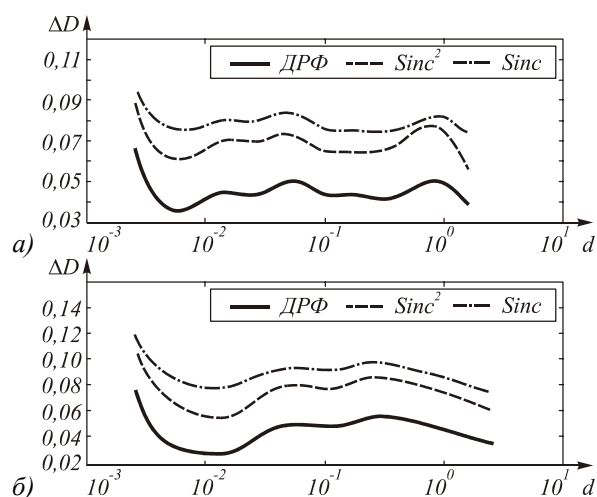


Рис. 9. Зависимость относительной погрешности измерений толщины объекта, наложенного на коррелированный фон с $d=200$ и $\rho=0,7$, от отношения сигнал / шум для коррелированного шума с коэффициентом корреляции между соседними отсчетами равной: а) 0,9, б) 0,6

Таким образом, в случае коррелированного шума более точное значение оценки толщины получается при использовании ДРФ, если же шум является белым, то лучшие результаты дает использование функции $Sinc$. Кроме того, следует отметить, что даже в самом худшем случае относительная ошибка составляет порядка 1%.

5.3. Исследование влияния гауссовского фильтра на точность измерений

Для фильтрации шумов и повышении точности измерений может быть применен гауссовский фильтр. В результате была получена зависимость, показанная на рисунке 10.

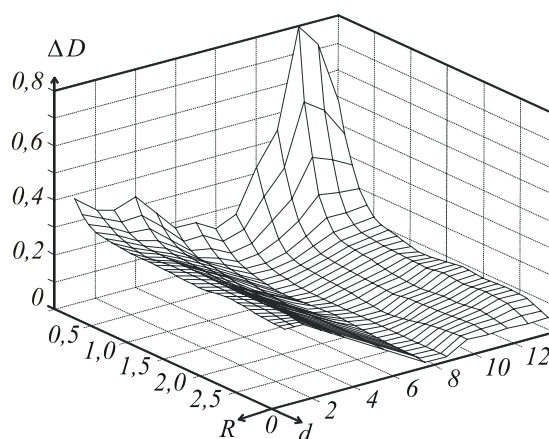


Рис. 10. Зависимость точности измерения толщины от радиуса размытия и отношения сигнал / шум

На рис. 10 по оси d определяется значение отношения сигнал / шум. По оси R – радиус размытия гауссовским фильтром. По оси ΔD – значение точности.

В этом случае исследования показали, что максимальная погрешность уменьшается и составляет 0,8%. Что говорит о высокой устойчивости метода к аддитивному шуму.

5.4. Зависимость точности измерений от фона

Для исследования точности измерений объекта, наложенного на коррелированный фон, была построена зависимость (рис.11) относительной ошибки от дисперсии фона для различных коэффициентов корреляции фона.

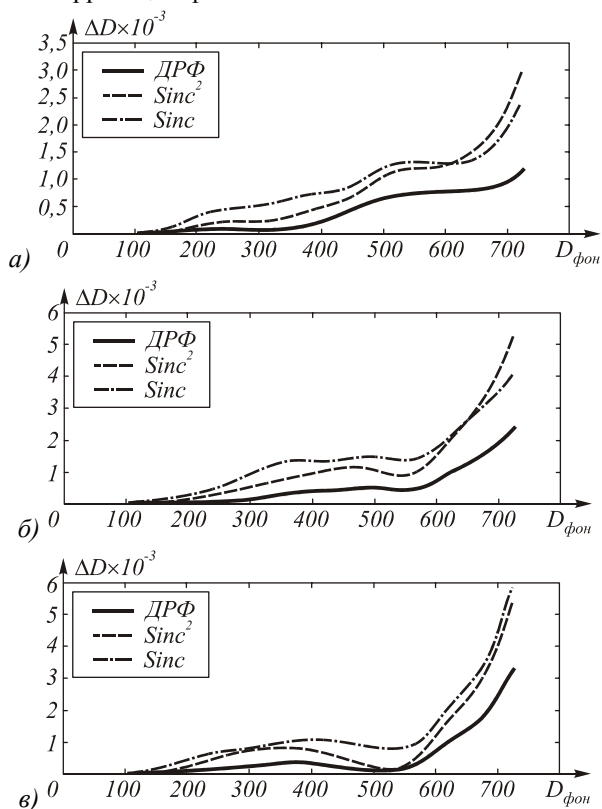


Рис. 11. Зависимость относительной точности измерения толщины от дисперсии коррелированного фона для коэффициента корреляции, равного:
а) 0,49; б) 0,74; в) 0,90

Результаты исследований показывают что при относительной равномерности фона, т.е. дисперсия порядка 500-600 точность определения толщины очень высокая и практически не зависит от дисперсии фона, однако при сильной неравномерности фона ошибка начинает сильно возрастать.

Заключение

Для оценки толщины древовидных объектов было разработано несколько различных методов прямой и спектральной аппроксимации древовидных объектов.

Исходя из вида профиля сечения объекта, были выбраны три модели аппроксимации: функциями Rect, Гаусса и дробно-рациональной. Особенность алгоритма аппроксимации спектра профиля заключается в том, что возможно производить аппроксимацию квадрата модуля спектра, этим достигается инвариантность к сдвигу исходного профиля, а также при аппроксимации главного лепестка спектра устраняется влияние высокочастотных помех. Аппроксимация спектра производилась функцией *Sinc* и функцией Гаусса.

В ходе исследований было установлено, что разработанные алгоритмы имеют очень высокую точность и устойчивость к различным искажениям. Разработанные алгоритмы могут быть применены как составная часть системы анализа древовидных структур.

Поскольку во всех рассмотренных выше алгоритмах первоначальное положение профиля указывалось вручную, то это неизбежно влекло за собой такие недостатки, как неверный угол между трассой древовидного объекта и сечением, а также необходимость проведения большого количества экспериментов для уяснения истинной толщины объекта.

Благодарность

Автор признателен студенту Требунских А. за помощь в написании программ и проведении экспериментальных исследований.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования РФ, Администрации Самарской области и Американского фонда гражданских исследований и развития (CRDF Project SA-014-02) в рамках российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» («BRHE»), а также Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 03-01-00642).

Литература

1. Ильясова Н.Ю. Методы и алгоритмы оценивания геометрических параметров диагностических изображений // Диссертация на соискание ученой степени канд. тех. наук. Самара, 1997. 155 с.
2. Методы компьютерной обработки изображений // Под ред. В.А. Соифера. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. 781с.
3. Основы вычислительной математики // Под ред. Б.П. Демидовича. М.: ФИЗМАТЛИТ, 1963. 659 с.
4. Ильясова Н.Ю., Устинов А.В., Баранов В.Г. Экспертная компьютерная система диагностики глазных заболеваний по изображениям глазного дна // Компьютерная оптика, 1999. №19. С. 202-209.
5. Brantchevsky S.L., Durasov A.B., Iliasova N.Yu., Ustinov A.V. Methods for estimating geometric parameters of vessels using diagnostic images of fundus // Proceedings SPIE, 1998. Vol.3348. P. 316-325.

Approximation methods for estimating the geometric characteristics of extended objects

A.V. Kupriyanov¹

¹ Image Processing Systems Institute of RAS

² Samara State Aerospace University

Abstract

The article discusses the possibility of using direct and spectral approximation methods to determine the thickness of tree-like objects. Several mathematical models of the profile of extended objects are studied. The accuracy of estimating thickness parameters of synthesized and real objects is also analyzed.

Keywords: Approximation method, extended object, mathematical model, synthesized and real object.

Citation: Kupriyanov AV. Approximation methods for estimating the geometric characteristics of extended objects. *Computer Optics* 2003; 25: 146-150.

References

- [1] Ilyasova NY. Methods and algorithms for evaluating the geometric parameters of diagnostic images. The thesis for the Candidate's degree in Technical Sciences. Samara; 1997.
- [2] Soifer VA, ed. Methods of computer image processing. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2001.
- [3] Demidovich BP. Fundamentals of computer mathematics. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 1963.
- [4] Ilyasova NY, Ustinov AV, Baranov VG. An expert computer system for diagnosing eye diseases from retina images. *Computer Optics* 1999; 19: 202-209.
- [5] Ilyasova NY, Ustinov AV, Branchevsky SL, Durasov AB. Methods for estimating geometric parameters of retinal vessels using diagnostic images of fundus. *Proc SPIE* 1998; 3348: 316-325.